Programme de colle 9

Classe de PT

Semaine du lundi 18 au vendredi 22 novembre

Liste des questions de cours
• La fonction $\Gamma : x \mapsto \int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}\,\mathrm{d}t$ est définie et continue sur $\mathbb{R}_+^*$. • Pour tout $(u,v) \in \mathscr{L}(E)^2, \qquad \mathrm{Ker}\,(v \circ u) = \mathrm{Ker}\ u \Longleftrightarrow \mathrm{Ker}\ v \cap \mathrm{Im}\ u = \{0\}$ • Centre de $\mathscr{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties.

Où E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

1 Généralités sur les espaces vectoriels

1.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\mathrm{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes, sommes directes de deux sous-espaces vectoriels.

1.2 Familles et bases, dimension finie

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de base incomplète. Relation entre bases et sommes directes.
Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$ et de $\mathscr{F}$ est une base, dans un espace vectoriel de dimension finie.
Rang d'une famille de vecteurs.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i\in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i\in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections. Projecteurs, symétries.
$\boxed{\textbf{Théorème du rang}}$.