Programme de colle 7

Classe de PT

Semaine du lundi 4 au vendredi 8 novembre

Liste des questions de cours
• Intégrales de Bertrand : convergence de $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha \ln^\beta t}\,\mathrm{d}t$, où $(\alpha,\beta) \in \mathbb{R}^2$. • Convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t$. (la non convergence absolue doit être mentionnée mais preuve non exigible). • Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme (les *deux*).

1 Intégrales sur un intervalle quelconque

1.1 Intégrale impropre

Définition d'une intégrale convergente, d'une intégrale divergente.
Cas d'une fonction prolongeable par continuité.

1.2 Le cas des fonctions positives

Fonctions usuelles au voisinage de $+\infty$ (Riemann et exponentielles). Fonctions usuelles au voisinage de 0 (Riemann). **Ces fonctions doivent être parfaitement connues, toute erreur est impardonnable**.
Relations de comparaison : $f \leqslant g$ et $f \sim g$.
Comparaison des primitives dans le cas divergent, des restes dans le cas convergent.

1.3 Intégrales absolument convergentes

Définition de la convergence absolue. Vocabulaire : fonction *intégrable*. Une intégrale absolument convergente est convergente.
Les théorèmes du chapitre précédents (changement de variable, Chasles, etc) restent valable pour des fonctions *intégrables* sur un intervalle quelconque.

2 Intégrales à paramètre

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme. Extension aux fonctions $\mathscr{C}^k$.