

Programme de colle 3

Classe de PT

Semaine du lundi 23 au vendredi 27 septembre

Liste des questions de cours

- Limite de la suite $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$.
- La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \exp\left(-\frac{1}{x^2}\right)$ si $x > 0$ et $f(x) = 0$ si $x \leq 0$ est \mathcal{C}^∞ sur \mathbb{R} .
- Soit I est un intervalle de \mathbb{R} et $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue telle que $\forall x \in I, f(x)^2 = 1$. Montrer que $f = 1$ ou $f = -1$.

1 \mathbb{R} et les suites réelles

1.1 Situations classiques

- **Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas f monotone ou f contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine.

1.2 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

2 Fonctions d'une variable réelle

2.1 Continuité

Définition ; propriétés ; caractérisation séquentielle ; « f continue sur un segment $[a, b]$ est bornée et atteint ses bornes » ; théorème des valeurs intermédiaires ; fonctions réciproques.

2.2 Dérivabilité

Définition ; propriétés ; fonctions réciproques ; théorème de Rolle et ses conséquences (égalité et inégalité des accroissements finis, etc).