

Programme de colle 23

Classe de PT

Semaine du lundi 31 mars au vendredi 4 avril

Liste des questions de cours

- L'application $(x, y) \mapsto \frac{xy}{x^2 + y^2}$ n'a pas de limite en $(0, 0)$. L'application $(x, y) \mapsto \frac{x^2y}{x^2 + y^2}$ et $(0, 0) \mapsto 0$ est continue en $(0, 0)$.
- Théorème sur les extrema (en fonction de r , t et s).
- Formule du calcul de l'aire d'un morceau de plan (délimitée par une courbe fermée, en paramétrique ou en polaire).
- Classification des quadriques : équation réduite et nature des 4 quadriques à centre et des 2 paraboloides.

1 Fonctions de plusieurs variables

1.1 Topologie et continuité

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^m . Définitions des boules, des parties ouvertes, des parties fermées, des parties bornées.

Limite d'une suite d'éléments à valeurs dans \mathbb{R}^m ; caractérisation à l'aide des suites coordonnées. Toute suite convergente est bornée. Opérations algébriques (ne pas être trop technique).

Fonctions continues de \mathbb{R}^p dans \mathbb{R}^m , opérations algébriques, composition. L'image d'un fermé borné par une application continue est continue.

1.2 Calcul différentiel

Applications \mathcal{C}^1 , matrice jacobienne, différentielle. Gradient.

Formule de composition, traduction matricielle. Cas des \mathcal{C}^1 difféomorphismes. Applications aux EDP.

Dérivées partielles d'ordre supérieur, théorème de Schwarz.

Fonctions de $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ ouvert dans \mathbb{R} : formule de Taylor-Young à l'ordre 2, application à l'étude des extrema locaux.

1.3 Intégrales multiples

Intégrales doubles et triples. Théorème de Fubini. Changements de variables classiques (polaire dans le plan, cylindrique et sphérique dans l'espace) et formules générales.

1.4 Champs de vecteurs

Gradient, potentiel scalaire. Intégrale sur un arc, circulation, formule de Green-Riemann. Application au calcul de l'aire d'un morceau de surface (délimité par une courbe en polaire ou paramétrique dans \mathbb{R}^2).

2 Formes quadratiques, quadriques

2.1 Formes quadratiques sur \mathbb{R}^n

Formes bilinéaires symétriques, formes quadratiques, forme polaire associée.

Matrice d'une forme quadratique, formule de changement de base.

Réduction d'une forme quadratique *dans une base orthonormale*.

2.2 Coniques, quadriques

Étude algébrique : équation réduite, axes, centre éventuel.

Classification des coniques et des quadriques : équation réduite et allure.

Révision du programme de PTSI sur les coniques.