

Programme de colle 2

Classe de PT

Semaine du lundi 16 au vendredi 20 septembre

Liste des questions de cours

- Expression de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{N}$.
- Soit A un anneau. Montrer que, si $x \in A$ est nilpotent, $1 - x$ est inversible.
- Limite de la suite $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$.

1 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

2 Combinatoire

- Soit $f : E \rightarrow F$. Si $\text{Card } E = \text{Card } F < \infty$, alors f bijective $\iff f$ injective $\iff f$ surjective.
- **Formule du binôme**, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

3 Groupes, anneaux, corps

- Caractérisation d'un sous-groupe et d'un sous-anneau, définition d'un corps.
- Morphismes de groupes et d'anneaux.

Pas d'exercices d'algèbre pure, mais des exercices faisant intervenir les suites, les fonctions trigonométriques (pour définir la loi du groupe par exemple), ou des groupes de matrices.

4 \mathbb{R} et les suites réelles

4.1 \mathbb{R}

Borne sup, inégalités triangulaire, inégalités de convexité, inégalité de Cauchy-Schwarz.

4.2 Convergence d'une suite

Définition de la convergence (avec des ε), équivalente à $|u_n - u_p| \leq \varepsilon$.

4.3 Situations classiques

- **Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^n q^k$.

- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas f monotone ou f contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine.

4.4 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.