

Programme de colle 12

Classe de PT

Semaine du lundi 9 au vendredi 13 décembre

Liste des questions de cours

- Soit $E = E_1 \oplus E_2$ un \mathbb{K} -espace vectoriel de dimension finie, et $\dim E_1 = p$, $\dim E_2 = q$. Alors $u \in \mathcal{L}(E)$ laisse stable E_1 et E_2 si et seulement si il existe une base \mathcal{B} de E telle que $\text{Mat}(u, \mathcal{B}) = \left(\begin{array}{c|c} M_1 & 0 \\ \hline 0 & M_2 \end{array} \right)$ avec $M_1 \in \mathcal{M}_p(\mathbb{K})$ et $M_2 \in \mathcal{M}_q(\mathbb{K})$.
- Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et f définie par $f(M) = -M + \text{Tr}(M)A$. Montrer que f est un endomorphisme, et selon la valeur de $\text{Tr} A$, déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$.
- $\det \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$.

1 Matrices

Matrice d'une application linéaire, rang d'une matrice, produit matriciel, transposition, matrices de passage, Formule de changement de base, matrices semblables. Matrices triangulaires. Matrices blocs. Trace d'une matrice, d'un endomorphisme.

2 Déterminant

2.1 de n vecteurs

Déterminant de n vecteurs d'un espace de dimension n dans une base. Caractérisation des bases.

2.2 d'un endomorphisme

Déterminant d'un endomorphisme u , de $u \circ v$, de u automorphisme.

2.3 d'une matrice

Déterminant d'une matrice, d'un produit de matrice, d'une transposée.

Calculs : opérations sur les colonnes et sur les lignes, déterminant d'une matrice triangulaire blocs, d'une matrice triangulaire. Développement par rapport à une colonne ou une ligne.