Programme de colle 10

Classe de PT

Semaine du lundi 25 au vendredi 29 novembre

Liste des questions de cours
• Pour tout $(u,v) \in \mathscr{L}(E)^2$, $\quad \mathrm{Ker}\,(v \circ u) = \mathrm{Ker}\ u \Longleftrightarrow \mathrm{Ker}\ v \cap \mathrm{Im}\ u = \{0\}$ • Centre de $\mathscr{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties. • Interpolation de Lagrange : Pour tout $(a_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$ deux à deux distincts et tout $(b_i) \in \mathbb{R}^{n+1}$, il existe un unique $P \in \mathbb{R}_n[X]$ tel que $P(a_i) = b_i\ \forall i$ (avec preuve). Expression de P (sans preuve).

1 Généralités sur les espaces vectoriels

1.1 Structure algébrique

Caractérisation d'un sous-espace vectoriel, d'un morphisme d'espace vectoriel.
Caractérisation de $\mathrm{Vect}\,(x_1, \ldots, x_k)$ à l'aide des combinaisons linéaires.
Sommes, sommes directes de deux sous-espaces vectoriels.

1.2 Familles et bases, dimension finie

Définition des familles libres, familles liées, famille génératrices, bases.
Définition d'un espace vectoriel de dimension finie. Théorème de base incomplète. Relation entre bases et sommes directes.
Caractérisation de $F = F_1 \oplus F_2$ et de $\mathscr{F}$ est une base, dans un espace vectoriel de dimension finie.
Rang d'une famille de vecteurs.
Morphismes et bases : si $(e_i)_{i \in I}$ est une base de E, alors $u : E \to E'$ est entièrement déterminé par la famille $(u(e_i)_{i \in I})$. Caractérisation des injections, surjections et bijections. Projecteurs, symétries.
$\boxed{\textbf{Théorème du rang}}$.