

Programme de colle 1

Classe de PT

Semaine du lundi 9 au vendredi 13 septembre

Liste des questions de cours

- Expression de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{N}$.
- Soit A un anneau. Montrer que, si $x \in A$ est nilpotent, $1 - x$ est inversible.
- Démonstration du théorème de Cesàro.

1 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

2 Combinatoire

- Soit $f : E \rightarrow F$. Si $\text{Card } E = \text{Card } F < \infty$, alors f bijective $\iff f$ injective $\iff f$ surjective.
- Formule du binôme, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

3 Groupes, anneaux, corps

- Caractérisation d'un sous-groupe et d'un sous-anneau, définition d'un corps.
- Morphismes de groupes et d'anneaux.

Pas d'exercices d'algèbre pure, mais des exercices faisant intervenir les suites, les fonctions trigonométriques (pour définir la loi du groupe par exemple), ou des groupes de matrices.

4 \mathbb{R} et les suites réelles

4.1 \mathbb{R}

Inégalités triangulaire, inégalités de convexité, inégalité de Cauchy-Schwarz.

4.2 Convergence d'une suite

Définition de la convergence (avec des ε), équivalente à $|u_n - u_p| \leq \varepsilon$.

4.3 Situations classiques

- Suite et série géométrique : limites, expression de $\sum_{k=0}^n q^k$.
- Suites monotones bornées.
- Sommes de Riemann
- Théorème de Cesàro.

Les suites récurrentes linéaires ne sont pas au programme de cette semaine. Les DL et équivalents peuvent servir pour trouver une limite, mais n'ont pas encore été revu en tant que tels.