Révisions : Vacances de février

5 février 2024

Les seuls chapitres qui nous restent à traitersont

- La fin des espaces vectoriels normés : fonctions continues sur un espace vectoriel normé.
- Fonction d'une variable réelle à valeur dans $\mathbb{R}^n$: $f : I \to \mathbb{R}^n$. Courbes.
- Calcul différentiel : vous le pratiquez déjà en science physique (dérivées partielles, gradient etc).
- Équations différentielles : structure de l'espace des solution dans le cas des équations scalaires d'ordre 2, et dans le cas des système. Rien de vraiment nouveau.

Pour le reste, vous avez tout vu, et vous etes donc capable de faire la plupart des sujets d'annales, par exemple les sujets E3A ou CCP.
Ce document vous rappelle :

1) Les méthodes générales valable dans quasiment tous les chapitres, et toutes les situations.

2) La liste des questions de cours, et ce qu'il faut en tirer : exercice classique, méthode classique ou théorème incontournable.

3) Les méthodes et résultats par chapitre, avec une graduation : ne vous attaquez pas au niveau 2 ($\heartsuit$) tant que le niveau 1 ($\spadesuit$) du chapitre n'est pas maîtrisé, etc. Symboles : $\spadesuit$, $\heartsuit$, $\diamondsuit$, $\clubsuit$.

I) Méthodes générales

- Utiliser un brouillon.
- Vérifier ses calculs (la technique dépend du type de calcul : primitive, valeurs propres, etc...).
- Ne pas sauter d'étape dans un calcul : mieux vaut en écrire trop que faux.
- ÉCRIRE, même si vous pensez que votre idée ne mène à rien. Peut-être qu'une fois la formule écrite, vous aurez une autre idée. On réfléchit en écrivant ses idées, pas le regard dans le vague.
- Toujours faire des dessins, des croquis, des cercles trigo.
- Écrire le point de départ en haut de la feuille de brouillon, et le but en bas. Essayer de les relier.
- (suite du point précédent) Écrire les formules avec les notations du cours, *puis* les traduire dans les notations de l'énoncé, *puis* traduire ce qui signifie chaque morceau.
- $\heartsuit$ Lorsqu'on vous demande de montrer une égalité ou une inégalité dans $\mathbb{R}$, tout passer d'un côté : on sait comparer à 0.
- $\heartsuit$ Lorsque vous cherchez la question 4)b) ou 4)c) : peut-être que le 4)a) peut servir ?
- (Vérification $\spadesuit$) En présence d'une barre de fraction : risque de division par zéro ?

$$\text{« } \frac{a}{b} \text{ »} \rightsquigarrow \text{« } b \neq 0\,? \text{ »}$$

- (Vérification $\spadesuit$) Inégalités : s'il n'y a pas de valeurs absolues, demandez-vous s'il y a une bonne raison, si tout est positif (et dans ce cas le dire), ou si c'est un oubli.
- (Rédaction $\heartsuit$) Ne pas oublier les $\forall x \in \dots$: pas de variable orpheline, qui n'a pas été fixée avant (soit par vous, soit par l'énoncé).
- (Rédaction $\heartsuit$) Citer les questions utilisées : « (d'après 1a) ».

II) Liste des questions de cours

($\star$) = difficile
(m) = méthode à connaître
(th♠) = théorème ou résultat incontournable
(c) = classique, peut tomber tel quel
(ci) = classique, peut tomber avec indications

1) (c♠) Expression de $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\cos(kx)$ pour $x\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}$.

2) (c$\star\star$) Démonstration du théorème de Cesàro.

3) (c♠) Limite de la suite $u_n=\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$, avec $x\in\mathbb{R}$ (équivalent de $e-\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$).

4) (ci) Nature de la série de Bertrand $\displaystyle\sum\frac{1}{n^\alpha(\ln n)^\beta}$ selon $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$, pour $\alpha\neq 1$.

5) (th♠) Les dix DL usuels : famille exponentielle (exp, cos, sin), géométrique ($\dfrac{1}{1-x}$, $\dfrac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $\mathrm{Arctan}\,(x)$), $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha\in\mathbb{R}$ à l'ordre n ; $\tan(x)$ à l'ordre 3.

6) (m$\star$) Soit $f:[0,1]\to[0,1]$ continue. Montrer que f admet un point fixe.

7) (m) Limite en 0^+ de $x\mapsto\dfrac{x^{(x^x)}\ln x}{x^x-1}$.

8) (m) Variations, limite et équivalent de la suite $u_n=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\tan^n t\,\mathrm{d}t$.

9) (th♠) Nature des intégrales : $\displaystyle\int_1^{+\infty}\frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$, où $\alpha\in\mathbb{R}$; $\displaystyle\int_0^{+\infty}e^{-\beta t}\,\mathrm{d}t$ où $\beta\in\mathbb{R}$; $\displaystyle\int_0^1\frac{\mathrm{d}t}{t^\alpha}$, où $\alpha\in\mathbb{R}$; $\displaystyle\int_0^1\ln t\,\mathrm{d}t$

10) (ci) Nature de la série $\displaystyle\sum\frac{1}{n(\ln n)^\beta}$ en fonction de $\beta\in\mathbb{R}$.

11) (ci) Convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t$.

12) (m) Convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{\sin t}{\mathrm{sh}\ t}\,\mathrm{d}t$.

13) (mi) Soit $\alpha\in]0,1[$. Nature de la série $\displaystyle\sum\frac{1}{k^\alpha}$ et équivalent des sommes partielles.

14) (m) La suite des $f_n:[0,1]\to\mathbb{R}$ définie par $f_n(x)=x^n(1-x)$ converge uniformément sur $[0,1]$.

15) (m) La suite des $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ définie par $f_n(x)=\mathrm{Arctan}\,(nx)$ ne converge pas uniformément sur $\mathbb{R}$.

16) (m) La série des $f_n:\mathbb{R}_+\to\mathbb{R}$ définie par $f_n(x)=\dfrac{x}{x^2+n^2}$ pour $n\geqslant 1$ converge simplement sur $\mathbb{R}_+$, ne converge pas normalement sur $\mathbb{R}_+$, converge normalement sur tout segment $[0,A]$ avec $A>0$.

17) (m) $\displaystyle\int_0^{2\pi}\frac{1}{2-e^{it}}\,\mathrm{d}t=\pi$.

18) (th) Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme.

19) (m) Ensemble de définition et caractère $\mathscr{C}^1$ de $x\mapsto f(x)=\displaystyle\int_0^{+\infty}e^{-t^2}\cos(xt)\,\mathrm{d}t$. Équation différentielle vérifiée par f, expression de f sans intégrale.

20) (m) Si f et g sont deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ continues, f intégrable sur $\mathbb{R}$, et g bornée, montrer que $f*g$ est définie, continue et bornée. Si g est $\mathscr{C}^1$ et g' bornée, $f*g$ est $\mathscr{C}^1$ et expression de $(f*g)'$.

21) (c) Pour tout $(f,g)\in\mathscr{L}(E)^2$ qui commutent, $g(\mathrm{Ker}\ f)\subset\mathrm{Ker}\ f$ et $g(\mathrm{Im}\ f)\subset\mathrm{Im}\ f$.

22) (m$\star$) Pour tout $(u,v)\in\mathscr{L}(E)^2$, $\quad\mathrm{Ker}\,(v\circ u)=\mathrm{Ker}\ u\iff\mathrm{Ker}\ v\cap\mathrm{Im}\ u=\{0\}$

23) (ci$\star$) Centre de $\mathscr{L}(E)$: Les endomorphismes f qui commutent à tout endomorphisme sont les homothéties.

24) (c) Soit $f\in\mathscr{L}(E)$, $x\in E$ et $n\in\mathbb{N}^*$ tels que $f^{n-1}(x)\neq 0$ et $f^n(x)=0$. Montrer que $(x,f(x),\dots,f^{n-1}(x))$ libre.

25) **(m)** Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ et f définie par $f(M) = -M + \mathrm{Tr}\,(M)A$. Montrer que f est un endomorphisme, et selon la valeur de Tr A, déterminer Ker f et Im f.

26) **(m⋆)** det $\begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots & n \\ 2 & 2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ n & \cdots & \cdots & n \end{pmatrix}$.

27) **(c⋆)** Déterminant de Vandermonde (valeur et preuve).

28) **(th♠)** Énoncer les CNS pour qu'un endomorphisme $u \in \mathscr{L}(E)$ soit diagonalisable (définition et 2 théorèmes).

29) **(th⋆)** Énoncer la CNS pour qu'un endomorphisme $u \in \mathscr{L}(E)$ soit trigonalisable.

30) **(cm)** Si A et B sont semblables, alors $\chi_A = \chi_B$. $\mathrm{Tr}\,(A)$ est somme des valeurs propres (même complexes) de A avec multiplicité.

31) **(cm)** Sur $E = \mathbb{R}[X]$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \displaystyle\int_0^{+\infty} P(t)Q(t)e^{-t}\,\mathrm{d}t$ est un produit scalaire.

32) **(c)** Sur $E = \mathbb{R}_n[X]$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \displaystyle\sum_{i=0}^{n} P(a_i)Q(a_i)$, où $a_0, \dots, a_n$ sont des réels 2 à 2 distincts, Donner base orthonormée pour ce produit scalaire (avec preuve).

33) **(c)** Sur $E = \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$, $\varphi : (P, Q) \mapsto \mathrm{Tr}\,(A^T B)$ est un produit scalaire.

34) **(m)** Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$. $\left[\forall (X, Y) \in (\mathbb{R}^n)^2,\ X^T A Y = 0\right] \Longrightarrow A = 0$.

35) **(ci)** Un projecteur p est un projecteur orthogonal si et seulement si $\forall x \in E\ \|p(x)\| \leqslant \|x\|$.

36) **(c)** Les sous-espaces propres d'un endomorphisme autoadjoint sont deux à deux orthogonaux.

37) **(m)** Un projecteur p de E euclidien est un projecteur orthogonal si et seulement si p est un endomorphisme autoadjoint (avec preuve).

38) Soit $S \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$. Montrer que $S \in \mathscr{S}_n^+(\mathbb{R})$ si et seulement si il existe $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ telle que $S = A^T A$.

39) **(m)** Soit $f \in \mathscr{S}(E)$. Pour tout $x \in E$, $\inf(\mathrm{Sp}\,(f))\|x\|^2 \leqslant \langle f(x), x\rangle \leqslant \sup(\mathrm{Sp}\,(f))\|x\|^2$ p est un endomorphisme autoadjoint (avec preuve).

40) **(th ♠)** Tableau des lois de probabilités usuelles, complet (avec séries génératrices). *Connaître les lois usuelles, c'est l'analogue des DL usuels en analyse : incontournable.*

41) **(th ♠)** Formule des probabilités totales, système complet d'événements.

42) **(cm)** Loi conditionnelle : Une grenouille pond X oeufs selon une loi de poisson de paramètre $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$, chaque oeuf éclot de façon indépendante selon une loi de Bernoulli $\mathscr{B}(p)$. Loi du nombre Y d'oeufs éclot.

43) **(m)** Loi de couple : On effectue une suite de lancers indépendants avec une pièce non équilibrée (probabilité $p \in]0,1[$ d'avoir pile). Donner la loi de la longueur X de la première chaîne, et Y de la deuxième chaîne.

44) **(cm)** Soit X et Y deux variables aléatoires discrètes indépendantes. Donner la loi de $X + Y$ lorsque $X \sim \mathscr{P}(\lambda)$ et $Y \sim \mathscr{P}(\mu)$, avec $\lambda, \mu \in \mathbb{R}_+^*$. Donner la loi de $Z = \min(X, Y)$ lorsque $X \sim \mathscr{G}(p)$ et $Y \sim \mathscr{G}(q)$, avec $p, q \in]0,1[$.

45) **(th♠)** Rayon et somme des séries entières usuelles : famille exponentielle (exp, cos, sin, sh , ch), géométrique ($\dfrac{1}{1-x}$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $\mathrm{Arctan}\,(x)$), $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$.

46) **(m)** Rayon de convergence de la somme de deux séries entières, avec preuve.

47) **(m)** Rayon et somme de $\displaystyle\sum \frac{\mathrm{ch}\,(n)}{n} z^{2n}$. de $\sum c_n z^n$, où c_n est le nombre de chiffres de n en base 10.

48) **(mi)** $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(n-1)} = 2\ln 2 - 1$.

49) **(mi)** $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^4}} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\binom{2n}{n}}{4^n(4n+1)}$.

50) $T = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x+y \geqslant 0\right\}$ est convexe dans $\mathbb{R}^2$.

51) **($\star$)** La boule ouverte $B(0,\rho)$ est ouverte.

52) **($\star$)** Étude des limites en $(0,0)$ de $(x,y) \mapsto \dfrac{xy}{x^2+y^2}$ et $(x,y) \mapsto \dfrac{x^2y}{x^2+y^2}$.

53) **(cm$\star$)** det : $\mathscr{M}_n(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}$ est continue et $GL_n(\mathbb{R})$ est ouvert.

54) **(cm$\star$)** Si $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$ tel que $(A^k)_k$, alors $M = \lim\limits_{k\to+\infty} A^k$ est la matrice d'un projecteur.

55) **(m)** Étude des extrema de $f(x,y) = x^3+y^3-3xy-1$ sur $\Omega = \mathbb{R}^2$.

III) Méthodes et résultats par chapitres

A) Révisions d'analyse

Feuilles : *Trigonométrie, suites, séries numériques, compléments sur les séries numériques, fonctions d'une variable réelle.*
Chapitres : $\mathbb{R}$ *et les suites réelles, Séries numériques, Fonctions d'une variable réelle, compléments sur les séries numériques.*
Méthodes générales d'analyse :

- ♠ Suites, séries, et tout ce qui est indexé par des entiers : écrire les premiers termes (les 7 ou 8 premiers termes si nécessaire). Juste les formules, sans effectuer nécessairement les calculs.
- ♠ Écrire les $\sum$ avec des pointillés au brouillon — pour vérifier ce qu'on dit, et pour avoir des idées si vous êtes bloqués.
- ♠ Pour calculer une limite, prendre un équivalent. Pour prendre un équivalent, passer au besoin par un DL. (cf. x^{x^x}).
- ♠ Connaître la série géométrique.
- ♡ Une suite (ou une fonction : de la variable réelle) avec $(...n....)^{...n...}$: passer à l'exponentielle.
- ♡ Obtenir une inégalité, c'est déterminer un signe. Pour déterminer un signe, on peut étudier les variations. Donc le signe de la dérivée. Dériver le nombre de fois nécessaire.

Séries numériques : Définition d'une série convergente, condition nécessaire de convergence (contre exemple : $\sum \dfrac{1}{n}$ ♠) et les principales méthodes d'étude pour les séries à termes positifs : comparaison à Riemann ♠, équivalents, o, O, D'Alembert ♡.
Critère des séries alternées complet (trois hypothèses, trois conclusions...) ♡.
Produit de Cauchy de deux séries ♢.
Vérification ♠ : Si vous affirmez que $f \sim g$, est-ce que f/g tends vers 1 ?
Vérification ♠ Convergence des séries : pas de $\sum$ dans les calculs.

B) Intégration

Feuille et **Chapitre** : *intégration.*
Révisions :

- ♡ Deux méthodes : IPP ou changement de variable. Avec une indication ♠, savoir faire une IPP et un changement de variable.
- ♠ Connaître ses dérivées usuelles, préalable à la recherche de primitive.
- Savoir reconnaître $u'f(u)$ avec f usuelle ♡, particulièrement $u'u^\alpha$ et $u'e^u$ (♠).
- ♡ Du x dans une borne de l'intégrale : il s'agit de primitive. Poser F une primitive de ce qu'il y a dans l'intégrale, et faire les calculs avec ces notations. Impératif si les bornes sont de la forme $u(x)$ et $v(x)$.

Pour les intégrales généralisées :

- ♠ Comparaison aux intégrales de Riemann : $t^\alpha f(t)$, et la rédaction.
- ♡ Rédaction « $f : t \mapsto \dots$ est continue sur ... », puis « Étude en ... ».

- ♠ Contre-exemple type : $f(t)=\dfrac{1}{t}$.
- ♡ Comparaison série / intégrale : théorème, encadrement $f(k+1)\leqslant f(t)\leqslant f(k)$ et dessin allant avec.
- ♡ Théorèmes d'intégration par partie et de changement de variables dans le cas des intégrales généralisées, avec des hypothèses correctement vérifiées.

Vérification des primitives ♠ : est-ce que $F'=f$? Toujours le faire. Quoi qu'il arrive. Un accident est si vite arrivé.
Vérification, convergence des intégrales ♠ : Pas de symbole $\displaystyle\int$ dans les calculs.

C) Suites et séries de fonctions

Feuilles et **Chapitres** : *Suites et séries de fonctions, intégrales à paramètre.*
Les intégrales à paramètre ne sont pas des suites de fonctions, mais les théorèmes du chapitre sont des versions continues des théorème d'interversion de limites du chapitre sur les suites de fonctions.
♠ Savoir calculer une norme infinie.
Suites de fonctions : il faut connaître les définitions des convergences simple ♠ et uniforme ♠ et leurs conséquences ♡ sur la continuité, la dérivabilité de la limite et l'intégrale de la limite.
♡ Morale valable pour toute l'analyse : on ne sait qu'intégrer, pas dériver (en particulier les inégalités – penser au sinus : $-1\leqslant\sin\leqslant 1$). D'où les hypothèses des théorèmes.
Apprendre l'énoncé du théorème de convergence dominée ♠, avec un exemple.
Séries de fonctions : les convergences simple et uniforme ne sont qu'une application des suites de fonctions et on y ajoute la convergence normale ♠, définitions à connaître, ainsi que les conséquences ♡ sur la continuité et la dérivabilité de la somme.
À connaître aussi : Les théorème d'intégration terme à terme ♡, pour une intégrale sur un segment et pour une intégrale généralisée.
Intégrales dépendantes d'un paramètre : apprendre le théorème de continuité, le théorème de Leibniz, et le théorème de convergence dominée à paramètre continu, ici aussi avec un exemple simple.
Vérification ♠ : plus de x (ou de t) après le passage de $\|\ .\ \|_\infty$.
Vérification ♠ : pour les cv dominées, plus de x (ou de n) lorsque l'on domine : $|f_n|\leqslant\varphi$. $|h(x,t)|\leqslant\varphi(t)$. Etc.

D) Révisions d'algèbre linéaire

Feuilles : *Algèbre linéaire, Matrices, Déterminants.*
Méthodes ♡ : montrer une égalité entre ensembles, une inclusion.
Savoir les définitions de base vues pour la plupart en sup : famille libre, liées, base, dimension ♠, sous-espace vectoriel ♠, endomorphisme ♠ et autres, image, noyau ♠, sommes directes ♡....
Matrice d'une application linéaire ♠, formules de changement de base ♠. Théorème du rang ♠.
Propriétés de base des déterminants, liées à la multilinéarité, formules de développement, techniques de calcul ♠, cas des matrices triangulaires ♠.
Utilisation des déterminants : matrices inversibles.
Vérification : nature des objets. On parle de dimension uniquement pour un sous-espace vectoriel ou un espace vectoriel, on prend le déterminant d'une matrice carrée, etc...

E) Réduction

Feuille : *Réduction.*
Vocabulaire de base : vecteur propre, valeur propre, sous-espace propre (résoudre un système ♠).
Polynôme caractéristique, on doit connaître sa définition ♠, son degré ♡, deux coefficients ♢ et son utilité ♠. Vérifier les racines avec la trace ♠.
Polynôme annulateur : conséquence sur le spectre ♡.
Théorème : les conditions nécessaires et suffisantes de diagonalisation ♡ (polynôme ou sous-espace propre).
Savoir diagonaliser une matrice ♠. Avoir au moins trois exemples en tête ♡ : $\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&-1\\0&-2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$.

Vérifications ♠ : vérifier le calcul des valeurs propres avec la trace, vérifier ses théorèmes avec des exemples (par exemple ci-dessus).

F) Algèbre bilinéaire

Feuille : *Euclidiens.*
Méthode ♡ : une norme euclidienne se manipule au carré.
Définition d'un produit scalaire ♠, d'une base orthonormée ♠, inégalité de Cauchy-Schwarz ♡.
Expression du produit scalaire dans une base orthonormale, forme matricielle (=le cas de $\mathbb{R}^n$ canonique) ♠.
Projecteurs orthogonaux ♡.
Lemme, formule de polarisation, isométries, propriétés, groupe orthogonal ♡.
Endomorphismes autoadjoints, matrices symétriques : définition précise et un énoncé complet du théorème spectral ♠. Définition des matrices symétriques positives, définies positives ♡, et caractérisation via leur spectre ♢ (resp. version endomorphismes).
Vérification ♠ : êtes vous bien dans une base orthonormée ?

G) Probabilités

Feuilles : *Probabilités, séries entières (fin).*
Variables aléatoires : commencer *avant toute autre chose* par donner $X(\Omega)$.
Méthode : Décrire les événements (au besoin les nommer), ne pas se précipiter sur les calculs de probabilités.
Construire des événements à partir de variables aléatoires : $(X = k)$, $(X \geqslant k)$, etc... Vous avez droit à « et », « ou », « non » ♠. Et pour tout, il existe ♢.
Méthode de calcul de $P(Z = k)$: Formule des probabilités totales, où $(X = k)_{k\in X(\Omega)}$ est le système complet d'événement. *ex : grenouilles, longueur Y de la deuxième chaîne, loi de $X + Y$.*
Les théorèmes de continuité croissantes et décroissantes ♢. Système complet d'événements. Événements disjoints ♠.
Les diverses formules : probabilités conditionnelles ♠, composées ♠, totales ♠, de Bayes ♢. Évènements indépendants.
Variables aléatoires : loi de probabilité ♠, couple de variables aléatoires ♡, variables aléatoires indépendantes ♡. Espérance ♠, variance ♡, écart-type ♡, théorème de Transfert ♠.
Espérance d'un produit : variables indépendantes, théorème du transfert ♡.
Variables aléatoires à valeurs dans $\mathbb{N}$, espérance, séries génératrices ♡, cas d'une somme de variables indépendantes ♢.
Lois binomiales, géométrique et de Poisson : tableau à connaître ♠, y compris les séries génératrices ♡.
Inégalités de Markov ♢ et Bienaymé-Tchebychev ♡ (avec une inégalité large) loi faible des grands nombres ♢.
Vérification ♠ : Nature des objets (intersection et union d'événements, etc).
Vérification ♠ : À l'intérieur du $P(\quad)$, est-ce bien un événement ? C'est-à-dire un ensemble ou une proposition vraie ou fausse. Cf. « Méthodes », ci-dessus, pour détecter et construire des événements.

H) Séries entières

Feuille : *Séries entières.*
Savoir déterminer un rayon de convergence ♠, connaître le type de convergence suivant la zone ♡, avec les conséquences de continuité ♡, dérivabilité ♠ et intégration ♡.
Il faut connaître les DSE usuels ♠ (cf. questions de cours).
Vérification ♠ : Une série entière est une somme pour $n \in \mathbb{N}$ de $a_n x^n$ avec a_n un coefficient.

I) Espaces vectoriels normés ♣

Feuille : *Espaces vectoriels normés.*
On en restera à la définition d'une norme, aux résultats de base sur la continuité et les limites composante par composante **en dimension finie**. Garder en tête l'idée principale : lorsqu'on parle de limites, il y a quasiment toujours de la continuité à invoquer.