# Programme de colle 1

Classe de PC

Semaine du lundi 9 au vendredi 13 septembre

| Liste des questions de cours |
| --- |
| • Expression de $\sum_{k=0}^{n} \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.<br>• Démonstration du théorème de Cesàro.<br>• Limite de la suite $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$ ; équivalent de $e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. |

## 1 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

## 2 Complexes

Révisions PCSI.

## 3 Combinatoire

- Soit $f : E \to F$. Si Card $E =$ Card $F < \infty$, alors $f$ bijective $\iff$ $f$ injective $\iff$ $f$ surjective.
- **Formule du binôme**, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

## 4 $\mathbb{R}$ et les suites réelles

### 4.1 $\mathbb{R}$

Inégalités triangulaire , inégalité de Cauchy-Schwarz.
Définition de la convergence d'une suite, avec des $\varepsilon$.

### 4.2 Situations classiques

**Suite et série géométrique** : limites, expression de $\sum_{k=0}^{n} q^k$.
Suites croissantes majorée et décroissantes minorées. Sommes de Riemann. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.
Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas $f$ monotone ou $f$ contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

### 4.3 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.
Les dix DL usuels : famille exponentielle (exp, cos, sin), géométrique ($\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$, $\mathrm{Arctan}\,(x)$), $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ à l'ordre $n$ ; $\tan(x)$ à l'ordre 3.

### 4.4 Séries numériques

Révisions de PCSI : définition de la convergence, de la convergence absolue.
Séries de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Comparaison de séries à termes positifs : $\leqslant$, grand $O$, petit $o$, équivalent.
Formule de Stirling : équivalent de $n!$.
Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.