

Programme de colle 20

Classe de PC

Semaine du lundi 19 au vendredi 23 mars

Liste des questions de cours

- Méthode pour déterminer l'équation cartésienne de la tangente en un point régulier d'une courbe plane donnée par une équation paramétrique $(x(t), y(t))$ ou cartésienne $f(x, y) = 0$.
- Étude et tracé de $t \mapsto (\cos(t), 2 \sin(t) - \sin(3t))$.
- Résolution de $ty' + (t - 1)y = t^2$ sur \mathbb{R} .

1 Fonctions vectorielles, arcs paramétrés

1.1 Fonctions vectorielles

Continuité, dérivabilité : définitions et propriétés. En particulier, tout se ramène à l'étude des composantes. Dérivées et dérivées k -ième de $L \circ f$ et $B(f, g)$, où L est linéaire et B bilinéaire.

1.2 Arcs paramétrés

Arc paramétré de classe \mathcal{C}^k , avec $k \in \mathbb{N}^*$. Point régulier, tangente en un point régulier. Construction d'arcs plans.

2 Calcul différentiel

2.1 Fonctions \mathcal{C}^1

Dérivées partielles, applications \mathcal{C}^1 , gradient, formule de Taylor à l'ordre 1. Compositions : règle de la chaîne et changements de variable.

Applications aux EDP. Recherche d'extrema.

2.2 Applications géométriques

Courbes, surfaces définies par une équation cartésienne.

2.3 Dérivées partielles d'ordre 2

Définition, classe \mathcal{C}^2 , théorème de Schwarz. EDP d'ordre 2, avec changement de variable (donné).

3 Équations différentielles linéaires

3.1 Équations différentielles scalaires d'ordre 1 et 2

Équations d'ordre 1, d'ordre 2 à coefficients constants : révision de première année.

Équation d'ordre 2 à coefficients non constants : théorème de Cauchy linéaire, structure de l'espace des solutions. Cas des équations à coefficients constants, cas des seconds membres de la forme $A \cos(\omega t)$ ou $A \sin(\omega t)$.

Recherche de solution développable en série entière.

3.2 Systèmes différentiels

Équation de la forme $X' = A(t)X + B(t)$: théorème de Cauchy linéaire, structure de l'espace des solutions.
Cas des systèmes à coefficients constants : révisions (cas diagonalisable, cas trigonalisable avec indication).