

# Programme de colle 13

Classe de PC

Semaine du lundi 8 au vendredi 12 janvier

## Liste des questions de cours

- Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique sont deux à deux orthogonaux (avec preuve).
- La loi de Poisson, définie sur les  $\{k\}$  et étendue à  $\mathcal{P}(\mathbb{N})$  par  $\forall A \in \mathcal{A} P(A) = \sum_{k \in A} P(\{k\})$ , définit une probabilité sur  $(\mathbb{N}, \mathcal{P}(\mathbb{N}))$ .
- Formule des probabilités totales, avec preuve.
- (loi conditionnelle) Une grenouille pond  $X$  oeufs selon une loi de poisson de paramètre  $\lambda \in \mathbb{R}_+$ , chaque oeuf éclot de façon indépendante selon une loi de Bernoulli  $\mathcal{B}(p)$ . Loi du nombre  $Y$  d'oeufs éclos.

## 1 Algèbre bilinéaire

### 1.1 Endomorphismes symétriques

#### 1.2 Définition

Définition et matrice (dans une base orthonormée) d'un endomorphisme symétrique.

#### 1.2.1 Réduction

Théorème spectral : un endomorphisme symétrique est diagonalisable dans une base orthonormée. Version matricielle.

## 2 Probabilités

### 2.1 Ensembles, cardinaux, tribus

Lien entre propositions et ensembles associés (et, ou, non,  $\forall$ ,  $\exists$ ). Définition d'un ensemble dénombrable,  $\mathbb{Z}$  est dénombrable, un produit cartésien d'ensemble dénombrable est dénombrable. Tribus.

### 2.2 Probabilités

#### 2.2.1 Généralités

Probabilité sur  $(\Omega, \mathcal{A})$ . Vocabulaire : univers, événement, événements incompatibles, système complet d'événements; événement presque sûr, événement négligeable. Croissance,  $P(A \cup B)$ , continuité croissante et décroissante, sous-additivité.

Lois géométrique et de Poisson sur  $\mathbb{N}$ .

#### 2.2.2 Probabilités conditionnelles, indépendance

Définition. Formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes. Indépendance de deux événements, indépendance mutuelle.