

Chaque numéro correspond à un exercice.

- 1) Question de cours. 1. $u_{n+1} - u_n$, factoriser. Penser au TLM. 2. Reconnaître la forme $u'f(u)$.
3. Décroissance donc encadrement.
- 2) f continue, forme de l'énoncé : TVI. $A = B \iff A - B = 0$.
- 3) Idem précédent. On prouvera l'existence de $x_1 \in [a, b]$ tel que $f(t) - f(x_1) \leq 0$ pour tout $t \in [a, b]$.
- 4) Après avoir prouvé que $\sup_{[a,b]} |f|$ existe et est atteint, utiliser la continuité de f .
- 5) 1. Du x dans les bornes : parle de primitive. 2. Vérifier que l'on est sur un intervalle.
3. Utiliser la conjugaison : compatible avec toutes les opérations.
- 6) à 9) Du x dans les bornes : poser G primitive de $g : t \mapsto \dots$. Un petit o s'intègre.
- 10) 1. 2 techniques : IPP ou changement de variable ? Ici, IPP. 2. Idem 1. 3. $A = B \iff A - B = 0$.
- 11) Du x dans les bornes, idem.
- 12) et 13) 1. Du x dans les bornes, idem. 2. Appliquer 1.
- 14) 1. $A + iB$.
2. $P + Q/(x^2 + x + 1)$ avec $\deg Q < 2$, puis faire apparaître u'/u et $1/(1 + u^2)$. 3. u'/u . 4. u'/u .
5. Pas $u'f(u)$? Linéariser. 6. IPP, but : tuer le polynôme. 7. $\cos$ est une exponentielle déguisée : cf 6.
8. IPP, but : fraction rationnelle.
- 15) Tout se calcule.
- 16) 1b. Indic : caractérisation séquentielle.
2a. Chasles. 2b. Chasles. 2c. Encadrement. 3. Changer la hauteur du triangle mais pas son aire.
- 17) Écrire les intégrales.
- 18) 1. Équivalent. 2. $t^2 f(t)$. 3. sinus ? Encadrer.
- 19) 1. Cf séries. 2. $u'f(u)$. 3. Il y a une série et une intégrale. 4. IPP ou changement de variable ?
- 20) 1. Vérifier la division, puis $|f(t)| \sim ?$ 2. QC : un peu tout. 3. En $t = a$, poser $t = a + h$ (plutôt $t = a - h$ ici, si on veut $h > 0$). 4. Idem. Vérifier le signe : convergence absolue entraîne convergence, pas la réciproque.
- 21) 1. $t = 2 + h$, $t^2 f(t)$. 2. Équivalent, Bertrand. 3. DL 4. $z = a + ib$, puis $t^2 |f(t)|$.
- 22) 1. Calcul : $t = e^x$ ou IPP pour tuer le $\ln(t)$.
2. Changement de variable $u = \sqrt{1 - t}$ (u = la partie compliquée).
3. $u'f(u)$. 4. Tester pour p et q petit, IPP ?, faire une récurrence.
- 23) 1. Tâtonner : si on vous le demande, c'est faisable.
2. Changement de variable u = la partie compliquée. Ici, $u = t^4$. Puis la preuve de $\frac{\sin t}{t}$ s'adapte.
- 24) 1. Soit on coupe en $t = 1$ (naturel), soit on prend une primitive de $\sin$ bien choisie (astucieux).
3. Chasles et changement de variables. Puis TCSSA.
- 25) Pas d'équivalent ou petit o à l'horizon : il faut majorer. Donc minorer $\sin$. Donc se placer sur $[0, \pi/2]$.
Il faut découper.
- 26) Vu les hypothèses, abandonnez l'idée d'utiliser des valeurs absolues. Faire apparaître l'hypothèse.
- 27) Les hypothèses sur f vous donnent juste le droit d'écrire un DL : ne pas se priver.
- 28) Quel serait l'analogue pour les séries ?
- 29) 1. Intégrer les relations de comparaison. 2. Idem, après IPP bien choisie.
- 30) Idem 29.1.
- 31) IPP.