Exercices : Suites numériques (suite)

1 Suites arithmétiques

EXERCICE 7

On range des boîtes de conserve de la façon suivante : une première rangée sur le sol. À cheval sur ces boîtes, on place une seconde rangée de boîtes (une de moins que pour la première rangée), et ainsi de suite jusqu'à la formation d'une pile d'allure triangulaire.
Les boîtes de conserve ont 10cm de diamètre et 10cm de hauteur.

1) Déterminer le nombre u_n de boîte que contient le n-ième étage de la pile, en fonction de n et de u_0. Quelle est la raison r de cette suite.

2) Déterminer le nombre de boîte que contient une pile ayant 24 boîtes à la base.

3) On veut entreposer une centaine (par exemple 105) boîtes dans la pile. De quelle largeur doit-on disposer à la base ?

4) Quelle sera alors la hauteur de la pile ? (on peut s'aider d'un dessin).

EXERCICE 8

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 6$ et de raison $r = 3$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Exprimer u_n en fonction de n.

4) Calculer u_{17} et $S_{11} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{11}$.

EXERCICE 9

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -3,2$ et de raison $r = 1,8$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Exprimer u_n en fonction de n.

4) Calculer u_{20} et $S_{15} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{15}$.

EXERCICE 10

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $r = -3$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Exprimer u_n en fonction de n.

4) Calculer u_{100} et $S_{20} = u_0 + u_1 + \ldots + u_{20}$.

EXERCICE 11

On considère la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -2$ et de raison $r = -5$

1) Calculer u_1 et u_2.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

3) Exprimer u_n en fonction de n.

4) Calculer u_{12} et $S_6 = u_0 + u_1 + \ldots + u_6$.

2 Suites géométriques

EXERCICE 12

D'après la légende, l'inventeur présumé des échecs indiens serait un brahmane nommé Sissa. Il aurait inventé le chaturanga pour distraire son prince de l'ennui, tout en lui démontrant la faiblesse du roi sans entourage. Souhaitant le remercier, le monarque propose au sage de choisir lui-même sa récompense. Sissa demande juste un peu de blé.
Il invite le souverain à placer un grain de blé sur la première case d'un échiquier, puis deux sur la deuxième case, quatre grains sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case en doublant à chaque fois le nombre de grains. On notera u_n le nombre de grains de blé sur la n-ième case.

1) Calculer u_1, u_2 et u_3.

2) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser sa raison.

3) Exprimer u_n en fonction de n.

4) Calculer (approximativement) le nombre de grains de blé que roi devrait placer sur l'échiquier pour satisfaire Sissa. Dans un premier temps, donner une formule, puis utiliser le fait que $2^{10} = 1024 \simeq 10^3$ pour obtenir un ordre de grandeur.

Conclusion : ce nombre représente approximativement les moissons de toute la terre pendant environ 5000 ans...

EXERCICE 13

1) Calculer les cinq premiers termes de la suite géométrique dont le premier terme est 3 et la raison $0,6$.

2) Calculer le u_n en fonction de n.

3) Calculer la somme des dix premiers termes de cette suite.

EXERCICE 14

Quel capital faut-il placer à 8% (par an) à la naissance d'un enfant pour obtenir à sa majorité un capital de 30 000 euros ?