Exercices : Fonctions, variations

EXERCICE 1

Dans cet exercice on cherche à *montrer* que la fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x+3 \end{array} \right.$ est croissante.

1) Tracer le graphe de la fonction f sur $[-3, 2]$.

2) Donner la définition d'une fonction croissante, en remplaçant $f(x_1)$ et $f(x_2)$ par leurs expressions.

3) Passer de $2x_1 + 3 \leq 2x_2 + 3$ à $x_1 \leq x_2$ (*cf.* cours sur les inéquations).

4) En s'inspirant des opérations que l'on a fait à la question précédente, montrer que la fonction f est croissante. On remarquera que si $1 * x_1 \leq x_2$, alors $\frac{2}{2}x_1 \leq x_2$ (puisque $\frac{2}{2} = 1$) et donc $2x_1 \leq 2x_2$.

EXERCICE 2

Dans cet exercice on cherche à *montrer* que la fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & ax+b \end{array} \right.$, où $a > 0$ et b sont fixé, est croissante.

1) Montrer que la fonction $x \mapsto 2x+4$ est croissante. Puis que la fonction $x \mapsto 2x+5$ est croissante.

2) Monter que si b est n'importe quel réel, la fonction $x \mapsto 2x + b$ est croissante.

3) Montrer que si a est un réel strictement positif fixé et b un réel fixé, alors la fonction f : $\left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & ax+b \end{array} \right.$ est croissante.

EXERCICE 3

Montrer que si a est un réel strictement positif fixé et b un réel fixé, alors la fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & -ax+b \end{array} \right.$ est décroissante. On pourra commencer par tester sur des exemples.

EXERCICE 4

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0; 22]$ par : $f(x) = 1/x$. On note $x_1 = 0,5$ et $x_2 = 4$.

1) Calculer les images de x_1 et x_2. Calculer l'image de 1. Tracer l'allure de la courbe.

2) On note D la droite passant par $(x_1, f(x_1))$ et $(x_2, f(x_2))$. Quel est le signe du coefficient directeur ?

3) Calculer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de D.

4) Est-ce que l'on obtiendrait le même signe pour tout couple (x_1, x_2) avec $x_1 < x_2$?