

Exercices : Exponentielle

Exercice 1

Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$$A = 3^2 \times 3^4$$

$$B = 1,5^4 \times 1,5^{-2}$$

$$C = 2,2^3 \times 2,2^{1,5}$$

$$D = (2^3)^4$$

$$E = (5,3^{0,5})^4$$

$$F = \frac{2,9^4}{2,9^{4,3}}$$

$$G = (2^3) \times 5^3$$

$$H = 5,3^4 \times 2,1^4$$

Exercice 2

Donner le sens de variation des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2,3^x$

2) $f(x) = 0,9^x$

3) $f(x) = 10,9^x$

Exercice 3

On étudie le nombre de bactéries contenues dans un organisme à la suite d'une infection. Il est donné, en fonction du temps (exprimé en heures), par la fonction f définie par :

$$f(t) = 100\,000 \times 1,1^t$$

pour t compris entre 0 et 3.

PARTIE A

1) Reproduire et compléter le tableau suivant. On donnera les valeurs arrondies à la dizaine :

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(t)$							

2) On admet que f a les mêmes variations, pour t compris entre 0 et 3, que la fonction d'expression $1,1^t$. Donner le tableau de variations de f .

3) Tracer dans un repère la courbe représentative de la fonction f . On prendra comme unités graphiques 2 cm pour 1 heure en abscisse et 1 cm pour 2 000 bactéries en ordonnée. On graduera l'axe des ordonnées à partir de 100 000.

PARTIE B

À partir du graphique réalisé dans la partie A, répondre aux questions suivantes.

1) Combien dénombre-t-on de bactéries au bout de 1 heure et 30 minutes ? 2 heures et 45 minutes ?

2) Au bout de combien de temps le nombre de bactéries a-t-il augmenté de 5 % ? De 10 % ?

Exercice 4

PARTIE A

À l'instant $t = 0$ (t exprimé en heure), on injecte dans le sang par piqûre intraveineuse une dose de 1,8 mg d'un médicament. On suppose que le médicament se répartit instantanément dans le sang et qu'il est progressivement éliminé. On considère que le corps élimine chaque heure 30 % du médicament. On note R_n la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant $t = n$, avec $n \in \mathbb{N}$. On a : $R_0 = 1,8$.

1) Calculer R_1 et R_2 .

- 2) Exprimer R_{n+1} en fonction de R_n puis démontrer que la suite (R_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- 3) Pour calculer chaque heure la quantité de médicament présente dans le sang, on utilise un tableur. La feuille de calcul est donnée en annexe 1. Quelle formule peut-on entrer dans la cellule B3 de façon à pouvoir la recopier vers le bas jusqu'à B12? Remplir les cellules B2, B3 et B4.
- 4) Exprimer R_n en fonction de n . Quelle autre formule peut-on entrer dans la cellule B3 de façon à pouvoir aussi la recopier vers le bas?
- 5) Au bout de combien de temps ne reste-t-il que 10 % du médicament?

PARTIE B

Pour avoir des résultats plus précis, on admet que le processus d'élimination peut-être modélisé par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 1,8 \times (0,7)^t$$

t est exprimé en heures et $f(t)$ est la quantité en mg de médicament présente dans le sang à l'instant t .

- 1) Sur la feuille annexe 2 on donne la représentation graphique de f sur l'intervalle $[0 ; 10]$. Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, en laissant apparents les traits de construction :
 - a. au bout de 3 heures quelle est la quantité de médicament présente dans le sang?
 - b. au bout de combien de temps ne reste-t-il que 10 % de la quantité initiale de médicament dans le sang?
- 2) À l'aide de la calculatrice remplir le tableau de valeurs ci-dessous, puis donner une valeur approchée par défaut du temps au bout duquel il ne reste que 10 % du médicament dans le sang (la réponse sera donnée en heures et minutes).

t	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,6	6,7	6,8	6,9
$f(t)$									

Annexe 1

	A	B
1	n	R_n
2	0	
3	1	
4	2	
5	3	0,617 4
6	4	0,432 18
7	5	0,302 526
8	6	0,211 768 2
9	7	0,148 237 74
10	8	0,103 766 42
11	9	0,072 636 49
12	10	0,050 845 54