Devoir de probabilités pour le lundi 8 mars

Correction.

Exercice 1

– 30% des dragées contiennent une amande ;
– 40% des dragées avec amande sont bleues, les autres sont roses ;
– 75% des dragées sans amande sont bleues, les autres sont roses.

Sophie choisit au hasard une dragée dans la boîte. On admet que toutes les dragées ont la même probabilité d'être choisies. On note :

- A l'évènement « La dragée choisie contient une amande » ;
- $\overline{A}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement A ;
- B est l'évènement « La dragée choisie est bleue ».

1) D'après l'énoncé, 30% des dragées contiennent une amande, donc $P(A) = 0{,}30$.

2) La somme des probabilités sur les branche issues d'un même nœud doit faire 1. Par exemple, on a $P_A(B) = 0{,}40$ d'après l'énoncé, donc $P_A(\overline{B}) = 1 - 0{,}40 = 0{,}60$. Etc.

3) A ∩ B : « la dragée contient une amande **et** est bleue ».
$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) = 0{,}30 \times 0{,}40 = 0{,}12$.

4) On nous demande de calculer $P_B(A)$. Par définition,

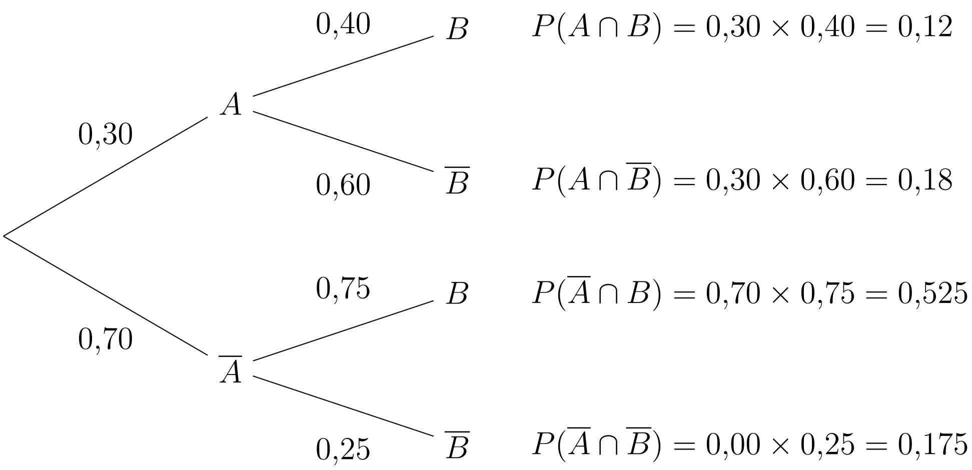
$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}12}{P(B)}$$

Il faut calculer $P(B)$: on cherche B sur les branches de l'arbre.

$$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B) = 0{,}12 + 0{,}525 = 0{,}645$$

En conclusion, $P_B(A) = \dfrac{0{,}12}{0{,}645} \simeq 0{,}19$.

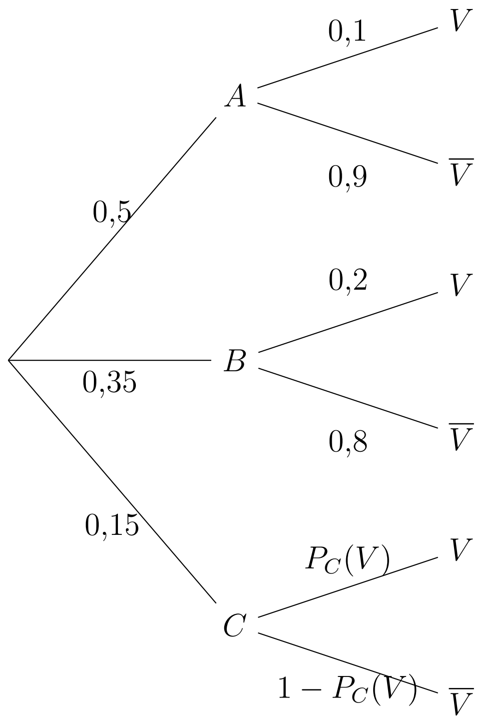
5) Non. Il y a plusieurs façon de le montrer : par exemple, $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$. Ou bien $P_A(B) \neq P(B)$. Ou bien, sans calculs, $P_A(B) = 0{,}40 \neq 0{,}75 = P_{\overline{A}}(B)$, alors que l'évènement A ne devrait avoir *aucune* influence sur le résultat...



Exercice 2
Une agence de voyage installe une plate-forme téléphonique afin de démarcher des clients et accroître ainsi son activité.
Cette entreprise a dans ses fichiers 50% de familles avec enfants, 35% de familles sans enfant et le reste étant des personnes vivant seules. On convient qu'un client est soit une famille avec enfant, soit une famille sans enfant, soit une personne vivant seule. On estime que 10% des familles avec enfants vont se décider pour un séjour avec l'agence de voyage et que 80% des familles sans enfant ne partiront pas avec l'agence de voyage.
Un employé de cette entreprise tire une fiche client au hasard. On considère les évènements suivants :

- A : « la fiche client représente une famille, avec enfants » ;
- B : « la fiche client représente une famille sans enfant » ;
- C : « la fiche client représente une personne vivant seule » ;
- V : « la fiche client représente un client qui part en vacances avec l'agence ».

1) Comme dans l'exercice précédent, la somme sur les branches doit faire 1. Ainsi, pour la branche vers C, on trouve $1 - 0{,}5 - 0{,}35 = 0{,}15$.



2)
- $\overline{V}$: « la fiche client représente un client qui ne part pas en vacances avec l'agence » ;
- $A \cap V$: « la fiche client représente une famille avec enfants qui part en vacances avec l'agence » ;
- $A \cup V$: « la fiche client représente une famille avec enfants ou un client qui part en vacances avec l'agence ».

3) **a.** $P(A \cap V) = P(A) \times P_A(V) = 0{,}5 \times 0{,}1 = 0{,}05$

b. $P(B \cap V) = 0{,}35 \times 0{,}2 = 0{,}07$

4) La probabilité de l'évènement : « la fiche client représente un client part en vacances avec l'agence sachant que c'est un client vivant seul »est $P_C(V)$. De plus

$$P(C \cap V) = P(C) \times P_C(V) = 0{,}15 P_C(V) = 0{,}06$$

Donc $P_C(V) = \dfrac{0{,}06}{0{,}15} = 0{,}4$.