Contrôle de Mathématiques (**A**)

Correction.

Exercice 1

Il faut passer par les effectifs, car *il ne faut **jamais** additionner des pourcentages ne se rapportant pas à la même population.*

Au collège Marilyn Monroe, il y a eu $0{,}61 \times 83 \simeq 51$ élèves reçus au Brevet. Dans les autres collèges de la ville de Trifouillis, il y a eu $0{,}75 \times 763 \simeq 572$ élèves reçus au Brevet.

Au total, il y a donc eu $51 + 572 = 623$ reçus pour $83 + 763 = 846$ candidats, ce qui représente un taux de réussite de 73,63%.

Exercice 2

1) $u_0 = 12$;

$u_1 = u_0 + 9 = 12 + 9 = 21$;

$u_2 = u_1 + 9 = 21 + 9 = 30$.

2) Chaque mois, Pierre rajoute 9 euros : $u_{n+1} = u_n + 9$.

3) On rajoute une quantité constante chaque mois : (u_n) est une suite **arithmétique** de raison 9 et de premier terme 12.

$$u_n = 12 + 9n$$

4) Le vélo coûte 150 euros, donc résolvons $150 = 12 + 9x$:

$$150 = 12 + 9x \Longleftrightarrow 150 - 12 = 9x \Longleftrightarrow x = \frac{138}{9} = \frac{46}{3} \simeq 15{,}3$$

Donc Pierre devra attendre 16 mois pour acheter son vélo.

Exercice 3

1) Au premier janvier, le salaire augmente de 5%, ce qui correspond à un coefficient multiplicatif de 1,05.

$u_1 = 1{,}05 \times u_0 = 1{,}05 \times 1100 = 1155$;

$u_2 = 1{,}05 \times u_1 = 1{,}05 \times 1155 = 1212{,}75$;

$u_3 = 1{,}05 \times u_2 \simeq 1{,}05 \times 1212{,}75 \simeq 1273{,}39$.

2) $u_{n+1} = 1{,}05u_n$. On multiplie par une quantité constante : (u_n) est une suite **géométrique** de raison 1,05 et de premier terme 1100.

3) $u_n = 1100 \times (1{,}05)^n$.

En $2012 = 2008 + 4$, le salaire de David sera $u_4 = 1100 \times 1{,}05^4 \simeq 1337{,}06$ euros.

4) **Attention :** Il y a 12 mois dans une année. Donc il faut multiplier par 12. On s'arrête au premier janvier 2025, c'est à dire à l'année 2024. L'année 2024 correspond à $n = 2024 - 2008 = 16$. D'après le formulaire,

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Donc $T = 12S_{16} = 12 \times 1100 \times \dfrac{1 - 1{,}05^{17}}{1 - 1{,}05} \simeq 341092{,}84$ euros.

5) On peut saisir la formule `=C2*1,05` (en suivant **2)**), ou bien `=C$2*1,05^B3` (en suivant **3)**).

6) Après calculs :

	A	B	C
1	Année	n	Salaire mensuel de David u_n
2	2008	0	1 100
3	2009	1	1 155
4	2010	2	1 212 ,75
5	2011	3	1 273 ,39
6	2012	4	1 337 ,06
7	2013	5	1 403 ,91

Exercice 4 (bonus)

1) **a.** $u_0 = 1500$. Chaque année il y a une baisse de 10% ($a = 0{,}9$) et 100 embauches :

- $u_1 = 0{,}9 \times 1500 + 100 = 1450$.
- $u_2 = 0{,}9 \times 1450 + 100 = 1405$.

b. Chaque année, il y a une baisse de 10%, ce qui correspond à un nouvel effectif de $0{,}9u_n$. De plus, il y a 100 embauches, donc on a $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2) **a.** Calculons v_{n+1} en fonction de v_n :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 1000 = 0{,}9u_n + 100 - 1000 = 0{,}9u_n - 900 = 0{,}9(u_n - 1000) = 0{,}9v_n$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 (un calcul des premiers termes aurait pu nous permettre de conjecturer la raison).

$$v_n = v_0(0{,}9)^n$$

b. $v_0 = u_0 - 1000 = 500$. De plus, $u_n = v_n + 1000$, donc

$$u_n = 500 \times 0,9^n + 1\,000$$

Contrôle de Mathématiques (**B**)

Correction.

Exercice 1
Il faut passer par les effectifs, car *il ne faut **jamais** additionner des pourcentages ne se rapportant pas à la même population.*
Au collège Kurt Cobain, il y a eu $0{,}76 \times 81 \simeq 62$ élèves reçus au Brevet. Dans les autres collèges de la ville de Trifouillis, il y a eu $0{,}65 \times 863 \simeq 561$ élèves reçus au Brevet.
Au total, il y a donc eu $62 + 561 = 623$ reçus pour $81 + 863 = 944$ candidats, ce qui représente un taux de réussite de 66,00%.

Exercice 2

1) $u_0 = 11$;
$u_1 = u_0 + 7 = 11 + 7 = 18$;
$u_2 = u_1 + 7 = 18 + 7 = 25$.

2) Chaque mois, Pierre rajoute 7 euros : $u_{n+1} = u_n + 7$.

3) On rajoute une quantité constante chaque mois : (u_n) est une suite **arithmétique** de raison 7 et de premier terme 11.

$$u_n = 11 + 7n$$

4) Le vélo coûte 100 euros, donc résolvons $100 = 11 + 7x$:

$$100 = 11 + 7x \Longleftrightarrow 100 - 11 = 7x \Longleftrightarrow x = \frac{89}{7} \simeq 12{,}7$$

Donc Pierre devra attendre 13 mois pour acheter son vélo.

Exercice 3

1) Au premier janvier, le salaire augmente de 6%, ce qui correspond à un coefficient multiplicatif de 1,06.
$u_1 = 1{,}06 \times u_0 = 1{,}06 \times 1200 = 1272$;
$u_2 = 1{,}06 \times u_1 = 1{,}06 \times 1272 \simeq 1348{,}32$;
$u_3 = 1{,}06 \times u_2 \simeq 1{,}06 \times 1348{,}32 \simeq 1429{,}22$.

2) $u_{n+1} = 1{,}06 u_n$. On multiplie par une quantité constante : (u_n) est une suite **géométrique** de raison 1,06 et de premier terme 1200.

3) $u_n = 1200 \times (1{,}06)^n$.
En $2012 = 2009 + 3$, le salaire de David sera $u_3 = 1200 \times 1{,}06^3 \simeq 1429{,}22$ euros.

4) **Attention :** Il y a 12 mois dans une année. Donc il faut multiplier par 12. On s'arrête au premier janvier 2025, c'est à dire à l'année 2024. L'année 2024 correspond à $n = 2024 - 2009 = 15$. D'après le formulaire,

$$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Donc $T = 12 S_{15} = 12 \times 1200 \times \dfrac{1 - 1{,}06^{16}}{1 - 1{,}06} \simeq 369684{,}40$ euros.

5) On peut saisir la formule `=C2*1,06` (en suivant **2)**), ou bien `=C$2*1,06^B3` (en suivant **3)**).

6) Après calculs :

	A	B	C
1	Année	n	Salaire mensuel de David u_n
2	2009	0	1 200
3	2010	1	1 272
4	2011	2	1 348 ,32
5	2012	3	1 429 ,22
6	2013	4	1 514 ,97
7	2014	5	1 605 ,87

Exercice 4 (bonus)

1) **a.** $u_0 = 1500$. Chaque année il y a une baisse de 10% ($a = 0{,}9$) et 100 embauches :
- $u_1 = 0{,}9 \times 1500 + 100 = 1450$.
- $u_2 = 0{,}9 \times 1450 + 100 = 1405$.

b. Chaque année, il y a une baisse de 10%, ce qui correspond à un nouvel effectif de $0{,}9u_n$. De plus, il y a 100 embauches, donc on a $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$.

2) **a.** Calculons v_{n+1} en fonction de v_n :

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 1000 = 0{,}9u_n + 100 - 1000 = 0{,}9u_n - 900 = 0{,}9(u_n - 1000) = 0{,}9v_n$$

Donc (v_n) est une suite géométrique de raison 0,9 (un calcul des premiers termes aurait pu nous permettre de conjecturer la raison).

$$v_n = v_0(0{,}9)^n$$

b. $v_0 = u_0 - 1000 = 500$. De plus, $u_n = v_n + 1000$, donc

$$u_n = 500 \times 0,9^n + 1\,000$$