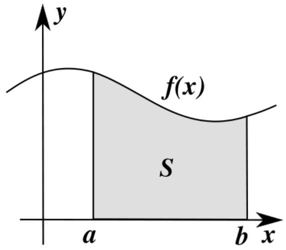


# Contrôle de mathématiques

**Exercice 1**
Déterminer la primitive des fonctions $f$ suivantes sur les domaines de définition précisés vérifiant la condition donnée.

**1)** $f(x) = x^4 - 3x^3 + 2$ avec $F(1) = 0$ sur l'intervalle $I = \mathbb{R}$

**2)** $f(x) = \dfrac{2}{x^3}$ avec $F(2) = 0$ sur l'intervalle $I = ]0, +\infty[$

**3)** $f(x) = \cos(3x + \pi)$ avec $F(0) = \pi$ sur l'intervalle $I = \mathbb{R}$

**4)** $f(x) = 3xe^{-x^2}$ avec $F(0) = 0$ sur l'intervalle $I = \mathbb{R}$

**Exercice 2**
Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_1^3 \frac{1}{3x+1}dx \qquad B = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx \qquad C = \int_0^1 \frac{x}{x^2-4}dx$$

**Exercice 3**
Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose $u_n = \displaystyle\int_1^2 \frac{1}{1+t^n}dt$

**1)** Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$ et pour tout $t \in [1, 2]$, $\dfrac{1}{1+t^n} \geq \dfrac{1}{1+t^{n+1}} \geq 0$.

**2)** En déduire que $u_n$ est décroissante minorée.

**3)** En déduire que $(u_n)$ converge.

**Exercice 4**
Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on pose $u_n = \displaystyle\int_1^n \frac{1}{1+t^2}dt$

**1)** Montrer que $u_n \geq 0$.

**2)** Montrer que $(u_n)$ est croissante.

**3)** En majorant $\dfrac{1}{1+t^2}$ par une fonction dont on peut calculer une primitive, montrer que $u_n$ est majorée.

**4)** En déduire que $(u_n)$ converge.