1. **Mécanique du point**

1. Définition:

   (a) Qu'est qu'un référentiel galiléen:

   i. Un référentiel est la donnée d'un repère et d'une horloge dans laquelle on décrit le mouvement d'un point.

   ii. Un référentiel galiléen vérifie le principe d'inertie i.e.: en l'absence d'influence extérieure, tout corps ponctuel perdure dans un mouvement rectiligne uniforme

   (b) Principe Fondamental de la Dynamique:

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \sum \vec{F}_{ext}\,. \tag{1.1}$$

   où $\vec{p}$ est l'impulsion, dans notre cas $\vec{p} = m\vec{v}$. Le plus souvent cette équation se traduit par:

$$m\dot{\vec{v}} = m\ddot{\vec{r}} = \sum \vec{F}_{ext}\,. \tag{1.2}$$

   avec $\vec{r}$ a position du point.

2. Chute libre:

$$m\ddot{\vec{r}} = -mg\vec{e}_z \tag{1.3}$$

$$\vec{r}(t) = -g\vec{e}_z\frac{t^2}{2} + \vec{v}_0 t + \vec{r}_0 \tag{1.4}$$

$$z(t) = -g\frac{t^2}{2} + \dot{z}|_0\, t + z_0 \tag{1.5}$$

$$x(t) = \dot{x}|_0\, t + x_0 \tag{1.6}$$

3. Ressort non-amorti:

   (a) Système masse ressort dans le référentiel du laboratoire

$$m\ddot{\vec{x}} = m\vec{g} + \vec{R}_n - k(x - x_0)\vec{e}_x \tag{1.7}$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}(x - x_0) \tag{1.8}$$

$$X = x - x_0 \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{k}{m} \tag{1.9}$$

$$\ddot{X} = -\omega_0^2 X \tag{1.10}$$

   (b) Analyse dimensionnelle pour $[\omega_0]$:

$$[\omega_0]^2 = \frac{[k]}{[m]} = M^{-1}\frac{MLT^{-2}}{L} = T^{-2} \tag{1.11}$$

   (c) Solution:

$$X(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) \tag{1.12}$$

$$X(t) = B_1\cos(\omega_0 t) + B_2\sin(\omega_0 t) \tag{1.13}$$

(d) Résolution:

$$X_0 = X(t=0) \quad ; \quad \dot{X}(t=0) = 0 \tag{1.14}$$

$$X(t) = X_0 \cos(\omega t) \tag{1.15}$$

(e) Tracer la trajectoire

(f) Calcul de l'énergie potentielle:

$$\dot{X}\ddot{X} = \dot{X}\left(-\omega_0^2 X\right) \tag{1.16}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\dot{X}^2\right) = \frac{1}{2}\left(-\omega_0^2\right)\dot{X}^2 \tag{1.17}$$

$$\frac{1}{2}\dot{X}^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 X^2 = e_{tot} \tag{1.18}$$

$$E_c = \frac{1}{2}m\dot{X}^2 \quad ; \quad E_p = \frac{1}{2}m\omega_0^2 X^2 = \frac{1}{2}kX^2 \tag{1.19}$$

(g) Tracer l'énergie potentiel, décrire le mouvement.

(h) Parler du portrait du phase.

4. Ressort amorti

(a) Force d'amortissement:

$$f = -m\lambda\dot{x}\vec{e}_x \tag{1.20}$$

(b) Résolution:

$$m\ddot{x}\vec{e}_x = -m\lambda\dot{x}\vec{e}_x - k(x - x_0)\vec{e}_x \tag{1.21}$$

$$\ddot{X} = -\lambda\dot{X} - \omega^2 X \tag{1.22}$$

$$\ddot{X} + \lambda\dot{X} + \omega^2 X = 0 \tag{1.23}$$

(c) Analyse dimensionnelle:

$$[\lambda] = \frac{[\ddot{X}]}{[\dot{X}]} = T^{-1} \tag{1.24}$$

(d) Solutions (cf. maths):

$$\Omega_0 = \omega_0\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2\omega_0}\right)^2} \tag{1.25}$$

$$\lambda \leq 2\omega_0 \tag{1.26}$$

$$X(t) = X_0 e^{-\lambda t}\cos(\Omega_0 t) \tag{1.27}$$

(e) Évolution de l'énergie

$$\dot{X}\left(\ddot{X} + \lambda\dot{X} + \omega^2 X\right) = 0 \tag{1.28}$$

$$\frac{1}{2}\left(\dot{X}\right) + \frac{1}{2}\omega^2 X^2 = e_{tot} - \int \lambda\dot{X}^2 dt \tag{1.29}$$

5. Pendule simple

   (a) Tracer le schéma du problème

   (b) Explication de la base polaire

   (c) Dérivée des vecteur de bases:

   (d) Produit vectoriel

   (e) Moment d'une force et moment cinétique

$$\mathscr{M}_O(\vec{F}) = \vec{OM} \wedge \vec{F} \tag{1.30}$$

$$\vec{L}_O(M) = \vec{OM} \wedge \vec{p} = \vec{OM} \wedge (m\vec{v}) \tag{1.31}$$

   (f) Théorème du moment cinétique:

$$\vec{OM} \wedge (m\dot{\vec{v}}) = \vec{OM} \wedge \left(\sum \vec{F}_{ext}\right) \tag{1.32}$$

$$\vec{OM} \wedge (m\dot{\vec{v}}) = \left(\sum \mathscr{M}_O(\vec{F}_{ext})\right) \tag{1.33}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_O(M) = \frac{d}{dt}\left(\vec{OM} \wedge (m\vec{v})\right) = \frac{d}{dt}(\vec{OM}) \wedge (m\vec{v}) + \vec{OM} \wedge \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \tag{1.34}$$

$$\frac{d}{dt}\vec{L}_O(M) = \left(\sum \mathscr{M}_O(\vec{F}_{ext})\right) \tag{1.35}$$

   (g) Équations du mouvement du pendule:

$$\ddot{\theta} = -\omega_0^2 \sin(\theta) \quad ; \quad \omega_0^2 = \frac{g}{\ell} \tag{1.36}$$

   (h) DL du sinus:

$$\sin(\epsilon) = \epsilon - \frac{1}{6}\epsilon^3 + ... \tag{1.37}$$

   (i) Oscillateur harmonique:

   (j) Formule de l'énergie:

$$\ddot{\theta}\dot{\theta} + \omega_0^2 \sin(\theta)\dot{\theta} = 0 \tag{1.38}$$

$$\frac{1}{2}\dot{\theta}^2 - \omega_0^2 \cos(\theta) = K \tag{1.39}$$

   (k) Séparation de variable:

$$\dot{\theta}^2 = 2K + 2\omega_0^2 \cos(\theta) \tag{1.40}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \sqrt{2K + 2\omega_0^2 \cos(\theta)} \tag{1.41}$$

$$T = 4\int_0^{T/4} dt = 4\int_0^{\theta_M} \left(\sqrt{2K + 2\omega_0^2 \cos(\theta)}\right)^{-1} \tag{1.42}$$

2. RSF électro-cinétique

1. Pont diviseur de tension (résistance)
2. Pont diviseur de courant (résistance)
3. Circuit RLC
4. Équivalence RLC — masse ressort (loi des mailles)
5. Ressort en régime forcé (masse-ressort)
6. Résonance du RLC — masse ressort
7. Définition d'une impédance complexe
8. Lien fonction de transfert, équation différentielle
9. Fonction de transfert d'un filtre de Wien (pont diviseur)
10. Gain en dB, phase, Bode
11. Puissance (formule complexe)

3. Optique

1. Énoncé des lois de Descartes

2. Lien lentille (plan sphère) lois de Descartes

3. Montage $4f$

4. Minimisation de la distance pour les lois de Descartes

5. Cyclotron s'il y a du temps