

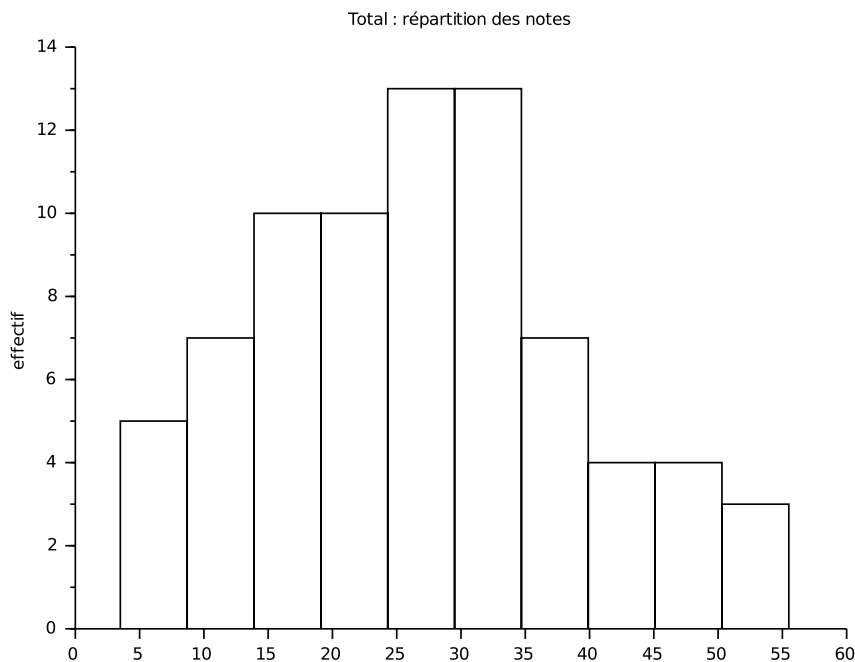
# Rapport du concours blanc n° 1

---

## Commentaires généraux

Le barème comportait au total 120 points répartis de la manière suivante : 22, 36, 24 et 38. Le sujet était très progressif et les deux premiers exercices ont été généreusement pourvus. La note maximale était atteinte à partir de 60 points, ce qui place la note de 10/20 à 30 points.

Voici la répartition des notes pour l'ensemble des 76 copies :



## Exercice 1

1. Une grande majorité des candidats connaît la méthode résolution des équations avec valeurs absolues, qui s'effectue par disjonction de cas. Certains oublient cependant de vérifier, pour chaque cas, que les solutions obtenues appartiennent bien à l'intervalle considéré.

Dans une part non-négligeable de copies, les deux valeurs charnières  $\frac{1}{2}$  et  $\frac{6}{7}$  sont mal ordonnées. Rappelons à tous une *méthode générale pour les inégalités*, considérer le signe de la différence :  $\frac{1}{2} - \frac{6}{7} = \frac{7-12}{14} < 0$ .

2. Malgré la présence caractéristique du coefficient binomial, trop peu de candidats pensent à la formule du binôme de Newton. Certains osent même une réponse qui dépend de l'indice de sommation (muet)!
3. Les croissances comparées sont souvent mal assimilées : attention,  $\ln(n)^2$  est dominé par  $n$  lorsque  $n \rightarrow \infty$ .
4. Beaucoup de formulations bancales dans la dernière partie, comme par exemple « on évalue  $e^x$  en  $X$  ». Une telle expression n'a aucun sens et révèle une confusion entre les notions de nombres et de fonctions.  
Attention à ne jamais écrire l'horreur «  $\ln(-1)$  » : ce nombre n'existe pas!
5. Les questions portant sur Scilab n'ont quasiment pas été abordées. Voilà une très mauvaise stratégie quand on sait, qu'avec un investissement minimal, elles représentent typiquement 2 points de la note finale sur 20.

## Exercice 2

6. (a) L'étude de la dérivabilité est généralement oubliée ou mal faite. Quelques horreurs dans les calculs de dérivée : rappelons que la dérivée de  $x \mapsto 3$  est la fonction nulle.

*Rapport officiel : Bien traitée en général.*

- (b) Question souvent mal traitée, allant jusqu'à des ignominies comme «  $\ln(0) = 0$  ».

*Rapport officiel : Un nombre important de candidats tente d'appliquer un théorème de bijection pour montrer que l'équation  $g'(x) = 0$  admet une unique solution  $p$  alors que la résolution algébrique de cette équation est immédiate :  $x^3 = 1$  .. si on pense à simplifier ou à transformer l'expression  $g'(x)$ .*

- (c) *Rapport officiel : Beaucoup d'arguments fantaisistes sont proposés et seul un tiers des candidats fournit un argumentaire cohérent (avec les résultats obtenus précédemment) et correct.*

7. Il est nécessaire de citer les *croissances comparées* pour justifier le calcul de  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ . Notons cependant,

qu'en plus d'être faux, écrire que «  $\frac{\ln(\frac{1}{n})}{(\frac{1}{n})^2} \rightarrow 0$  par croissances comparées » relève au mieux du bluff !

*Rapport officiel : Les calculs de limites manquent de justifications. La limite du quotient  $\frac{\ln(x)}{x}$  en  $0^+$  est souvent fautive (égale à 0 ou à  $+\infty$ ). L'équation de l'asymptote et sa position par rapport à la courbe sont obtenues par un nombre assez faible de candidats. Notons qu'une part importante de candidats confond le domaine d'existence de  $\ln(x)$  ( $x > 0$ ) avec le signe de  $\ln(x)$  ce qui explique l'apparition régulière dans les copies de la phrase : «  $\ln(x) > 0$  quand  $x > 0$  ».*

8. (a) L'ensemble de dérivabilité n'est généralement pas (ou mal) justifié.

*Rapport officiel : Bien traitée en général.*

- (b) *Rapport officiel : Trop de réponses sont erratiques et peu cohérentes. Seule la moitié des candidats réussit à répondre convenablement à cette question.*

- (c) Aucun tracé correct !

*Rapport officiel : Assez peu de réponses convenables. En outre, certains graphes de droites sont faux (confusion entre les droites d'équation  $y = 2x$  et  $y = \frac{1}{2}x$  pour les tracés).*

9. Le théorème de la bijection est très mal utilisé : il est nécessaire de justifier que  $2n \in f(]0, +\infty[)$ , ce qui peut se faire instantanément en identifiant cet intervalle à l'aide des limites (déjà calculées).

*Rapport officiel : Les réponses à la question a) sont généralement partielles ou incomplètes (20% de réponses correctement argumentées). Pour les autres questions, elles sont traitées par les meilleurs candidats.*

10. Mal compris en général. Certains candidats confondent le **nombre**  $x_4$  et l'**équation** ( $\mathcal{E}_4$ ).

## Exercice 3

11. (a) Étudier le signe de  $x \mapsto e^x - 1$  nécessitait d'écrire au moins un mot de la stricte monotonie de la fonction exponentielle. De nombreuses copies omettent étrangement de traiter le cas  $x < 0$ .

- (b) Beaucoup de réponses incohérentes avec la question précédente, qui dénotent peu d'esprit critique !

12. Certains candidats affirment que toute fonction continue (voire toute fonction définie) sur  $\mathbb{R}^*$  est dérivable sur  $\mathbb{R}^*$ , en dépit des mises en garde de leurs professeurs. On ne peut que les inviter à plus de sérieux.

Les calculs de dérivées sont souvent corrects mais extrêmement mal rédigés. Les notations abusives telles que «  $f(x) = u'/v$  » ou «  $\ln(u(x))'$  » révèlent de profondes confusions sur la nature des objets manipulés (nombres et fonctions) et font perdre beaucoup de crédit à leurs auteurs. Une plus grande rigueur leur apporterait assurément plus de clarté et de bienveillance.

13. (a) Le fait que  $xe^x$  soit le produit de  $x$  et  $e^x$  semble échapper à de nombreux candidats, tant pour l'étude de la dérivabilité que pour l'étude du signe de  $g'(x)$ .

- (b) On attendait une justification précise du signe de  $g$  (étude de son minimum), présente seulement dans la moitié des copies.
14. Ce type de question, extrêmement classique pour l'étude d'une suite définie par itération, appelle toujours une démonstration par récurrence. **Félicitons les candidats qui l'ont, dans leur grande majorité, rédigée très soigneusement !** Nombreux sont ceux qui, en revanche, ont escamoté l'argument central de l'hérédité : comme le montrent les deux questions suivantes, il était faux d'écrire que  $f(u_n) > u_n$  (et ceci n'a rien à voir avec le fait que  $f$  soit strictement croissante).
15. (a) Rappelons que les formules  $\ln(a) + \ln(b) = \ln(a \times b)$  et  $\ln(a) - \ln(b) = \ln(a/b)$  n'ont de sens que pour des réels  $a$  et  $b$  **strictement positifs** (pour des raisons de domaine de définition).  
 (b) Cette question, qui reposait sur les variations de  $f$ , a été généralement très mal rédigée.  
 (c) Application directe de la question précédente. Attention à bien quantifier la variable  $n$ .
16. Les candidats pensent à invoquer le théorème de convergence des suites monotones, **très bon réflexe !** Cependant, la résolution de l'équation  $f(\ell) = \ell$  a échappé à la plupart d'entre eux : on pouvait pour cela réinvestir l'étude des variations via le théorème de la bijection.

## Exercice 4

Extraits du rapport officiel :

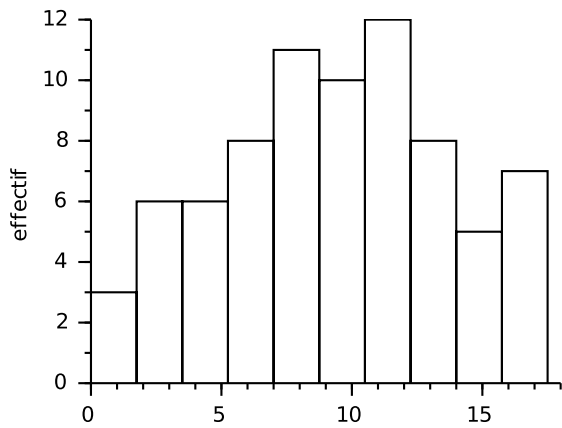
*Le problème avait pour thème central les suites de Fibonacci et se proposait d'étudier certaines propriétés de ces suites [...] En analyse, il était nécessaire de posséder de bonnes connaissances sur les suites, les équations du second degré, la notion de partie entière et la convergence [...]*

*Pour ce qui est de la forme, on observe beaucoup de copies mal présentées, des rédactions « désinvoltes » et de trop rares résultats encadrés ; de plus, dans plus de la moitié des copies, des calculs sont conduits sans explication ni argumentation.*

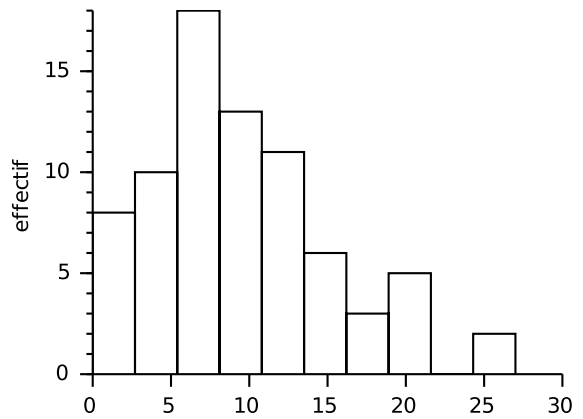
17. (a) Beaucoup de candidats s'embarquent dans de longs calculs non maîtrisés pour déterminer la forme explicite de la suite, ce qui ne répond pas à la question posée. Rappelons à ces candidats qu'une lecture précise des consignes est nécessaire pour gérer efficacement leurs efforts dans une épreuve de ce type.  
 (b) Un simple raisonnement par l'absurde permettait de répondre à cette question sans utiliser la monotonie de la suite. Attention au bluff ! Une affirmation non justifiée telle que « la suite n'est pas majorée » ne provoque qu'ire et méfiance chez le correcteur.
18. (a) Seuls les meilleurs candidats pensent à exploiter les relations entre coefficients et racines pour cette équation du second degré.  
 (b) Il est navrant de constater que, parmi les candidats qui ont explicité à tort le terme général de la suite à la question 17.(a), aucun ou presque ne pense à rentabiliser ici les calculs effectués. Insistons sur l'importance de lire l'énoncé dans son intégralité **avant de commencer à répondre**.  
 (c) Des arguments farfelus là où il s'agissait seulement de calculer les limites de deux suites géométriques.
19. Aucune copie ne parvient à simplifier cette expression.
20. Ces questions ont été massivement ignorées par les candidats. Elles nécessitaient une bonne compréhension de la définition de partie entière (rappelée dans l'énoncé) et une utilisation assez précise des encadrements.
21. Une seule copie calcule correctement cette somme de termes de deux suites géométriques.
22. Pourtant très facile, la question (a) n'a rencontré aucun succès.  
 Les deux autres questions, de niveau plus élevé, demandaient une compréhension assez finie de la notion de convergence. Personne ne s'y est attaqué.

# Répartition des notes par exercice

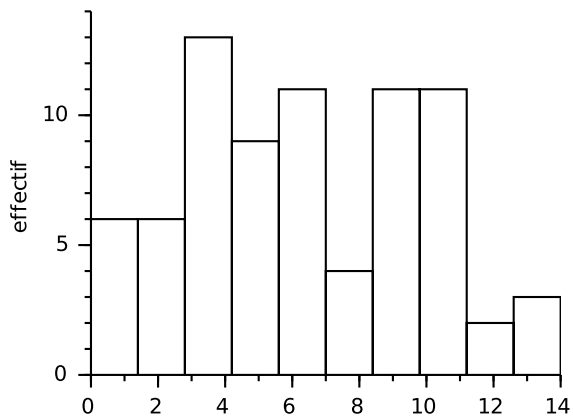
Exercice 1 : répartition des notes



Exercice 2 : répartition des notes



Exercice 3 : répartition des notes



Exercice 4 : répartition des notes

