

Test 1, durée 45min.

Les calculatrices, documents, et téléphones portables sont interdits.

Exercice 1 :

Donner en justifiant la nature (convergente ou divergente) des intégrales :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{1+t^2}, \quad \int_0^1 \ln(x) dx, \quad \int_0^{+\infty} \cos(t) dt, \quad \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$$

Exercice 2 :

Soit F la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par

$$F(x) = \int_0^1 \ln(1 + xe^t) dt.$$

1. Montrer que F est dérivable sur $[0, +\infty[$.
2. Donner une expression sans intégrale de $F'(x)$ pour tout $x \in [0, +\infty[$.