



Exercice 6 (Antilles-Guyane, juin 2008, 5pts)

L'entreprise Iron SA exploite un filon de minerai de fer depuis 1950.

La première année d'extraction l'entreprise a récupéré 20 000 tonnes de fer. Cependant depuis 1950, en raison des difficultés croissantes d'extraction, de l'appauvrissement du filon, les quantités extraites diminuent de 1% par an.

On appelle T_n le nombre de tonnes extraites l'année $(1950 + n)$. On a donc $T_0 = 20\ 000$.

Les résultats seront arrondis à la tonne.

- 1) Justifier que $T_1 = 19\ 800$ puis calculer T_2 et T_3 .
- 2) Exprimer T_{n+1} en fonction de T_n .
- 3) Quelle est la nature de la suite (T_n) ? En déduire l'expression de T_n en fonction de n .
- 4) Quelle est la quantité extraite en 2008 ?
- 5) Montrer que la quantité totale extraite entre 1950 et l'année $(1950 + n)$ est :

$$S_n = 2\ 000\ 000 \times (1 - 0,99^{n+1}).$$

- 6) En 1950, les géologues estimaient que ce filon recelait 1 000 000 de tonnes de métal, En quelle année théoriquement le filon sera-t-il épuisé ?

Formulaire :

– La somme S des $(n + 1)$ premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n + 1) \times \frac{u_0 + u_1}{2}.$$

– La somme S des $(n + 1)$ premiers termes d'une suite géométrique (u_n) de raison q ($q > 1$) est donnée par :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Exercice 7 (Polynésie, juin 2008, 6pts)

Ulysse, Victor et Walter sont nés tous les trois le 1^{er} janvier 2008.

À leur naissance, leurs pères respectifs ont décidé de leur mettre de l'argent de côté.

Le père d'Ulysse dépose 100 euros le 1^{er} janvier 2008 dans son coffre-fort et y ajoutera 200 euros tous les ans ;

Le père de Victor place 2 000 euros le 1^{er} janvier 2008 à intérêts composés au taux annuel de 3%.

Le père de Walter met 1 euro dans une tirelire le 1^{er} janvier 2008 puis y mettra 2 euros en 2009, 4 euros en 2010, 8 euros en 2011, 16 euros en 2012 .. Il déposera donc dans la tirelire chaque année, le double de la somme versée l'année précédente.

On note U_n , V_n , W_n les capitaux acquis par Ulysse, Victor et Walter à l'année $2008 + n$.

Partie A : On s'intéresse aux suites (U_n) et (V_n) .

On utilise un tableur. Voici un tableau représentant l'écran, les résultats ayant été demandés à 0,1 près.

	A	B	C
1	n	U_n	V_n
2	0	100	2 000
3	1	300	2 060
4	2	500	2 121,80
5	3	700	2 185,50
6	4	900	2 251
7	5	1100	2 318,50

- 1) Quelle formule faut-il entrer en B3 pour obtenir par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite (U_n) ? Quelle formule faut-il entrer en C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les valeurs des termes de la suite la suite (V_n) ?
- 2)
 - a. Justifier que (U_n) est une suite arithmétique dont on précisera le terme initial et la raison.
 - b. Justifier que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera le terme initial et la raison.
- 3) À 5 ans Victor dit à Ulysse « Je suis deux fois plus riche que toi ». Et à 10 ans, est-ce encore vrai? Justifier votre réponse.
- 4)
 - a. Exprimer U_n et V_n en fonction de n .
 - b. A 18 ans, Ulysse et Victor veulent s'acheter chacun une moto qui coûte 3 500 euros. Qui pourra le faire? Justifier.

Partie B : On s'intéresse à la suite (W_n) .

- 1) Calculer les termes W_1 , W_2 , W_3 et W_4 .
- 2) Exprimer W_n fonction de n .
- 3) Walter affirme qu'à 18 ans, il pourra acheter 149 motos à 3 500 euros. Vrai ou Faux? Justifier votre réponse.