I) Intégration

Exercice 1
Coder la méthode du point milieu, en commençant par décrire les arguments de la fonction.

Exercice 2
En reprenant la méthode des rectangles donnée dans le cours, comparer les trois méthodes dans le cas de $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t \, \mathrm{d}t$: on donnera l'écart au résultat théorique et le temps de calcul.

n	10^2	10^4	10^6
$\lvert I_n^{\text{rect}} - I\rvert$			
Temps rectangles			
$\lvert I_n^{\text{milieu}} - I\rvert$			
Temps trapèzes			
$\lvert I_n^{\text{milieu}} - I\rvert$			
Temps point milieu			

Pour chronométrer un calcul, on peut utiliser la commande `time()` de la bibliothèque `time` ainsi : commencer par importer la commande à l'aide d'un `from time import time` puis

```
t_debut = time()
<mon_calcul>
t_fin = time()
print(t_fin-t_debut)
```

Exercice 3
Tester le calcul approché de $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t \, \mathrm{d}t$ à l'aide de `quad` de la bibliothèque `scipy.integrate`.
`http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.quad.html`

II) Équations différentielles

Fonctions de la bibliothèque de calcul scientifique : `odeint` de `scipy.integrate`

Exercice 4

1) Implémenter l'algorithme du cours.

2) Le tester pour le problème de Cauchy suivant (dont on précisera la solution théorique) :

$$\begin{cases} y' &= y \\ y(0) &= 1 \end{cases}$$

3) Comparer avec la solution théorique : tracer sur un même graphe les deux solutions.

4) Comparer avec la solution donnée par la fonction de SciPy. On utilisera la fonction `odeint`. La syntaxe est donnée dans l'aide :
- Premier argument, le F de $y' = F(y, x)$ (attention, ordre des variable différent de celui du cours de maths),
- second argument, y_0.
- troisième argument, la subdivision $\{x_0, x_1, \ldots, x_n\}$ sous forme de tableau. Il est vivement conseillé d'utiliser un tableau `numpy` : `import numpy as np` puis `np.linspace(a,b,n)`.

On tracera et on comparera les temps de calculs.

Exercice 5 (pendule simple)
On considère un pendule simple oscillant dans un champ de pesanteur constant, composé d'une masse m fixée à l'extrémité d'une tige rigide de masse nulle tournant sans frottement dans le plan vertical autour de son extrémité fixe.

1) Retrouver l'équation $(\mathscr{E}) : \ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$.

2) Résoudre numériquement l'équation $(\mathscr{E})$ pour $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ et $\dot{\theta}_0 = 0$ (puis $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$), $g = 9.81 \mathrm{m.s}^{-2}$ et $L = 10$ cm à l'aide de la bibliothèque ad hoc.

3) Tracez les portraits de phase dans le plan de phase $\left(\frac{\theta}{\theta_0}; \frac{\dot{\theta}}{\theta_0\omega_0}\right)$ lorsque θ_0 parcourt $\left\{\frac{k\pi}{10} \mid k \in [\![0, 10]\!]\right\}$.

4) comparer avec les plans de phase obtenus avec l'approximation $\sin\theta = \theta$.

5) Choisir une liste de θ_0 différente.

6) Étudier le cas du pendule amorti.