Épreuve d'Informatique 2

Durée 1 h

L'usage des calculatrices est interdit.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 (8 points)

1) Écrire en python une fonction permettant de chercher un mot dans un texte.

2) Écrire en python une fonction permettant de trouver par dichotomie une solution approchée à `eps` près d'une équation $f(x) = 0$, où f est une fonction continue et monotone.

Exercice 2 (6 points)

On donne la fonction suivante, en Python. Les variables `x` et `n` sont de type entier.

```
def Mystere(x,n) : # x et n sont des entiers
    res=1
    while n>0 :
        if n%2==1 :
            res=res*x
        n=n//2
        x=x*x
    return res
```

1) Quelle est le nom de la variable locale dont le contenu est retournée par la fonction ? Quel est son type ?

2) Faire tourner « à la main » la fonction pour $x = 3$ et $n = 3$: donner la valeur des variables à la fin du premier passage dans la boucle, puis à chaque passage dans la boucle jusqu'à la fin de l'exécution de la boucle.

Même question pour $x = 2$ et $n = 10$.

3) Que semble faire la fonction `Mystere` ?

Conjecturer, à partir de la question 2 un invariant de boucle, puis prouver la correction de l'algorithme par récurrence.

4) On suppose que $n = 2^k$, avec $k \in \mathbb{N}$ fixé. Combien de passage doit-on faire dans la boucle ? En déduire la complexité en fonction de k puis de n.

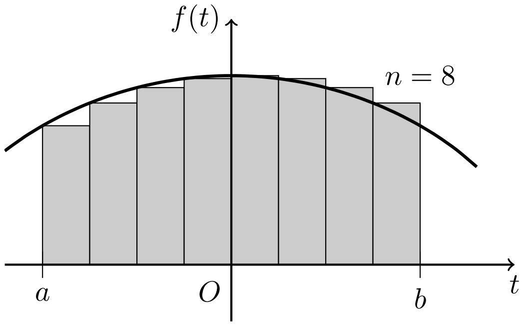
Exercice 3 (6 points)

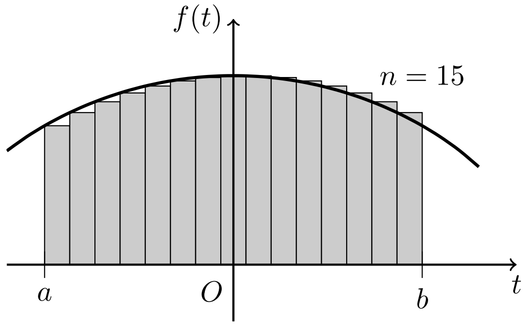
On pose $f(x) = \sqrt{\cos(x)}$, pour $x \in [-1, 1]$.

1) Rappeler une syntaxe python permettant d'utiliser les fonctions `cos` et `sqrt` de la bibliothèque `math`. Définir une fonction `f` qui prend un float `x` en entrée et retourne $f(x)$ en sortie.

2) On supposera désormais la fonction `f` construite. Le but est de calculer l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(t)\, dt$ par la méthode dite des rectangles.

Construire une fonction `Rectangles(f,a,b,n)` qui calcule un approximation de l'intégrale $\displaystyle\int_{a}^{b} f(t)\, dt$ selon le dessin suivant :





On découpe l'intervalle $[a, b]$ en n morceaux ($n \in \mathbb{N}^*$), le coin en haut à gauche de chaque rectangle est en $y_i = f(x_i)$. On approche l'aire sous la courbe par la somme des aires des rectangles : la fonction retourne la somme de l'aire des n rectangles.

On pourra utiliser l'expression suivante pour x_i :

$$\forall i \in \{0, \ldots, n-1\} \qquad x_i = a + \frac{i}{n}(b - a)$$

FIN DE L'ÉPREUVE