

Programme de colle 7

Classe de PT

Semaine du lundi 17 octobre au vendredi 4 novembre

Liste des questions de cours

- Nature de la série $\sum \frac{1}{n(\ln n)^\beta}$ en fonction de $\beta \in \mathbb{R}$.
- Soit $\alpha \in]0, 1[$. Nature de la série $\sum \frac{1}{k^\alpha}$ et équivalent des sommes partielles (exercice 25.1).
- Convergence de $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$.
- Énoncés des théorèmes de continuité et de dérivabilité sous le signe somme (les *deux*).

L'étude classique de la convergence (exercices 18 ou 21, par exemple les deux derniers cas de l'exercice 18) doit être bien maîtrisée, tant la démarche que la rédaction, même si elle n'apparaît pas sous forme de question de cours : on étudie $|f|$ à l'aide de \leq , o ou \sim , on en déduit que f est intégrable, donc que $\int_a^b f(t) dt$ converge.

1 Intégration

1.1 Intégrales sur un intervalle quelconque

1.1.1 Intégrales généralisées

Définition d'une intégrale convergente, d'une intégrale divergente.

Cas d'une fonction prolongeable par continuité.

Théorèmes de changement de variable, IPP.

1.1.2 Le cas des fonctions positives

1.1.2.1 Fonctions usuelles Au voisinage de $+\infty$ (Riemann et exponentielles), au voisinage de 0 (Riemann, $\ln(x)$).

Ces fonctions doivent être parfaitement connues

1.1.2.2 Relations de comparaison Majoration, grand O , petit o , équivalents.

Comparaison séries / intégrales. Calcul approché, majoration et recherche d'équivalents des sommes partielles d'une série divergente ou des restes d'une série convergente.

1.1.3 Intégrabilité et fonctions intégrables

Définition de l'*intégrabilité* et des fonctions *intégrables*. L'intégrabilité entraîne la convergence.

Si $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ est continue, alors $\int_I |f| = 0 \implies f = 0$.

1.1.4 Intégrales à paramètre

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme.