

Programme de colle 14

Classe de PT

Semaine du mardi 3 au vendredi 13 janvier

Liste des questions de cours

- Méthode pour déterminer l'équation de la tangente en un point régulier (équation paramétrique ; et équation cartésienne dans le cas plan $m = 2$)
- Étude locale d'une courbe plane : les quatre situations possibles, selon la parité de p et q (avec 4 dessins). Définition de p et q (sans preuves).
- Plan d'étude d'une branche infinie.
- Formules de Frenet : définition de \vec{T} , de \vec{N} , de α . Formules liant $\frac{d\vec{T}}{dt}$ et $\gamma(t)$ (avec preuve).

1 Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}^m ($m = 2$ ou 3)

1.1 Topologie et continuité

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^m . Définitions des boules, des ouverts, des fermés, des parties bornées. Définition d'un point intérieur, d'un point adhérent, d'un point extérieur. Définition de la frontière.

1.2 Fonctions d'une variable réelle à valeur dans \mathbb{R}^m

Limite, Continuité, caractérisation à l'aide des fonctions coordonnées.

Dérivation : définition, caractérisation avec des coordonnées. Formules de Leibniz pour $\varphi \cdot f$, $\langle f|g \rangle$, et $f \wedge g$. Formule de Taylor.

2 Courbes

2.1 Définition, Étude locale générale

Paramétrage, demi-tangente et tangente. Cas d'un point régulier. Équation de la tangente en un point régulier (cartésienne dans le cas plan, et paramétrique).

2.2 Courbes planes

2.2.1 Étude locale

Point singulier, définition de la tangente dans le cas singulier. Point de rebroussement, point d'inflexion. Position d'une courbe plane par rapport à la tangente (par rapport à une droite \mathcal{D} passant par M_0), allure de la courbe selon p et q .

2.2.2 Branches infinies

Asymptote, branche parabolique, utilisation des développements asymptotiques.

2.2.3 Plan d'étude d'une courbe plane

Réduction du domaine d'étude, variations de x et y , étude des branches infinies (position relative), des points singuliers. Tracé : placement des asymptotes, des tangentes aux points remarquable, tracé de la courbe.

2.3 Étude métrique des courbes

Longueur d'une courbe, abscisse curviligne, repère de Frenet, courbure, rayon de courbure, centre de courbure. Cercle de courbure.

2.4 Enveloppes

Enveloppe d'une famille de droites. Développées.