

Programme de colle 13

Classe de PT

Semaine du lundi 12 au vendredi 16 décembre

Liste des questions de cours

- Suites récurrentes d'ordre p : comment se ramener à une suite récurrente d'ordre 1 dans \mathbb{K}^p . Solutions lorsque A possède p valeurs propres distinctes (sans preuve).
- Énoncer les CNS pour qu'un endomorphisme $u \in \mathcal{L}(E)$ soit diagonalisable.
- Méthode pour déterminer l'équation de la tangente en un point régulier (équation paramétrique ; et équation cartésienne dans le cas plan $m = 2$)
- Étude locale d'une courbe plane : les quatre situations possibles, selon la parité de p et q (avec 4 dessins). Définition de p et q (sans preuves).

1 Réduction

1.1 Applications de la réduction

Calcul des puissances d'une matrice, d'une racine carré, d'un commutant.

Suites récurrentes linéaires dans \mathbb{R}^n . Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 (étude complète), d'ordre p (structure des solutions, savoir se ramener à de l'ordre 1), systèmes d'équations différentielles linéaire d'ordre 1.

2 Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans \mathbb{R}^m ($m = 2$ ou 3)

2.1 Topologie et continuité

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^m . Définitions des boules, des ouverts, des fermés, des parties bornées. Définition d'un point intérieur, d'un point adhérent, d'un point extérieur. Définition de la frontière.

2.2 Fonctions d'une variable réelle à valeur dans \mathbb{R}^m

Limite, Continuité, caractérisation à l'aide des fonctions coordonnées.

Dérivation : définition, caractérisation avec des coordonnées. Formules de Leibniz pour $\varphi.f$, $\langle f|g \rangle$, et $f \wedge g$. Formule de Taylor.

3 Courbes

3.1 Définition, Étude locale générale

Paramétrage, demi-tangente et tangente. Cas d'un point régulier. Équation de la tangente en un point régulier (cartésienne dans le cas plan, et paramétrique).

3.2 Courbes planes

3.2.1 Étude locale

Point singulier, définition de la tangente dans le cas singulier. Point de rebroussement, point d'inflexion.

Position d'une courbe plane par rapport à la tangente (par rapport à une droite \mathcal{D} passant par M_0), allure de la courbe selon p et q .

3.2.2 Branches infinies

Asymptote, branche parabolique, utilisation des développements asymptotiques.

3.2.3 Plan d'étude d'une courbe plane

Réduction du domaine d'étude, variations de x et y , étude des branches infinies (position relative), des points singuliers. Tracé : placement des asymptotes, des tangentes aux points remarquable, tracé de la courbe.

Bonnes vacances !