

Programme de colle 7

Classe de PC

Semaine du lundi 10 au vendredi 14 novembre

Liste des questions de cours

- La série des $f_n : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f_n(x) = \frac{x}{x^2 + n^2}$ pour $n \geq 1$ converge simplement sur \mathbb{R}_+ , ne converge pas normalement sur \mathbb{R}_+ , converge normalement sur tout segment $[0, A]$ avec $A > 0$.
- $\int_0^{+\infty} \frac{t}{e^t - 1} dt = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$
- Ensemble de définition et caractère \mathcal{C}^1 de $x \mapsto f(x) = \int_0^{+\infty} e^{-t^2} \cos(xt) dt$. Équation différentielle vérifiée par f , expression de f sans intégrale.
- Si f et g sont deux fonctions de \mathbb{R} dans \mathbb{R} continues, f intégrable sur \mathbb{R} , et g bornée, montrer que $f * g$ est définie, continue et bornée. Si g est \mathcal{C}^1 et g' bornée, $f * g$ est \mathcal{C}^1 et expression de $(f * g)'$.

1 Suites et séries de fonctions

1.1 Séries de fonctions

1.1.1 Convergences

Convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions. Liens.

1.1.2 Théorèmes avec convergence uniforme

De même : continuité, intégration terme à terme, dérivation terme à terme, cas \mathcal{C}^k . Théorème de la double limite.

1.1.3 Théorème sans convergence uniforme

Intégration terme à terme.

2 Intégrales à paramètres

Ensemble de définition, théorème de continuité sous le signe somme, théorème de convergence dominée à paramètre continu, théorème de Leibniz de dérivation sous le signe somme, cas des fonctions de classe \mathcal{C}^k .