

Programme de colle 1

Classe de PC

Semaine du lundi 8 au vendredi 12 septembre

Liste des questions de cours

- Expression de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ pour $x \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.
- Démonstration du théorème de Cesàro.
- Limite de la suite $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, avec $x \in \mathbb{R}$; équivalent de $e - \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

1 Révisions de trigonométrie circulaire et hyperbolique

2 Complexes

Révisions PCSI.

3 Combinatoire

- Soit $f : E \rightarrow F$. Si $\text{Card } E = \text{Card } F < \infty$, alors f bijective $\iff f$ injective $\iff f$ surjective.
- **Formule du binôme**, $\binom{n}{k}$.
- Manipulation du symbole Sigma : sommes telescopiques et changements d'indices.

4 \mathbb{R} et les suites réelles

4.1 \mathbb{R}

Inégalités triangulaire, inégalité de Cauchy-Schwarz.

Définition de la convergence d'une suite, avec des ε .

4.2 Situations classiques

Suite et série géométrique : limites, expression de $\sum_{k=0}^n q^k$.

Suites croissantes majorée et décroissantes minorées. Sommes de Riemann. Suites récurrentes linéaires d'ordre 2.

Suites récurrentes $u_{n+1} = f(u_n)$, en particulier le cas f monotone ou f contractante ($\sup_I |f'| < 1$).

4.3 Relations de comparaison

Grand O, petit o, équivalents.

Les dix DL usuels : famille exponentielle (\exp , \cos , \sin), géométrique ($\frac{1}{1-x}$, $\frac{1}{1+x}$, $\ln(1+x)$, $\ln(1-x)$), $\text{Arctan}(x)$, $(1+x)^\alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ à l'ordre n ; $\tan(x)$ à l'ordre 3.

4.4 Séries numériques

Révisions de PCSI : définition de la convergence, de la convergence absolue.

Séries de Riemann $\sum \frac{1}{n^\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Comparaison de séries à termes positifs : \lesssim , grand O , petit o , équivalent.

Formule de Stirling : équivalent de $n!$.

Théorème spécial des séries alternées, majoration et signe du reste.