

Exercices : Exponentielle

Exercice 1 (propriétés algébriques)

Simplifier, lorsque c'est possible, les expressions suivantes, où $x \in \mathbb{R}$ fixé.

$$1) A = e^{x+2} \times e^{-x+2} \quad 2) B = \frac{e^{2x+1}}{e^{-x+1}} \quad 3) C = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \quad 4) D = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} + \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1}$$

Exercice 2 (dérivées)

Calculer la dérivée de chacune des fonctions définies ci-dessous, en précisant leur ensemble de définition.

$$1) f(x) = (2x+3)e^x \quad 2) g(x) = e^x + 3x \quad 3) h(x) = (-3x+1)e^{-x} \quad 4) i(x) = xe^{-3x+2} + 6$$
$$5) j(x) = \frac{3}{1+4e^{-x}} \quad 6) k(x) = e^{-x^2}$$

Exercice 3 (limites)

Déterminer les limites suivantes et interprétez le résultat en terme d'asymptote lorsque cela est possible.

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-3x+2} \quad 2) \lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-3x+2} \quad 3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2 + e^{-x}} \quad 4) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2 + e^{-x}} \quad 5) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x+2}}{x^2 + 1}$$
$$6) \lim_{x \rightarrow +\infty} 3e^{2x} - x^2 \quad 7) \lim_{x \rightarrow -\infty} 3e^{2x} - x^2 \quad 8) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x}{x} \quad 9) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$$

Exercice 4

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in \mathbb{R}$, par $f(x) = e^x - x - 4$.

- 1) Étudier les variations de f .
- 2) En remarquant que, pour tout $x \neq 0$, $f(x) = x \left(\frac{e^x}{x} - 1 - \frac{4}{x} \right)$, déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
- 3) Démontrer que la droite \mathcal{D} d'équation $x + y + 4 = 0$ est asymptote à la courbe \mathcal{C}_f en $-\infty$ et préciser la position de \mathcal{C}_f par rapport à \mathcal{D} .
- 4) Tracer la droite \mathcal{D} et la courbe \mathcal{C}_f dans un repère orthonormé.

Exercice 5

Soit f la fonction définie, pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, par $f(x) = \exp\left(\frac{x-1}{x+2}\right)$.

- 1) Déterminer le tableau de variation de f .
- 2) Tracer \mathcal{C}_f en précisant ses asymptotes.