

**Terminale ES**

Devoir sur table de mathématiques n°1  
Samedi 22 novembre 2008

Classe : .....

Nom : .....

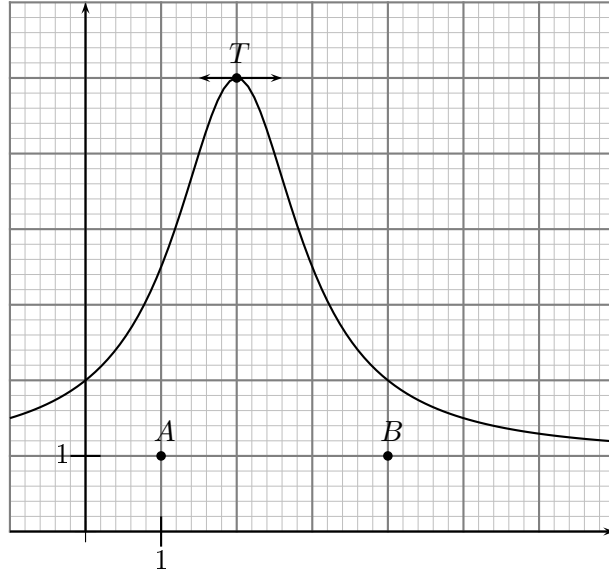
Prénom : .....

**Exercice 1** *Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des cinq questions, un seul des énoncés proposés est exact.*

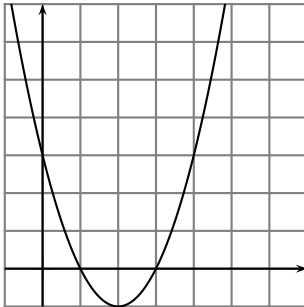
*Barème : une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 1 point, une absence de réponse n'apporte et n'enlève aucun point.*

On considère une fonction  $f$  connue par sa représentation graphique, que l'on note  $\mathcal{C}_f$ , sur l'intervalle  $[-1; 7]$ .

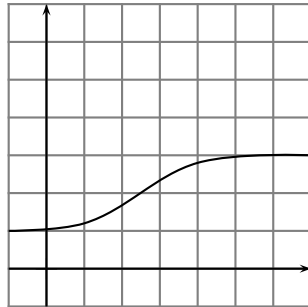
On connaît les points  $A, B$  et  $T$  par leurs coordonnées :  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$  et  $T(2, 6)$ . La droite  $(AB)$  est asymptote à la courbe en  $+\infty$ , et  $\mathcal{C}_f$  admet une tangente horizontale en  $T$ .



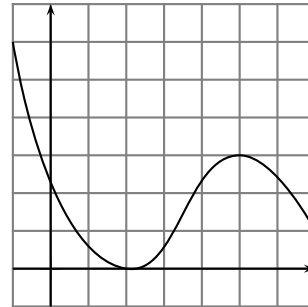
1. Parmi les trois graphiques suivants lequel correspond à celui d'une primitive de  $f$ .



Graphique 1



Graphique 2



Graphique 3

2.   $f'(2) = 5$

$f'(2) = -1$

$f'(2) = 0$

3.   $f'(3) = 0$

$f'(3) > 0$

$f'(3) < 0$

4.   $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

5. La fonction  $\frac{1}{f}$  est :

décroissante sur  $[2; 7]$

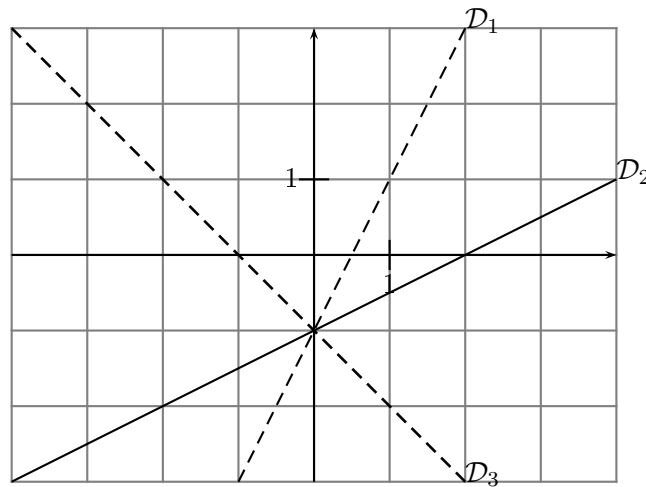
croissante sur  $[-1; +7]$

croissante sur  $]2; 7]$

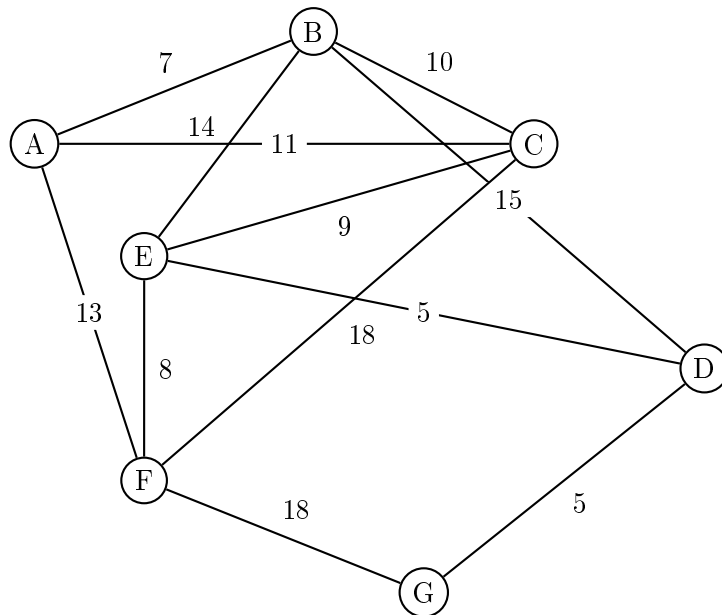
**Exercice 2** *Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité*

On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$  par  $g(x) = \frac{1}{2}x - 1 + \frac{1}{x+2}$ . On appelle  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Montrer que :  $g'(x) = \frac{\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1}{(x+2)^2}$ .
2. Expliquer pourquoi le signe du nombre  $g'(x)$  est le même que celui de  $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ .
3. Etudier le signe du polynôme  $P(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ .
4. En déduire le tableau de variations de la fonction  $g$ .
5. Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) - \frac{1}{2}x + 1$ , et déduire du résultat une conséquence graphique pour la courbe représentative de la fonction  $g$ .
6. Parmi les trois droites suivantes, laquelle pourrait être asymptote à  $\mathcal{C}_g$  en  $+\infty$ ? Justifier votre réponse.



**Exercice 3** *Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité*



Une grande ville a mis en place un système de location de bicyclettes en libre service. Un abonné peut ainsi louer une bicyclette dans une station puis la déposer dans n'importe quelle

station de son choix. la ville comporte sept stations de location nommées A, B, C, D, E, F et G.

Les stations sont reliées entre elles par une piste cyclable et les temps de parcours en minutes sont indiqués sur le graphe ci-dessus.

- Philippe, cycliste très prudent, décide de visiter cette ville en n'empruntant que des pistes cyclables. A-t-il la possibilité d'effectuer un parcours empruntant une fois et une seule toutes les pistes cyclables. Justifier la réponse. À la fin de ce parcours, pourra-t-il rendre sa bicyclette dans la station de départ? Justifier la réponse.
- On appelle  $M$  la matrice associée à ce graphe. on donne deux matrices  $N$  et  $T$  :

$$N = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 5 & 5 & 9 & 2 \\ 9 & 6 & 10 & 7 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 5 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 10 & 10 & 8 & 6 & 11 & 2 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 2 & 6 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } T = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 8 & 4 & 5 & 9 & 1 \\ 9 & 6 & 10 & 6 & 10 & 6 & 4 \\ 8 & 10 & 8 & 4 & 10 & 9 & 4 \\ 5 & 7 & 5 & 2 & 8 & 4 & 5 \\ 5 & 8 & 10 & 8 & 6 & 11 & 0 \\ 9 & 6 & 9 & 4 & 11 & 4 & 6 \\ 1 & 4 & 4 & 5 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

- Une des deux matrices  $N$  ou  $T$  est la matrice  $M^3$ . Sans calcul, indiquer quelle est la matrice  $M^3$ . Justifier la réponse.
  - Philippe a loué une bicyclette à la station F et l'a rendue à la station E. Au cours de son déplacement, il est passé exactement deux fois devant une station. Combien de trajets différents a-t-il pu suivre? Expliquer.
- Le lendemain, il envisage de rejoindre le plus rapidement possible la station G en partant de la station A. À l'aide d'un algorithme, déterminer un tel parcours et donner le temps nécessaire pour l'effectuer.

#### Exercice 4

Une entreprise produit des biscuits dont le coût de fabrication en milliers d'euros par tonne de biscuits produits est noté  $C(x)$ . Le coût des premières tonnes est récapitulé dans le tableau suivant :

$x$	1	2	3	4	5	6
$C(x)$	2,24	2,33	2,48	2,71	3,11	3,67

- Construire les points associés à ce tableau dans le repère donné en annexe.
- On modélise le coût de fabrication par une fonction affine dont la droite représentative passe par les points  $A(1; 2, 24)$  et  $B(6; 3, 67)$ . On suppose donc que  $C(x) = ax + b$  avec  $a, b \in \mathbb{R}$ .
  - Montrer que  $a = 0, 27$  et que  $b = 1, 97$ .
  - Selon ce modèle, quelle sera le coût par tonnes pour une production de 3 tonnes?
  - Graphiquement, selon ce modèle, pour quelle production le coût par tonne sera-t-il de 3000 euros? On laissera apparents les traits de construction.
- La suite du tableau de valeurs précédent est :

$x$	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$C(x)$	4,00	3,67	3,11	2,71	...	...	...	...	...

- (a) Expliquer pourquoi la fonction précédente  $C$  ne convient plus pour modéliser la situation à partir d'une production de 7 tonnes.

En réalité, on a :

$$C(x) = \frac{10}{x^2 - 14x + 54} + 2.$$

- (b) Reproduire et compléter le tableau précédent sur votre copie.  
 (c) Montrer que :

$$C'(x) = -\frac{20(x - 7)}{(x^2 - 14x + 54)^2}.$$

- (d) Montrer que le coût de fabrication par tonne diminue à partir de 7 tonnes produites.  
 (e) Calculez la limite de  $C(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ . La fonction  $C$  admet-elle une asymptote en  $+\infty$ ?  
 (f) Combien faut-il produire de biscuits pour que le coût par tonne soit inférieur de 30 % au coût maximal?



Classe : .....

Nom : .....

Prénom : .....