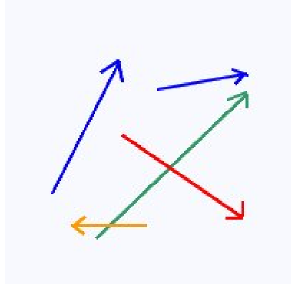
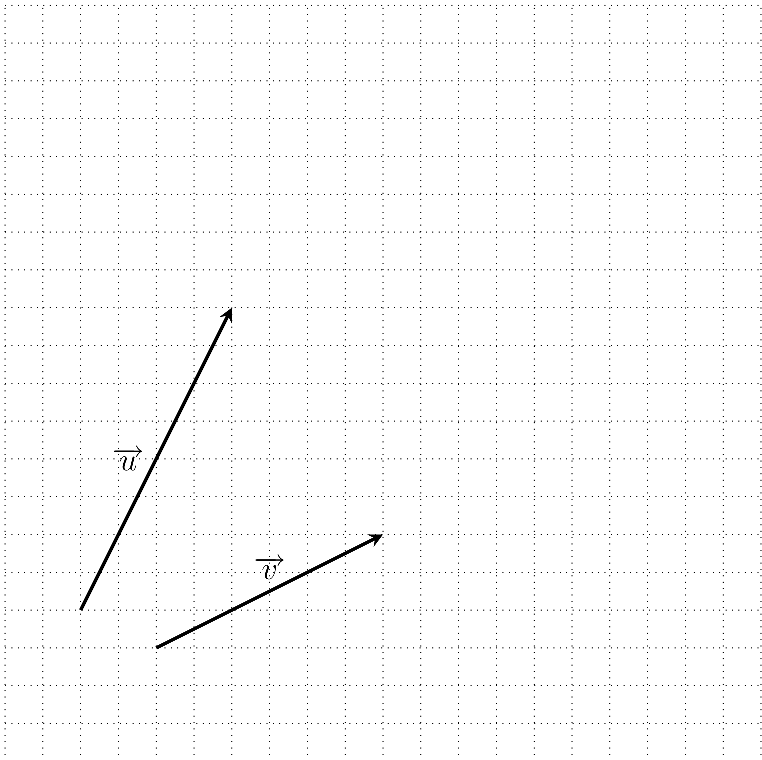


Exercices : vecteurs

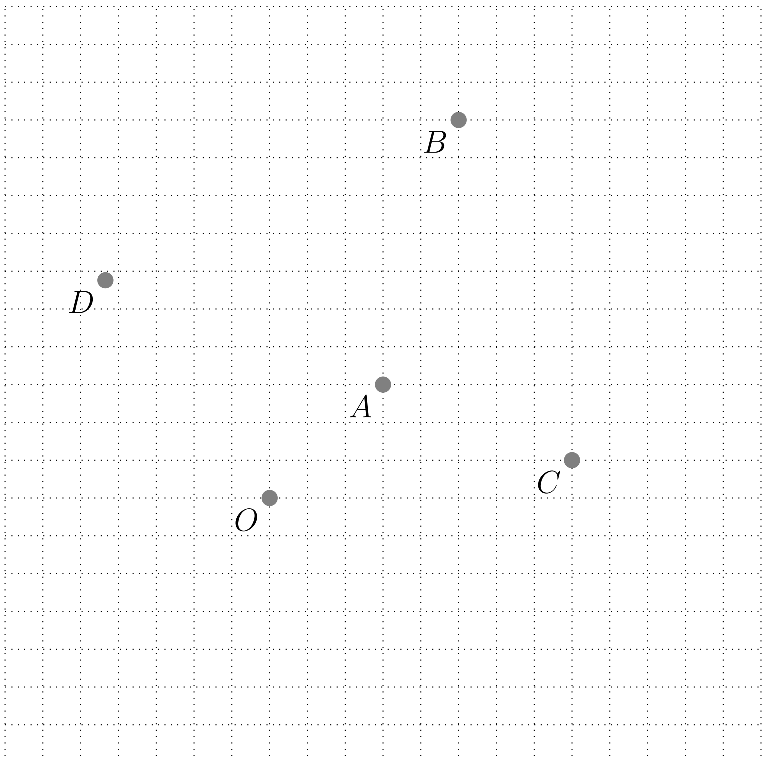
Exercice 1
Dessiner un représentant des vecteurs suivants :

1) $2\overrightarrow{u}$ **2)** $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{u}$ **3)** $-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{v}$ **4)** $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ **5)** $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{u}-2\overrightarrow{v}$



Exercice 2
Construire les points M_1, M_1', M_2, M_3, M_3', M_4 et M_4' définis par les égalités suivantes :

1) $\overrightarrow{CM_1}=\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DM_1'}=\overrightarrow{AB}$.
2) $\overrightarrow{AM_2}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$.
3) $\overrightarrow{AM_3}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{OM_3'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$
4) $\overrightarrow{OM_4}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{CM_4'}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

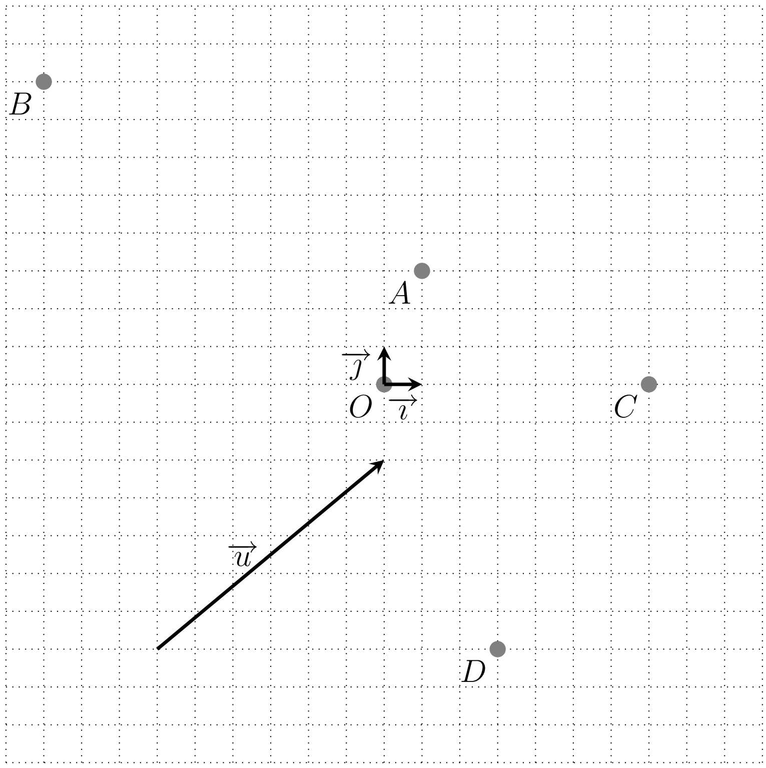


Exercice 3
À l'aide de la relation de Chasles, retrouvez les couples de vecteurs égaux :

1) $\overrightarrow{u_1} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{MR}$ **2)** $\overrightarrow{u_2} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{RK} + \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{KA}$

3) $\overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{BR} - \overrightarrow{BA} - \overrightarrow{KR} + \overrightarrow{KA}$ **4)** $\overrightarrow{u_4} = \overrightarrow{KM} - \overrightarrow{BM} - \overrightarrow{RB}$

Exercice 4 (lecture de coordonnées)
Sur la figure ci-dessous, déterminer les coordonnées des vecteurs dans la base $(\overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$.
1) $\overrightarrow{OA}$ **2)** $\overrightarrow{AB}$ **3)** $\overrightarrow{CD}$ **4)** $\overrightarrow{u}$ **5)** $\overrightarrow{u} + \overrightarrow{AB}$



Exercice 5
Avec les données de l'exercice 4.

1) Que peut-on dire des points A, B et C ? (on ne demande pas de justification)

2) Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$? (on ne demande pas de justification)

3) Démontrer les deux points précédents.

Exercice 6 (placer des vecteurs)
Dans chacun des cas suivants placer un représentant du vecteur $\overrightarrow{u}$ d'origine A dans une base $(\overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$.

a) $A(1;3)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2{,}5 \end{pmatrix}$; **b)** $A(-2;1)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; **c)** $A(-2;1)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$;

d) $A(-1;0)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$; **e)** $A(-3;-1)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 1/4 \end{pmatrix}$; **f)** $A(1;-4)$ et $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 9 \\ -2 \end{pmatrix}$.

Quelle relation lie $\overrightarrow{u}_b$ et $\overrightarrow{u_c}$? Même question pour $\overrightarrow{u}_d$ et $\overrightarrow{u}_e$.

Exercice 7
Soit $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ un repère du plan. Déterminer si les point A, B et C sont alignés ou non.
1) $A(4;2)$, $B(10;-5)$ et $C(-8;16)$ **2)** $A(1;-2)$, $B(-4;2)$ et $C(16;-13)$

Exercice 8
Soit $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ un repère du plan et les points $A(4;2)$, $B(10;-5)$ et $C(9;3)$.
Déterminer les coordonnées du point M dans chacun des cas suivants :
1) $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. **2)** $\overrightarrow{BM} = 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. **3)** $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{BM}$.
4) $ABCM$ est un parallélogramme.

Exercice 9
Soit $ABCD$ un parallélogramme et I et J les points vérifiant $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{IB}$ et $\overrightarrow{DJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.
Dans toute la suite, on se place dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$. Ce qui signifie, avec les notations usuelles, $O = A$, $\overrightarrow{\imath} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{\jmath} = \overrightarrow{AD}$.

1) Donner les coordonnées de points A, B et D.

2) Donner (en justifiant) les coordonnées des points C, I et J.

3) Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{IJ}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires. En déduire que les droites (IJ) et (BD) sont parallèles.

Exercice 10
Soit $(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath})$ un repère orthonormal. Soit les points $A(-5; -1)$, $B(4; 1)$ et $M(x; 2)$, où x est un nombre réel. Déterminer dans chacun des cas suivants la (ou les) valeur de x telle que M vérifie

1) le triangle ABM est isocèle en M ;

2) le triangle ABM est rectangle en A ;

3) le triangle ABM est rectangle en B ;

Exercice 11 (barycentre)
Soit ABC un triangle quelconque, et A', B' et C' les milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$ et $[AB]$.

1) Calculer la somme $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'}$.

2) Montrer que, pour tout point M du plan,

$$\overrightarrow{MA'} + \overrightarrow{MB'} + \overrightarrow{MC'} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

3) Soit G le centre de gravité de ABC. Calculer $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 12 (difficile)
On considère un parallélogramme $ABCD$ et un point M sur la diagonale (BD). Soit I le symétrique de C par rapport à M. Soit E et F les deux points tels que $AEIF$ soit le parallélogramme vérifiant $E \in (AB)$ et $F \in (AD)$.
Montrer que E, M et F sont alignés (indication : on pourra utiliser des coordonnées *biens choisies*).