

FEUILLE D'EXERCICES N°5

---

**EXERCICE 1.** Résoudre l'équation  $x^2 + 2bx + c = 0$  d'inconnue  $x$  et de paramètres  $b$  et  $c$ . Donner la liste des solutions. En utilisant la commande *subs*, trouver les solutions pour  $b = 1$  et  $c = 2$ . Que constatez-vous? Que remarquez-vous sur les solutions générales de l'équation? Comprendre comment est définie la fonction *sqrt* de Maple sur les nombres complexes.

**EXERCICE 2.** Résoudre l'équation  $x^3 - 5x^2 - 2 = 0$ . Donner une valeur approchée de la première solution donnée par Maple.

**EXERCICE 3.** Cet exercice a pour but de vous faire sentir les limites de Maple pour la résolution d'équations non polynomiales. Résolvez chaque équation et réfléchissez aux résultats donnés par Maple.

- 1) Equation  $\tan(x) = \sqrt{3}$ .
- 2) Equation  $\cos(x) = x$ .
- 3) Equation  $\sqrt{x^2} = x$ .

**EXERCICE 4.** Chercher l'ensemble des nombres complexes  $z$  tels que  $|z| = |z - 1|$ .

**EXERCICE 5.**

- 1) Calculer les dérivées des fonctions suivantes :  $x \mapsto \tan x$  et  $x \mapsto \ln(x^3 + ax^2 + 1)$ , où  $a$  est un paramètre réel.
- 2) Soient  $f : x \mapsto 1 + x^5$  et  $g : x \mapsto \ln(x)$ . Calculer la dérivée de  $g \circ f$ .
- 3) Soit  $f$  comme précédemment. Construire la séquence des  $f'(i)$ , pour  $i$  de 1 à 20.

**EXERCICE 6.** Calculer les primitives des fonctions suivantes :  $x \mapsto \frac{\sin(x)\tan(x)+\cos(x)}{\sin(x)-\cos(x)^2}$  et  $x \mapsto \ln(x^2 + 1)$ .

**EXERCICE 7.** Calculer  $\int_0^1 e^{-t^2} dt$ . Donner une valeur approchée de l'intégrale.

**EXERCICE 8. Étude de fonction à l'aide de Maple**

Soit  $f$  la fonction définie pour tout réel  $x > 0$  par :

$$f(x) = x^{\frac{x}{1-x}}.$$

- 1) Donnez le domaine de définition de  $f$ . Vérifiez que  $f$  est continue sur son domaine de définition  $D_f$ .
- 2) Etudiez les limites de  $f$  aux bornes des intervalles qui composent  $D_f$ . Le graphe de  $f$  admet-il une asymptote ? Si oui, quelle est-elle ?
- 3) Calculez la dérivée de  $f$ . Etudiez son signe (on pourra arranger l'expression de la dérivée à l'aide de la commande *normal*, puis utiliser une fonction auxiliaire  $g$  pour l'étude du signe). Qu'en déduisez-vous pour  $f$  ?
- 4) Tracez le graphe de  $f$ .
- 5) Expliquez (d'un point de vue mathématique) comment prolonger  $f$  par continuité aux points 0 et 1.
- 6) Etudiez la dérivabilité de ce prolongement aux points 0 et 1. Quelle interprétation géométrique pouvez-vous faire ? Tracez le graphe correspondant.