

Groupes de réflexions et structures de Garside

Projet de thèse (résumé)

Vivien Ripoll,
sous la direction de David Bessis

Soit $W \subseteq GL(V)$ un groupe de réflexions réel fini. La théorie de Coxeter fournit de puissants outils combinatoires pour étudier W et la géométrie de son action sur V . Elle sert également de point de départ aux travaux de Brieskorn-Saito et Deligne sur $B(W)$ (le groupe de tresses associé à W) et à la démonstration par Deligne de la propriété $K(\pi, 1)$ pour le complémentaire dans $V \otimes \mathbb{C}$ des hyperplans miroirs.

Au début des années 2000 est apparue une autre approche, aussi puissante que la théorie de Coxeter (elle permet par exemple de retrouver les grands théorèmes de structure de $B(W)$ et la propriété $K(\pi, 1)$). Elle repose sur d'autres outils combinatoires et géométriques, dont le treillis des *partitions non-croisées généralisées* $NCP(W)$ (voir notamment les travaux de Bessis, Brady-Watt, Digne, Krammer). Cette structure focalise une grande partie de l'intérêt, notamment parce qu'elle intervient aussi en combinatoire (Athanasiadis, Reiner), en théorie des représentations (en liaison avec les algèbres à clusters, d'après Fomin-Zelevinsky, Chapoton, etc.) et dans la théorie des probabilités libres (Voiculescu, Biane).

Le projet de thèse vise à étudier certains aspects encore mal compris de $NCP(W)$, notamment ses rapports avec la théorie des invariants (suggérés par des coïncidences numérolologiques) et sa généralisation aux groupes de réflexions complexes. Une meilleure compréhension serait susceptible d'avoir d'importantes applications en théorie des représentations.