UQÀM **Session d'hiver 2013**
MAT1013 Vivien RIPOLL
Analyse 1 (vivien.ripoll@lacim.ca)

Points importants pour l'examen final du 25 avril

Voici une liste des points importants du cours à connaître pour l'examen final. Il est aussi essentiel de savoir utiliser le cours pour faire des exercices. Le savoir-faire requis correspond à la liste des exercices qui ont été donnés à préparer pendant l'année (voir détails sur la page web).

Chapitre 1 : Les nombres réels

- Ensembles et applications (injectivité, surjectivité, bijectivité).
- Principe de récurrence et rédaction d'une récurrence.
- Le corps ordonné $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels. Existence des irrationnels.
- Dans $\mathbb{R}$: partie majorée, minorée, majorants, minorants. Définition et caractérisation de la borne supérieure, borne inférieure. Toute partie non vide majorée de $\mathbb{R}$ a une borne supérieure. Plus petit élément (minimum), plus grand élément (maximum).
- R est archimédien. Q est dense dans R. Q est en bijection avec N. R n'est pas dénombrable
- Valeur absolue, propriétés.
- Intervalles de R, segments. Principe des segments emboîtés.

Chapitre 1bis : Suites réelles

- Définition de la convergence des suites.
- Suite majorée, minorée, bornée. Convergente $\Longrightarrow$ bornée.
- Suites extraites.
- Comparaisons de limites. Théorème des gendarmes.
- Opérations sur les limites, exemples.
- Suites tendant vers $\pm\infty$, comparaisons, opérations.
- Suites monotones. Théorème fondamental : toute suite croissante majorée converge vers une limite finie, toute suite croissante non majorée tend vers $+\infty$. Application à l'étude d'une suite définie par récurrence.
- Suites de Cauchy : définition, caractérisation par les segments. Théorème : une suite est de Cauchy si et seulement si elle converge vers une limite finie.
- Théorème de Bolzano-Weierstrass, valeurs d'adhérence.

Chapitre 2 : Séries numériques

- Définitions : terme général, sommes partielles, convergence d'une série, suite des restes d'une série convergente. Séries géométriques.
- Si une série est convergente, son terme général tend vers 0. La réciproque est fausse, exemple de la série harmonique.
- Critère de Cauchy pour la convergence des séries.
- Somme de deux séries.

- Séries à termes positifs : nouveau critère de convergence (lorsque la suite des sommes partielles est majorée). Tests de comparaison.
- Séries à termes positifs : Théorème d'Abel. Tests de convergence pour les séries : test du quotient de D'Alembert, test de la racine de Cauchy.
- Séries de Riemann.
- Séries à termes de signe quelconque : convergence absolue (CVA), théorème CVA $\Longrightarrow$ CV. La réciproque est fausse.
- Théorème des séries à signe alterné (ou de Leibniz).
- Réarrangement de série. Théorème de réarrangement des séries absolument convergentes.
- Une série est CVA ssi la série de ses termes positifs et la série de ses termes négatifs sont CV.

Chapitre 3 : Fonctions continues

- Définition de la limite d'une fonction en un point, en utilisant les suites. Définition avec ϵ-δ.
- Continuité : deux définitions équivalentes : avec les suites (dite "critère séquentiel de continuité", avec ϵ-δ).
- Limites ∞ ou en ∞ (voir feuille supplémentaire). Opérations sur les limites, compositions des limites. Opérations et composition pour les fonctions continues.
- Densité et fonctions continues.
- Théorème des valeurs intermédiaires. Corollaire : l'image d'un intervalle par une fonction continue est un intervalle.
- Cas des segments, théorème (en particulier, toute fonction continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes).
- Fonctions monotones : définition. Si f continue sur I intervalle, alors : f injective sur I $\Longleftrightarrow$ f strictement monotone sur I. Théorème de la fonction réciproque. Interprétation graphique.

Chapitre 4 : Fonctions usuelles

- Fonctions exponentielles et logarithmiques : définition, propriétés, équations fonctionnelles, tracé, limites.
- Fonctions trigonométriques : définitions, tracés, quelques formules et limites à connaître. Fonctions trigonométriques réciproques.

Chapitre 5 : Fonctions dérivées

- Taux d'accroissement, définition de la dérivée, interprétation graphique, tangente, Approximation linéaire.
- Dérivable $\Longrightarrow$ continue. La réciproque est fausse.
- Opérations sur les dérivées (addition, produit, quotient, composition, réciproque).
- Théorème de Rolle. Théorème des accroissements finis. Inégalité des accroissements finis.
- Croissance et croissance stricte des fonctions dérivables.
- Dérivées des fonctions usuelles : polynômes, puissances quelconques, exponentielles, logarithmes, fonctions trigonométriques et trigonométriques réciproques.