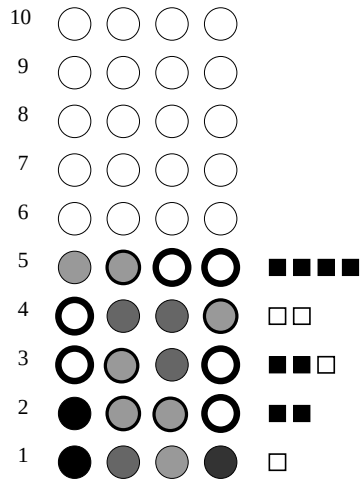
Master-Mind : Implémentation et résolution

Guillaume Vernade - guillaume.vernade@ens.fr

13 janvier 2009



Vous avez sûrement joué au Mastermind quand vous étiez petit. C'est un jeu de réflexion qui se joue à deux joueurs.

Un des participants choisit secrètement 4 boules de couleur parmi un ensemble de boules à 6 couleurs qu'il place dans un ordre précis. Ainsi il a $6^4 = 1296$ choix possibles.
Le but de l'autre joueur est de deviner la combinaison qu'à inventé son adversaire. Pour cela il dispose de 10 questions. A chaque tour, il montre une combinaison de 4 boules et celui-ci lui répond combien de boules sont bien placés et combien ont la bonne couleur mais sont mal placées, représenté par autant de pions noirs que de boules bien placées et autant de pions blancs que de boules mal placées (remarquons que la somme des deux ne fait pas toujours 4).

Un exemple de partie est représentée ci contre. La personne devant deviner trouve la réponse en 5 coups.

Nous allons dans ce TD essayer tout d'abord de programmer un adversaire qui répond aux question qu'on lui pose puis dans un deuxième temps programmer un adversaire qui pose les bonnes questions et arrive à trouver la solution.

Dans la suite du TD, une combinaison sera représenté par une suite d'entier à quatre éléments a, b, c, d où $1 \leq a, b, c, d \leq 6$. Le nombre de jetons bons/mauvais sera représenté par une suite à deux éléments noirs, blancs compris entre 0 et 4.

Exercice 1. Jouer contre la machine

a. Écrire une fonction `aleatoire := proc()` retournant une suite a, b, c, d correspondant à une combinaison valide. On poura se servir de la fonction `rand(6)()` qui renvoie un entier entre 0 et 5.

b. Écrire une fonction `noir_blanc := proc( a,b,c,d, A,B,C,D)` qui prend en argument 8 nombres et rend un couple `noir,blanc` correspondant aux pions bien placés (noir) et mal placés (blanc) dans le cas où la réponse serait A,B,C,D et la question posée par l'adversaire a,b,c,d.

Tester cette fonction sur quelques valeurs (par exemple `1,1,1,1, 1,1,1,1` doit rendre `4,0` ; `1,1,2,3, 2,1,2,6` doit rendre `2,0` ; ou encore `1,2,3,4, 4,2,2,1` doit rendre `1,2`).

c. Écrire un programme permettant de jouer contre la machine au Mastermind. On poura s'inspirer fortement du programme ci dessous :

```
commencer:=proc()
  global e,f,g,h,i; # On ne peut pas utiliser D qui est opérateur différentiel
  e,f,g,h:=aleatoire();
  i:=0;
end;

jouer:=proc(a,b,c,d)
  local noirs,blancs;
  global e,f,g,h,i;
  noirs,blancs:=noir_blanc(a,b,c,d,e,f,g,h);
  if noirs=4
  then
```

```
    print("Gagné !");
  else
    printf("%d %d %d %d donne %d bons et %d mal placés.",a,b,c,d,noirs,blancs);
    i:=i+1;
  fi;
  if i=10
  then
    printf("Perdu, c'était %d %d %d %d.",e,f,g,h);
  fi;
end;
```

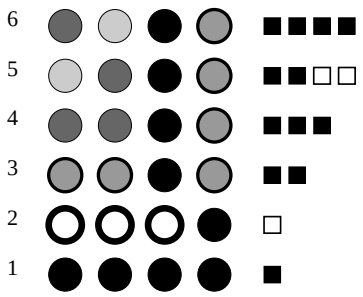
Exercice 2. À l'ordinateur de jouer

Il existe une méthode de jeu très simple : jouer au hasard, néanmoins cette méthode n'est pas très efficace : n'ayant que 10 coups pour gagner, l'ordinateur n'a donc que 0.8% de chance de gagner.

L'idée de l'algorithme qui va suivre est d'énumérer les configurations dans un ordre défini à l'avance et d'essayer à chaque fois la première configuration valable.

On muni donc l'ensemble des combinaisons de l'ordre lexicographique (*ie* l'ordre du dictionnaire)

$$(a,b,c,d) < (e,f,g,h) \text{ } ssi \text{ } a < e \text{ ou } a = e \text{ et } (b < f \text{ ou } b = f \text{ et } (...))$$



L'idée de l'algorithme de résolution du problème est d'énumérer toutes les configurations possibles dans l'ordre. On commence donc par essayer la configuration (1,1,1,1). L'autre joueur nous donne alors une réponse (noir,blanc) ce qui élimine un certain nombre de solutions possibles. On énumère ensuite toutes les configurations dans l'ordre en s'arrêtant à première configuration dont le couple (noir,blanc) corresponde aux valeur données par l'adversaire.

Un exemple est fournis sur le dessin ci contre. La première réponse montre qu'il y a un 1 de bien placé. La configuration suivante ayant un unique 1 est 1,2,2,2. L'adversaire répondant qu'il y a une boule de mal placée, la configuration suivante devient 3,1,3,3, etc... Au bout de 6 coups, l'adversaire trouve la solution.

a. Écrire une fonction `coup_suivant := proc( a,b,c,d )` qui prend en argument 4 nombres compris entre 1 et 6 et qui rend la suite de quatre entiers correspondants à l'élément suivant selon l'ordre lexicographique (on considérera que le successeur de 6,6,6,6 est 7,1,1,1).

Une partie est constitué de la liste des coups joués. Par la suite on stockera la partie dans une liste [a,b,c,d, noir,blanc], [[a',b',c',d', noir', blanc'], [[a", b", c", d", noir", blanc"]...]]. Par exemple, la partie ci dessus est avant la ligne 5 : [[3,1,4,4, 3,0],[[3,1,3,3, 2,0], [[1,2,2,2, 0,1],[[1,1,1,1, 1,0],[]]]]]

b. Écrire une fonction `correcte := proc(a,b,c,d, partie)` testant la validité d'une nouvelle combinaison en fonction des coups joués précédemment. On utilisera une fonction définie par récurrence.

c. Implémenter l'algorithme de résolution du mastermind. On pourra soit partir de zéro pour les plus motivés, soit s'inspirer de l'algorithme suivant :

```
local a,b,c,d,noir,blanc, partie,gagne, ligne;
  partie := []; gagne := false; ligne := 0;
  a,b,c,d := 1,1,1,1;

  while ligne < 10 and not gagne do
    printf("je joue %d %d %d %d\n", a,b,c,d);
    noir,blanc := op(scanf("%d %d"));
      if noir = 4 then gagne := true;
      else
        partie := [[a,b,c,d, noir,blanc], partie];
        while a <> 7 and not correcte (a,b,c,d, partie) do
           a,b,c,d := coup_suivant(a,b,c,d);
        od;
```

```
      if a = 7 then printf("il n'y a pas de solution\n");
                    gagne := true; fi;
   fi;
   ligne := ligne + 1;
od;
```

d. Tester votre algorithme sur des exemples choisis par vous.

Exercice 3. Pour aller plus loin

Sur des exemples précis, cet algorithme semble bien se comporter (il trouve généralement la solution en 6 coups). Néanmoins, il est bon de l'étudier d'avantage. Comme le nombre de configuration n'est que de 6^4, nous allons toutes les étudier.

a. Modifier l'algorithme ci dessus en un algorithme `master_seul := proc(a,b,c,d)` pour le faire jouer tout seul.

b. Utiliser la question précédente pour faire des statistiques sur le nombre de coups que met à trouver cet algorithme (étudier la moyenne, le pire cas, ...)

c. Si le nombre de couleurs n'est plus 6 mais n, combien de question pensez vous que cet algorithme doit-il poser pour trouver la réponse à chaque fois (essayer par exemple avec 7 ou 8) ?