

Cycles évanescents pour les schémas pointés : le théorème de comparaison

(1)

Rem : il s'agit des cycles proches, pas des cycles évanescents.

Cadre :

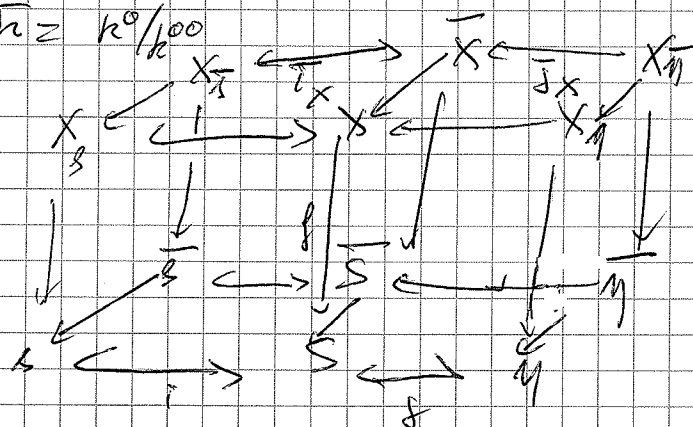
$$\begin{array}{ccccc} k & \hookrightarrow & S & \hookrightarrow & \eta \\ \parallel & & \parallel & & \parallel \\ \text{Spec } k & \hookrightarrow & \text{Spec } k^0 & \hookrightarrow & \text{Spec } k \end{array}$$

où $k^0 = \text{DVR}$ hensélien

$\mathfrak{m}^{00}$ idéal maximal

$k = \text{Frac } k^0$

$\bar{k} = k^0 / \mathfrak{m}^{00}$



avec X/S schéma de type fini.

// Résumé épisode 1

Dans ce cadre on a défini un foncteur cycles proches et un foncteur cycles évanescents comme suit.

$$\Psi_\eta : \text{faisceaux sur } X_\eta \longrightarrow \text{faisceaux sur } X, \times_\eta$$

faisceau $\mathcal{F}_\eta$ sur X_η avec action continue de $\text{Gal}(\bar{\eta}/\eta)$ compatible à l'action de $\text{Gal}(\bar{\eta}/\eta)$ sur X_η

par : $\Psi_\eta(f) = \bar{\gamma}_X \times (\bar{\gamma}_X)_* \mathcal{F}_\eta$ (via $0 \rightarrow \mathcal{I} \rightarrow \text{Gal}(\bar{\eta}/\eta) \rightarrow \text{Gal}(\bar{k}/k) \rightarrow 0$)

(2)

• Rappelons qu'un faisceau sur $(X_s \times_S S)$ est (F_s, F_η, φ) avec
 F_s : faisceau sur $X_s = F_s$ faisceau sur X_s muni d'une
 action continue de $\text{Gal}(\bar{k}/k)$
 compatible

F_η faisceau sur $X_s \times_S \eta = F_\eta$ etc.

$\varphi : F_s \rightarrow F_\eta$ morphisme $\text{Gal}(\bar{k}/k)$ -equivariant.

On pose : $\varphi : X_{\text{ét}}^{\sim} \rightarrow (X_s \times_S S)_{\text{ét}}^{\sim}$

$$F \longmapsto \left(\varphi(F)_s, \varphi(F)_\eta, \varphi : F_s = \tau_x^* F \right)$$

$$\begin{array}{ccc} F_s & \xrightarrow{\varphi(F)_s} & \varphi(F)_\eta \\ \downarrow & \parallel & \downarrow \\ \tau_x^* F & \xrightarrow{\varphi(F)_\eta} & \tau_x^* F \end{array}$$

Où $R\varphi : D^+(X, 1) \rightarrow D^+(X_s \times_S S, 1)$

• On a $\mathbb{F} : \text{Obj}(X_s \times_S S, 1) \rightarrow \text{triangle de } D(X_s \times_S S, 1)$
 $(K_s, K_\eta, \varphi) \longmapsto [K_s \xrightarrow{\varphi} K_\eta \rightarrow \mathbb{D}(K) \xrightarrow{+1}]$

On pose $R\mathbb{F} = \mathbb{F} \circ R\varphi : D^+(X, 1) \rightarrow D^+(X_s \times_S S, 1)$

• On a un triangle distingué : $R\varphi_s^*(K) \rightarrow R\varphi_\eta^*(K) \rightarrow R\mathbb{F}_\eta^*(K)$
 $\parallel$
 $K_s \xrightarrow{\varphi} K_\eta \rightarrow \mathbb{D}(K) \xrightarrow{+1}$
 cycles pecher cycles evanescents

qui donne :

$$H^i(X_s, K_s) \rightarrow H^i(X_s, R\varphi_\eta^*(K)) \rightarrow H^i(X_s, R\mathbb{F}_\eta^*(K)) \rightarrow \dots$$

Quand f est propre on a un iso naturel.

$$H^i(X_{\eta}, K_{\eta}^{\bullet}) \rightarrow H^i(X_S, R\psi_{\eta}(K))$$

d'où : $\dots \rightarrow H^i(X_S, K_S^{\bullet}) \rightarrow H^i(X_{\eta}, K_{\eta}^{\bullet}) \rightarrow H^i(X_S, R\psi_{\eta}(K)) \rightarrow \dots$
suite longue de $\text{Gal}(\bar{\cdot}/\cdot)$ -module.

But : montrer que $R\psi_{\eta}(K^{\bullet})$, $K^{\bullet} \in D^+(X_{\eta}, \Lambda)$,
(quelque) ne dépend que de $\hat{X}$ complétion formelle & le long de X_S .

• plus généralement, si $Y \subset X_S$ sous-schéma non nécessairement ouvert, montrer que $(R\psi_{\eta}(K^{\bullet}))|_Y$ ne dépend que de $\hat{X}_Y$ complétion formelle de X le long de Y ,
c'est dans le cas où $K^{\bullet}$ est constructible

Résumé épisode 2 : idée de Berkovich : a) définir une fonction
cycle proche dans le cadre formel
b) établir un théorème
de comparaison avec le cadre étale.

Dans cette partie :
On suppose K non-archimédien (= corps muni d'une
valeur $\|\cdot\| : K \rightarrow \mathbb{R}_+$ norme non-archimédienne multiplicative) complète)

K^0 -Fsch
" schéma formels
sur K^0 localement
de point fini

i.e. $\text{loc} \simeq \text{Spf } A$
 $A \simeq K^0 \langle T_1, \dots, T_n \rangle / \alpha$
finiment engendré

K^0 -Fsch
" schéma formels spéciaux
" local $\text{Spf } A$
 A quotient de
 $K^0 \langle T_1, \dots, T_n \rangle \langle T_1, \dots, T_m \rangle$

Fibre spéciale : $k^0\text{-FSch} \longrightarrow k\text{-Sch}$

$$\mathcal{X} \longmapsto \mathcal{X}_s$$

$$\text{Spf } A \longmapsto \text{Spec } A/k^{\text{oo}} A \quad (\text{pour } k^0\text{-FSch})$$

Fibre générique : $k^0\text{-FSch} \longrightarrow k\text{-An}$

$$\mathcal{X} \longmapsto \mathcal{X}_\eta$$

$$\text{Spf } A \longmapsto M(A) \text{ où } A = A \otimes_{k^0} k$$

"
spectre de A

"
normes $\|\cdot\|$ sur A bornée $\{$
muni de la topo la norme fixe
rendant $\|\cdot\| \longrightarrow \|\cdot\|$ continu.

Idee importante : • Si $\mathcal{X} = X$ et
schématique de X_η sur k , un point de cette fibre a ses
coordonnées dans une ext^o finie de k et il n'y a aucune
manière naturelle de lui associer un point de $X_s/\bar{k}$

• Au contraire un point dans X_η a ses
coordonnées dans l'anneau des entiers k^0 de k :

$$X_\eta(k) \cong \hat{X}(k^0)$$

En réduisant modulo une uniformisante $\pi \in k^{\text{oo}}$, on
obtient une retraction $X_\eta \longrightarrow X_s$

• En affine : $\mathcal{X} = \text{Spf } A \quad A = k^0 \langle T \rangle / a \quad A = A \otimes_{k^0} k$

$$x \in \mathcal{X}_\eta \text{ donne } \|\cdot\|_x : A \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$M(A)$$

Soit p_x son noyau

C'est un idéal premier propre de A

$$k/p_x \hookrightarrow k(x)$$

son corps de fraction

$$\hookrightarrow K(x)$$

son complété pour $\|\cdot\|$

d'où $\chi_x : A \rightarrow H(x)$ qui induit
 $h^{co} A \rightarrow H(x)^{co}$
 $\tilde{\chi}_x : \tilde{A} = A/h^{co} A \rightarrow H(x)$

On pose $\pi(x) = \ker \tilde{\chi}_x$

d'où $\pi : M(A) \rightarrow \text{Spec } \tilde{A}$

π est une application continue

Prop - γ fermé de $\text{Spec } \tilde{A}$ obtenu par $(\tilde{f}_1, \dots, \tilde{f}_n)$ pour
 certains $f_1, \dots, f_n \in A$.

Alors $\pi^{-1}(\gamma) = \{x \in X_n = M(A) \mid |f_i(x)| < 1 \text{ } 1 \leq i \leq n\} \subset M(A)$.

Cycles évanescents

$$(X_\eta)_{\text{ét}} \xleftarrow{\mu} (X_\eta)_{q\text{-ét}} \xrightarrow{\nu} (X)_{\text{ét}} \xleftarrow{\sim} (X_s)_{\text{ét}}$$

morphismes de sites

$\mu^* : X_{\eta, \text{ét}} \xrightarrow{\sim} X_{\eta, q\text{-ét}}$ est pleinement fidèle
 et préserve les groupes de cohom.

$$\Theta : \simeq \nu_* \mu^* : X_{\eta, \text{ét}} \xrightarrow{\mu^*} X_{\eta, q\text{-ét}} \xrightarrow{\nu} X_{s, \text{ét}}$$

Pour K extension de k on note Θ_K le foncteur défini de
 manière analogue.

soit $\mathcal{X} \in k^0\text{-SFSch}$.

(6)

$$\bar{\mathcal{X}} := \mathcal{X} \hat{\otimes} \hat{k}^0 \quad \text{où } \hat{k}^0 \text{ complet de } k^0$$

c'est un schéma formel spécial sur $\hat{k}^0$

on note $\mathcal{X}_s (= \mathcal{X}_s \hat{\otimes} \hat{k}^s)$ sa fibre spéciale

$\mathcal{X}_\eta (= \mathcal{X}_\eta \hat{\otimes} \hat{k}^\eta)$ sa fibre générique

$$\text{Def : } \begin{array}{ccc} \mathcal{Y}_\eta : \mathcal{X}_{\eta, \text{ét}} \longrightarrow \mathcal{X}_{s, \text{ét}} \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ F \longmapsto \mathcal{Y}_\eta(F) := \mathcal{O}_{\hat{k}^s}(F) \end{array}$$

le faisceau $\mathcal{Y}_\eta(F)$ est naturellement muni par transport de structure d'une $\text{Gal}(k^s/k)$ -action continue

$$\text{D'où } [R\mathcal{Y}_\eta : \mathcal{O}(\mathcal{X}_\eta, 1) \longrightarrow \mathcal{O}(\mathcal{X}_s, \frac{1}{s})]$$

3/ Comparaison

On se remet dans le cadre de 1/ :

$$k_0 = \text{DVR hensélien.}$$

Notons $\hat{k} = \text{complet de } k$, c'est un corps non-archimédien auquel on va appliquer les résultats de 2/.

$$\text{On vérifie que } \hat{k}^0 = \hat{k}^0 = \varprojlim k^0/\pi^n$$

soit $f: \mathcal{X} \longrightarrow \text{Spec } k^0 = S$ localement de présentation finie.

Def : on note $\hat{\mathcal{X}}$ le complet formel de $\mathcal{X}$ le long de $(\mathcal{X}, \mathcal{O}_{\mathcal{X}}/\pi \mathcal{O}_{\mathcal{X}})$: par définition, $\hat{\mathcal{X}} \in k^0\text{-FSch}$ défini localement par $\text{Spec } \hat{A} := \text{Spf } \hat{A}$

Le schéma générique $\hat{X}_\eta \in \hat{k} - \text{An}$.

(7)

Par ailleurs X_η est un k -schéma localisé de p.p.s.t.⁰ fini
d'où $X_\eta \otimes_k \hat{k}$ est un $\hat{k}$ -schéma

On peut donc lui associer X_η^{an} son analytifié.

$$X_\eta^{\text{an}} = (X_\eta \otimes_k \hat{k})^{\text{an}}$$

Prop : Si X est séparé de p.p.s.t.⁰ finie sur k^0 , il existe

$$\hat{X}_\eta \longrightarrow X_\eta^{\text{an}}$$

un morphisme analytique canonique qui identifie $\hat{X}_\eta$ avec un domaine analytique fermé dans X_η^{an} .

Preuve : localement $X = \text{Spec } A$, avec A engendré par

$$f_1 \mapsto f_n \text{ sur } k^0.$$

Alors $\hat{X}_\eta \simeq \text{affinoide } \{z \in X_\eta^{\text{an}} \mid |f_i(z)| \leq 1, 1 \leq i \leq n\}$
dans X_η^{an}

$$\text{car } \hat{X}_\eta = M(\hat{k} \langle f_1 \rightarrow f_n \rangle) \subset X_\eta^{\text{an}} = M(\hat{k} [f_1 \rightarrow f_n])$$

Notons le

Lemme : Si X/k^0 p.p.s.t. alors $\hat{X}_\eta \simeq X_\eta^{\text{an}}$.

On se retrouve avec des morphismes de sites

$$(X_\eta)_{\text{ét}} \longrightarrow (X_\eta^{\text{an}})_{\text{ét}} \xrightarrow{\quad} (X_\eta)_{\text{ét}}$$

$\uparrow$
Berkeovich $\mathbb{A}^1_{\text{ét}}$

qui donne au niveau faisceannique

$$\begin{array}{ccccc} (X_\eta)_{\text{ét}} & \xrightarrow{\sim} & (X_\eta^{\text{an}})_{\text{ét}} & \xrightarrow{\sim} & (X_\eta)_{\text{ét}} \\ \downarrow F & \hookrightarrow & \downarrow F^{\text{an}} & \longrightarrow & \downarrow F \end{array}$$

qui va permettre la comparaison :

Lemme : Soit $F \in (\mathcal{O}_Y)^{\vee}$ et

il existe un morphisme canonique
 $i^* j_* F \longrightarrow \mathcal{O}(\hat{F})$
 incluant un morphisme canonique de faisceaux
 $\psi_Y(F) \longrightarrow \psi_Y(\hat{F})$.

Preuve : $i^* j_* F$ est le faisceau associé au préfaisceau

$Z \times_Y \text{étale} \longmapsto \text{colon } F(Y_1)$
 $Y \rightarrow Z \text{ étale}$

Notons $\mathcal{Z}$ le schéma formel étale sur $\hat{\mathcal{Z}}$
 correspondant à $\mathcal{Z}_S = Z$

Alors $Z \rightarrow Y_S$ donne $\mathcal{Z} \rightarrow \hat{Y}$

qui induit $F(Y_1) \longrightarrow \hat{F}(\mathcal{Z}_{Y_1}) = \mathcal{O}(\hat{F})/Z$

□

Thm 1 : ψ_Y faisceau étale de torsion de groupes abéliens sur $\mathcal{O}_Y$.
 (Bokorich, DM-94)
 Alors $\forall q \geq 0$, $i^* R^q j_* F \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}(\hat{F})$ qui
 induit $R^q \psi_Y F \xrightarrow{\sim} R^q \psi_Y(\hat{F})$

• le théorème n'est pas suffisant pour les applications
 aux formes automorphes -

Faisons $Y \subset \mathcal{Z}_S$ un sous-schéma non-nécessairement ouvert
 Notons $\hat{\mathcal{Z}}_Y$ la complétion formelle de $\mathcal{Z}$ le long de Y
 $\hat{\mathcal{Z}} =$ complétion formelle de $\mathcal{Z}$ le long de Y

donc $\hat{\mathcal{X}}_y \subset \hat{k}_0$ - sfsch, de fibre spéciale y

La fibre générique est $\hat{\mathcal{X}}_1/y \xrightarrow{\sim} \pi^{-1}(y)$
 ou $\pi : \hat{\mathcal{X}}_1 \rightarrow \mathcal{X}_1$ réduction

Pour $F \in \mathcal{X}_1$, et on note $\hat{F}_y$ la restriction de $\hat{F}$ à $\pi^{-1}(y)$

Thm 2 (Berkovich)
 (Env 96)

Soit F faisceau $\mathcal{O}_X$ -abélien constructible de torsion sur $\mathcal{X}$.
 (permets d'obtenir $\hat{F}$)

Alors $\forall q \geq 0 \quad i^* R^q_{j*} F|_y \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}(\hat{F}_y)$
 et $(R^q \psi_{1*} F)|_y \xrightarrow{\sim} R^q \psi_{1*}(\hat{F}_y)$

• "Preuve du Thm 1"

On veut montrer $i^* R^q_{j*} F \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}(\hat{F})$

Il suffit de montrer :

(*) $i^* (R^q_{j*} F)_{\bar{x}} \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}(\hat{F})_{\bar{x}}$ pour
 tout point géométrique de $\mathcal{X}_1$.

Étape 1

Supposons (*) vraie si $\bar{x}$ est un point géométrique de $\mathcal{X}_1$ au dessus d'un point non-ferré $x \in \mathcal{X}_1$.
 Alors (*) est vraie en général.

(6)

L'assertion est locale en $\mathcal{X}$, donc on peut supposer $\mathcal{X}$ affine, puis que $\mathcal{X}$ est positive sur S .

Notons $\Delta^\bullet$ défini dans $\mathcal{O}(\mathcal{X}_s, 1)$ par

$$i^* R_{j*} F \rightarrow R\mathcal{O}(F^1) \rightarrow \Delta^\bullet \xrightarrow{+1}$$

On veut montrer que $\Delta^\bullet$ est q.i. à zéro.

Par hypothèse les faisceaux de cohom. de $\Delta^\bullet$ sont concentrés en les points fermés de $\mathcal{X}_s$. Il suffit donc de montrer que $R\Gamma(\mathcal{X}_s, \Delta^\bullet) = 0$.

$$\left(\begin{array}{c} \mathcal{Z} \hookrightarrow \mathcal{X}_s \hookrightarrow U \\ \text{ii} \\ \text{Supp}(\Delta) \end{array} \right)$$

$$Rj_! j^* \Delta^\bullet \rightarrow \Delta^\bullet \rightarrow R_{i*} i^* \Delta^\bullet \xrightarrow{+1}$$

$$\text{Comme } j^* \Delta^\bullet = 0$$

$$\Delta^\bullet \simeq R_{i*} i^* \Delta^\bullet$$

$$\begin{aligned} \text{d'où } R\Gamma(\mathcal{X}_s, \Delta^\bullet) &\simeq R\Gamma_{\mathcal{X}_s} R_{i*} i^* \Delta^\bullet \simeq R\Gamma_{\mathcal{Z}} i^* \Delta^\bullet \\ &\simeq \bigoplus_{z_i \in \mathcal{Z}} H^0(\Delta^\bullet_{z_i}) \end{aligned}$$

$$\text{C'est équivalent à } R\Gamma(\mathcal{X}_s, i^* R_{j*} F) \simeq R\Gamma(\mathcal{X}_s, R\mathcal{O}(F^1))$$

Comme $\mathcal{X}$ p.p.e sur S

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{||} R\Gamma(\mathcal{X}_n, F) \\ \searrow \text{S, Bekech Lemma 5.2} \\ R\Gamma(\mathcal{X}_n^{an}, F^{an}) \\ \xrightarrow{||} R\Gamma(\hat{\mathcal{X}}_n, \hat{F}) \end{array}$$

□

(11)

Étape 2

Pour montrer (*), l'assertion est locale en x , donc on peut supposer x de point prime sur k^0 .

La dimension $d = \dim X_y$ est donc finie.

On procède par récurrence sur d .

Si $d = 0$ c'est l'étape 1.

Supposons $d \geq 1$ et que (*) est vrai pour tout schéma sur un spectre d'anneau local hensélien tel que sa fibre géométrique ait de dimension $< d$.

On peut supposer $X \subset \mathbb{A}_S^m$
finie

Choisissons alors une projection

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{A}_S^m & \longrightarrow & \mathbb{A}'_S =: \mathbb{A}' \\ \cup & & \cup \\ X & & U \\ \cup & & \cup \\ X_1 & \longrightarrow & \mathbb{A}'_1 \\ \cup & & \cup \\ X & \longrightarrow & \mathbb{A}'_1 \end{array}$$

$\mathbb{A}'_1$ sont géométrique.
de $\mathbb{A}'_1 \subset \mathbb{A}_1^1$

[Une telle projection existe.]

$$X = \text{spec } k^0[x_1 \rightarrow x_m] / I$$

$$X_1 = \text{spec } k^1[x_1 \rightarrow x_m] / I$$

$x \leftrightarrow p$ idéal premier non-maximal de
 $k^1[x_1 \rightarrow x_m]$ tel que $p \supset I$.

Comme $k^1[x_1 \rightarrow x_m] / p$ n'est pas un corps, $\exists y \neq 0$ non inversible
dans $k^1[x_1 \rightarrow x_m] / p$.

Alors : $k^1[t] \rightarrow k^1[x_1 \rightarrow x_m] / p$ est injectif :
 $p \mapsto p(y)$

(si $a_n y^n + \dots + a_1 y + a_0 = 0$ alors $y(-\frac{a_n}{a_0} y^{n-1} - \dots - \frac{a_1}{a_0} y / z = 1)$
 y inversible - contradiction)

Soit $z \in k^0[x_1 \rightarrow x_n]$ relevant.

$$k^0[\Gamma] \longrightarrow k^0[x_1 \rightarrow x_n] \text{ convient}$$

$$P \longmapsto P(z)$$

□.

Il suffit donc de montrer que
 $i_* R_{f*}^0 \Gamma \longrightarrow R^0 \Gamma(\hat{F})$ induit un
 iso en restriction à $(X_s)_{\eta_{T_s}}$.

Notons $\mathcal{O}_{T, \eta_{T_s}}^h$ la localisation de $\mathcal{O}_{T, \eta_{T_s}}$ (où on voit

η_{T_s} comme un point de T).

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & S & \xleftarrow{\quad} & S & \xleftarrow{\quad} & \eta \\
 & \nearrow & \uparrow & \nearrow & \uparrow & \nearrow & \uparrow \\
 \eta'_{T_s} = S' & \xrightarrow{\quad} & S' := \text{Spec } \mathcal{O}_{T, \eta_{T_s}}^h & \xleftarrow{\quad} & \eta' & \xrightarrow{\quad} & \eta \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 X_s & \xrightarrow{\quad} & X & \xrightarrow{\quad} & X & \xrightarrow{\quad} & X_{\eta} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 X'_{S'} & \xrightarrow{\quad} & X' = X \times_{S'} S' & \xrightarrow{\quad} & X'_{\eta'} & \xrightarrow{\quad} & X_{\eta} \\
 \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\
 S & \xrightarrow{\quad} & S & \xrightarrow{\quad} & S & \xrightarrow{\quad} & S
 \end{array}$$

$(X)_{\eta_{T_s}}$

Notons que si $X = \text{Spec } k^0[x_1 \rightarrow x_n] / I$

$$X_{\eta} = \text{Spec } k[x_1 \rightarrow x_n] / I$$

$$X'_{\eta'} = \text{Spec } k^0[x_1 \rightarrow x_n] / I \times_{k[t]} k(S')$$

$$\text{donc } \dim_{k(S')} X'_{\eta'} < \dim_k X_{\eta}$$

Donc :

$$\lambda_1^* i_2^* R^q j_{2*} \mathbb{F} \xrightarrow{\sim} i_1^* R^q j_{2*} \lambda_{11}^* \mathbb{F}$$

(13)

$$\xrightarrow[\text{récurrence}]{\sim} R^q \mathcal{O}'(\widehat{\lambda_{11}^* \mathbb{F}})$$

(1)

De la même manière au niveau formel :

Soit $T_{11} = \text{Spec } k[y]$
 définit $\hat{T}_{11} \rightarrow T$ point maximal correspondant à la norme
 sur T_{11} .

Le corps résiduel complet $\mathcal{H}(T)$ de T est le complet de
 $\hat{k} \langle y \rangle$

$$\text{D'où } \mathcal{O}_{T, \hat{s}'} \hookrightarrow \mathcal{H}(T)^\wedge = \mathcal{O}_{T, \hat{s}'}^\wedge$$

$\cup$

$$\mathcal{O}_{T, \hat{s}'}^h$$

et donc $\hat{s}' = \mathcal{O}_{\hat{T}} \mathcal{H}(T)^\wedge$.

$$\hat{x}' \xrightarrow{\sim} \hat{x}' \otimes \hat{s}' \quad , \quad \hat{\lambda} : \hat{x}' \rightarrow \hat{x}'$$

$$\text{et on a encore } \hat{\lambda}_1^* R^q \mathcal{O}(\hat{\mathbb{F}}) \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}'(\underbrace{\widehat{\lambda_{11}^* \mathbb{F}}}_{\widehat{\lambda_{11}^* \mathbb{F}}})$$

$$\text{Comme } \hat{\lambda}_2^\wedge = \lambda_2 \text{ on a donc } \lambda_1 R^q \mathcal{O}(\hat{\mathbb{F}}) \xrightarrow{\sim} R^q \mathcal{O}'(\underbrace{\widehat{\lambda_{11}^* \mathbb{F}}}_{\widehat{\lambda_{11}^* \mathbb{F}}}) \quad (2)$$

Finalement : (1) et (2) donnent

$$\lambda_1^* i_2^* R^q j_{2*} \mathbb{F} \xrightarrow{\sim} \lambda_1^* R^q \mathcal{O}(\hat{\mathbb{F}})$$

□