À mi chemin entre Géométrie et Calculs, un « constructeur d'équation »

Sébastien Leurent

INSTITUT DE MATHÉMATIQUES DE BOURGOGNE

UNIVERSITÉ DE BOURGOGNE

Caravane des sciences; festival « Images sonores »

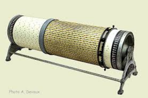
1$^{\text{er}}$ juillet 2023

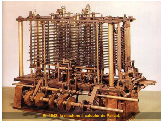
présentation largement inspirée par A. Rousselle

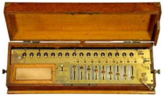
Problématique et contexte général

Concevoir des instruments de calcul, tracé, résolution d'équations.

Des solutions

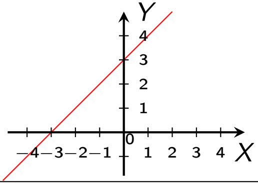




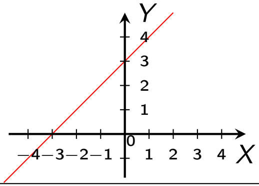


Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

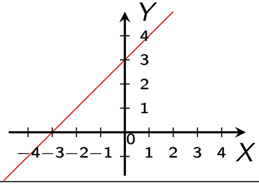
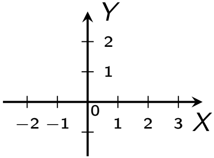
Exemples d’équations

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

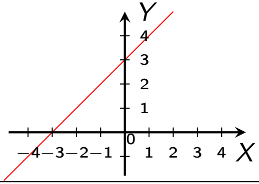
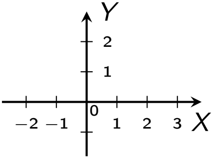
Exemples d’équations

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

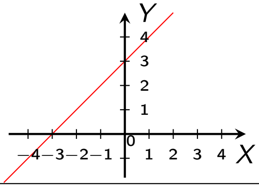
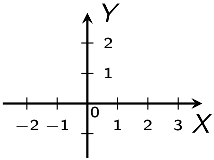
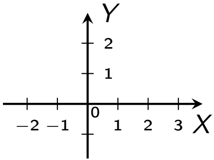
Exemples d'équations

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

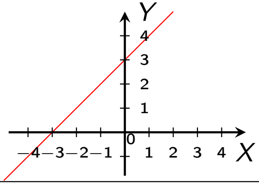
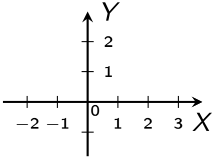
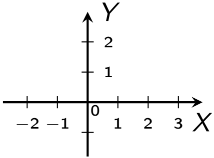
Exemples d'équations

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2$ $- 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

Exemples d'équations

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

Exemples d'équations polynomiales

Équation	Tracé	Solution
$x + 3 = 0$		$x = -3$
$x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$
$\frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1 = 0$		$x = 1 - \sqrt{2} \simeq -0{,}41421$ ou $x = 1 + \sqrt{2} \simeq 2{,}41421$

Problématique précise

Construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

Exemple

$$P(x) = \underbrace{\tfrac{1}{10}}_{a_1} x^{\overset{\overset{n}{\downarrow}}{4}} \underbrace{-\tfrac{1}{5}}_{a_2} x^{\overset{\overset{n-1}{\downarrow}}{3}} + \underbrace{\tfrac{9}{10}}_{a_3} x^{\overset{\overset{n-2}{\downarrow}}{2}} \underbrace{-2}_{a_4} x \underbrace{-1}_{a_5}$$

- sur n'importe quel intervalle $[a,b]$
- mécaniquement, sans calcul

Problématique précise

Construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

Exemple

$$P(x) = \underbrace{\tfrac{1}{10}}_{a_1}\overset{n}{x^4}\underbrace{-\tfrac{1}{5}}_{a_2}\overset{n-1}{x^3} + \underbrace{\tfrac{9}{10}}_{a_3}\overset{n-2}{x^2}\underbrace{-2}_{a_4}x\underbrace{-1}_{a_5}$$

- sur n'importe quel intervalle $[a,b]$
- mécaniquement, sans calcul

Problématique précise

Construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

Exemple

$$P(x) = \underbrace{\tfrac{1}{10}}_{a_1} x^{\overset{n}{4}} \underbrace{-\tfrac{1}{5}}_{a_2} x^{\overset{n-1}{3}} + \underbrace{\tfrac{9}{10}}_{a_3} x^{\overset{n-2}{2}} \underbrace{-2}_{a_4} x \underbrace{-1}_{a_5}$$

- sur n'importe quel intervalle $[a,b]$
- mécaniquement, sans calcul

Problématique précise

Construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

Exemple

$$P(x) = \underbrace{\tfrac{1}{10}}_{a_1} x^{\overset{n}{\downarrow}4} \underbrace{-\tfrac{1}{5}}_{a_2} x^{\overset{n-1}{\downarrow}3} + \underbrace{\tfrac{9}{10}}_{a_3} x^{\overset{n-2}{\downarrow}2} \underbrace{-2}_{a_4} x \underbrace{-1}_{a_5}$$

- sur n'importe quel intervalle $[a,b]$
- mécaniquement, sans calcul

Problématique précise

Construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

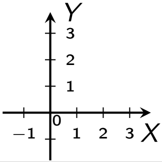
Exemple

$$P(x) = \underbrace{\tfrac{1}{10}}_{a_1} x^{\overset{n}{\downarrow}\,4} \underbrace{-\tfrac{1}{5}}_{a_2} x^{\overset{n-1}{\downarrow}\,3} + \underbrace{\tfrac{9}{10}}_{a_3} x^{\overset{n-2}{\downarrow}\,2} \underbrace{-2}_{a_4} x \underbrace{-1}_{a_5}$$

- sur n'importe quel intervalle $[a,b]$
- mécaniquement, sans calcul

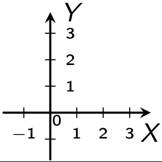
Une solution

Changement d'intervalle

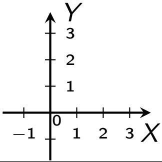
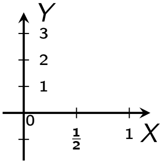
<table>
<tr><th>Tracé</th><th>Polynôme</th></tr>
<tr><td>
</td><td>$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$
où $x \in [-1{,}3]$</td></tr>
<tr><td>
</td><td>$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$
où $x \in [0{,}1]$</td></tr>
</table>

- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1{,}3]$ par $[0{,}1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a{,}b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0{,}1]$

Changement d'intervalle

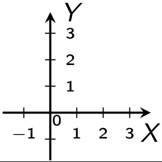
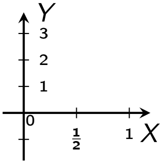
Tracé	Polynôme
	$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$ où $x \in [-1,3]$
	$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$ où $x \in [0,1]$

- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1,3]$ par $[0,1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a,b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0,1]$

Tracé	Polynôme
	$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$ où $x \in [-1,3]$
	$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$ où $x \in [0,1]$

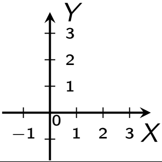
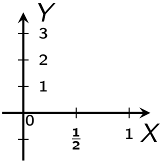
- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1,3]$ par $[0,1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a,b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0,1]$

Changement d'intervalle

Tracé	Polynôme
	$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$ où $x \in [-1,3]$
	$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$ où $x \in [0,1]$

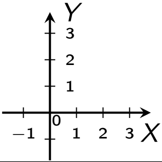
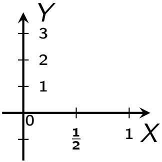
- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1,3]$ par $[0,1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a,b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0,1]$

Changement d'intervalle

Tracé	Polynôme
	$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$ où $x \in [-1,3]$
	$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$ où $x \in [0,1]$

- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1,3]$ par $[0,1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a,b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0,1]$

Changement d'intervalle

Tracé	Polynôme
	$P(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{1}{5}x^3 + \frac{9}{10}x^2 - 2x - 1$ où $x \in [-1,3]$
	$Q(x) = \frac{128}{5}x^4 - \frac{192}{5}x^3 + \frac{168}{5}x^2 - \frac{96}{5}x + \frac{11}{5}$ où $x \in [0,1]$

- Le tracé est le même en regraduant simplement l'axe horizontal pour remplacer $[-1,3]$ par $[0,1]$.
- De même : pour n'importe quel polynôme P sur $[a,b]$, on pose $Q(x) = P(a + x(b-a))$ et on trace Q sur $[0,1]$

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Nouvel objectif et règles du jeu

Concevoir une machine permettant de construire la courbe représentative de n'importe quel polynôme

$$P(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sur [0,1] en utilisant uniquement :

- un support,
- des tiges pouvant être fixées ou coulisser les unes sur les autres,
- quelques attaches,
- et un stylo !

Astuce très importante

- Par exemple,

$$\frac{1}{10}x^4-\frac{1}{5}x^3+\frac{9}{10}x^2-2x-1=\left(\left(\left(\frac{1}{10}x-\frac{1}{5}\right)x+\frac{9}{10}\right)x-2\right)x-1$$

Forme de Hörner

$$a_1x^n+a_2x^{n-1}+\cdots+a_nx+a_{n+1}=(((a_1x+a_2)x+a_3)x+\dots a_n)x+a_{n+1}$$

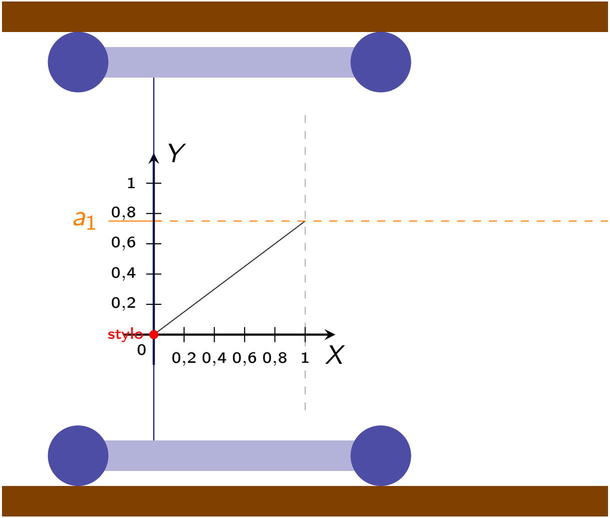
Astuce très importante

- Par exemple,

$$\frac{1}{10}x^4-\frac{1}{5}x^3+\frac{9}{10}x^2-2x-1=\left(\left(\left(\frac{1}{10}x-\frac{1}{5}\right)x+\frac{9}{10}\right)x-2\right)x-1$$

Forme de Hörner

$$a_1x^n+a_2x^{n-1}+\cdots+a_nx+a_{n+1}=$$
$$(((a_1x+a_2)x+a_3)x+\ldots a_n)x+a_{n+1}$$

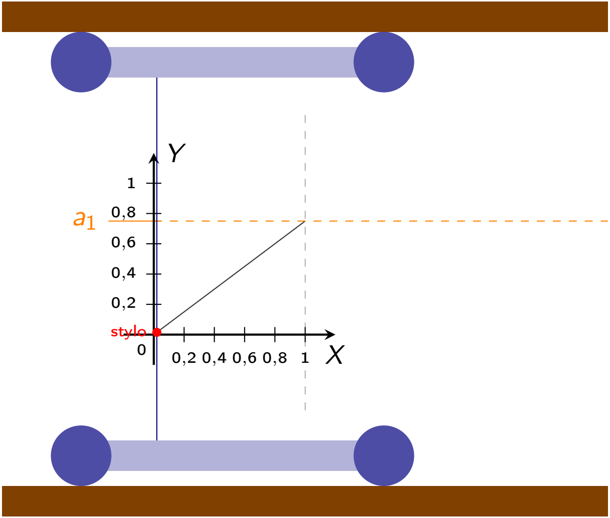


1^er exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine
Cas le plus simple



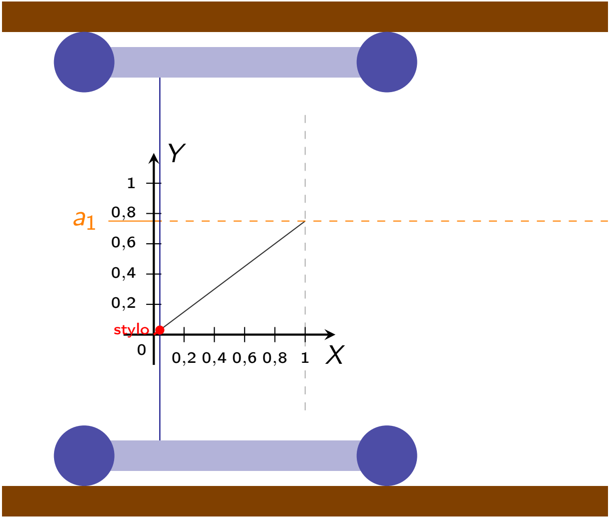
1^er exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

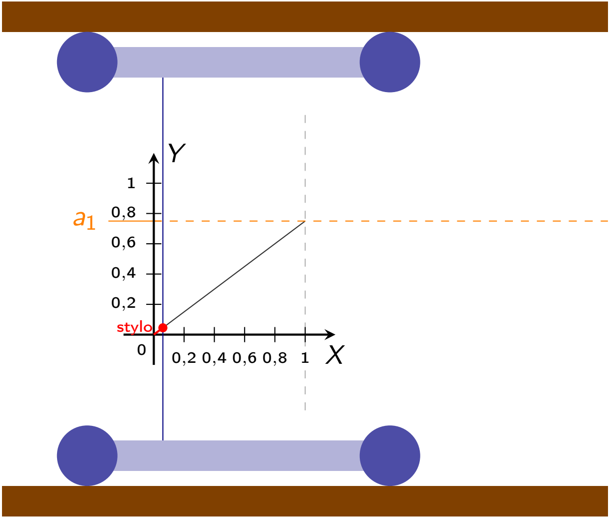
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

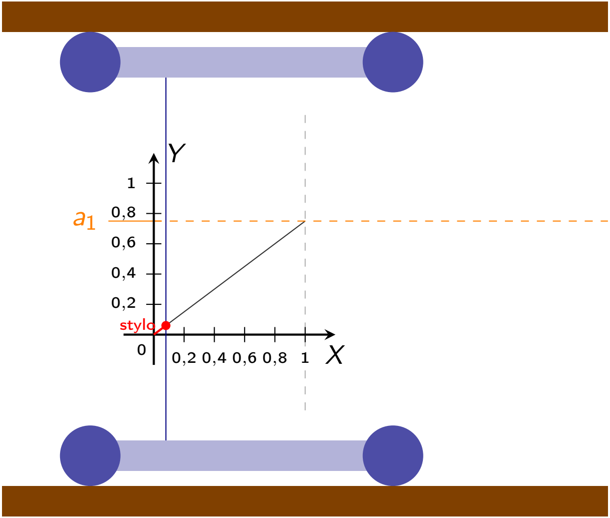
Cas le plus simple



1$^{\text{er}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



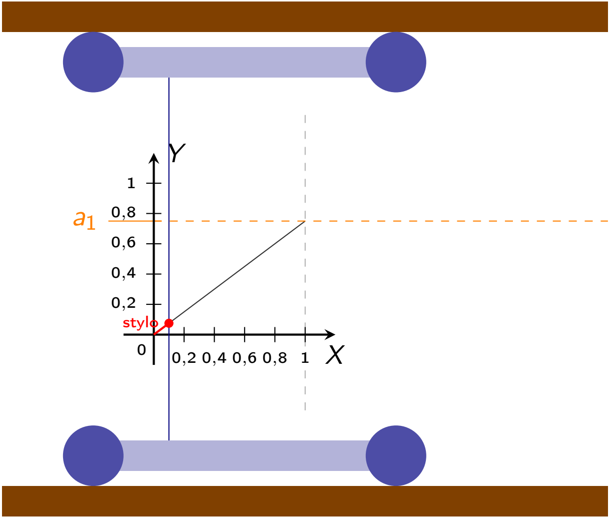
1^{er} exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

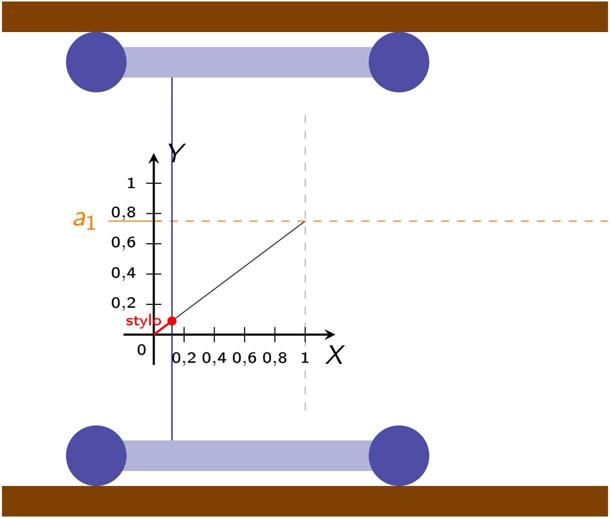
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



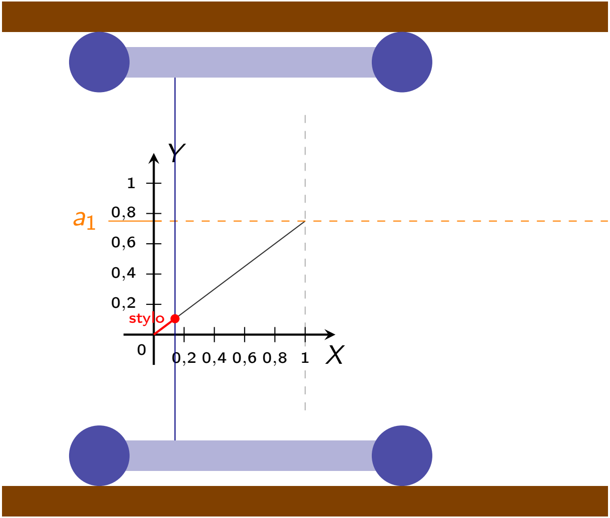
1^{er} exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

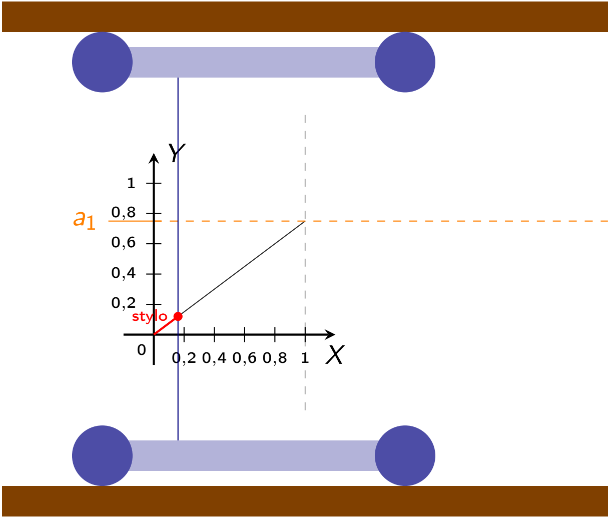
Cas le plus simple



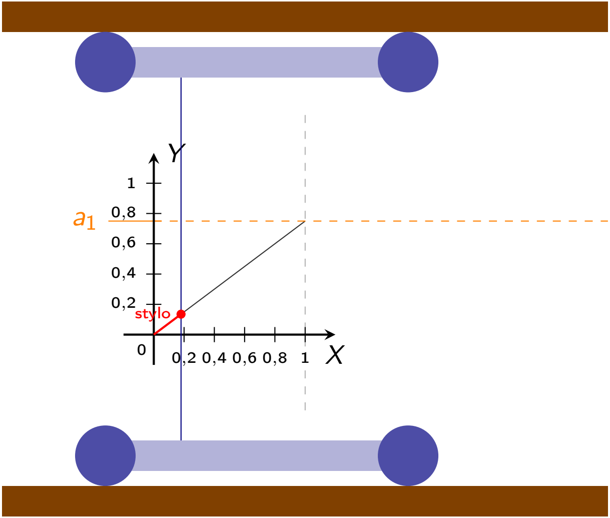
1^er^ exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



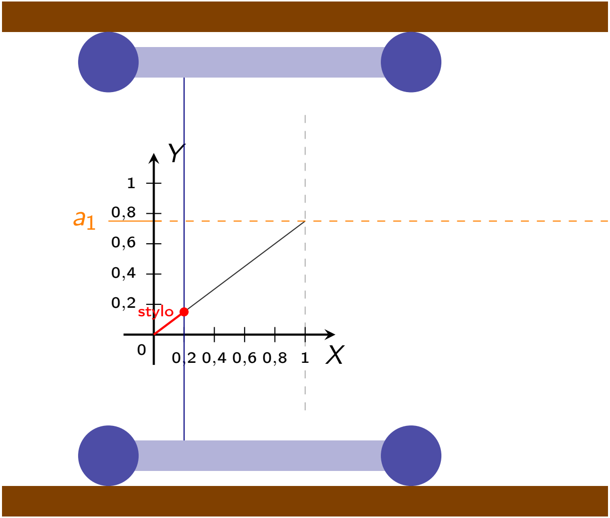
1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

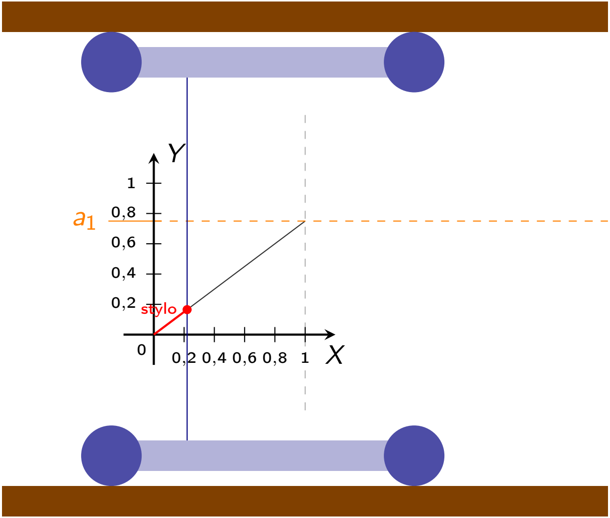
Cas le plus simple



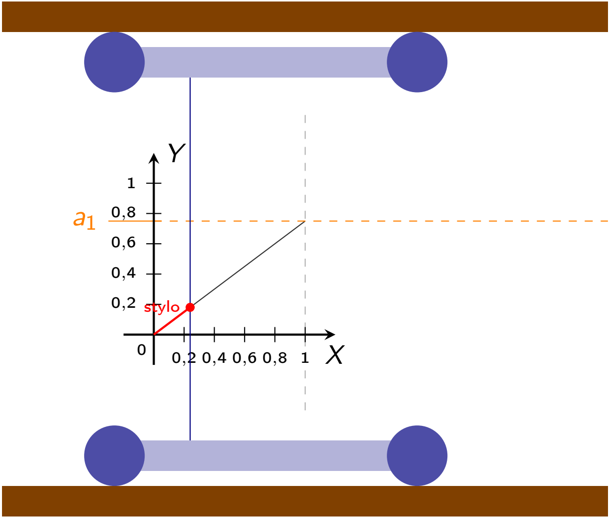
1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



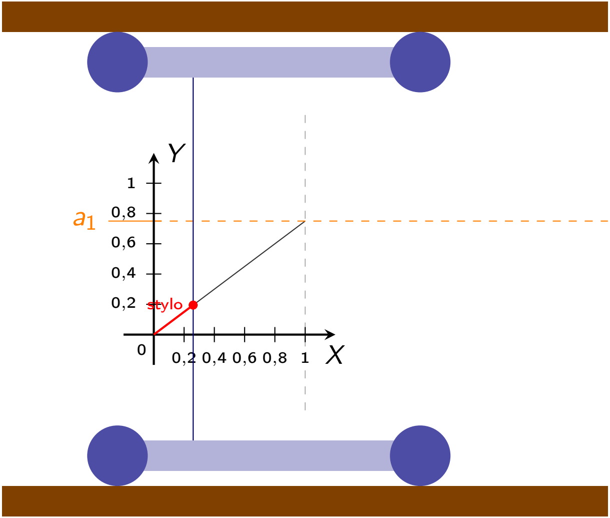
1^{er} exemple :

$P(x) = a_1 x$

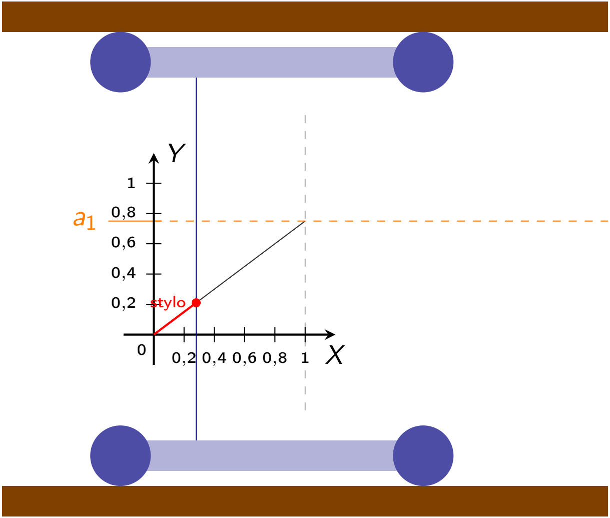
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

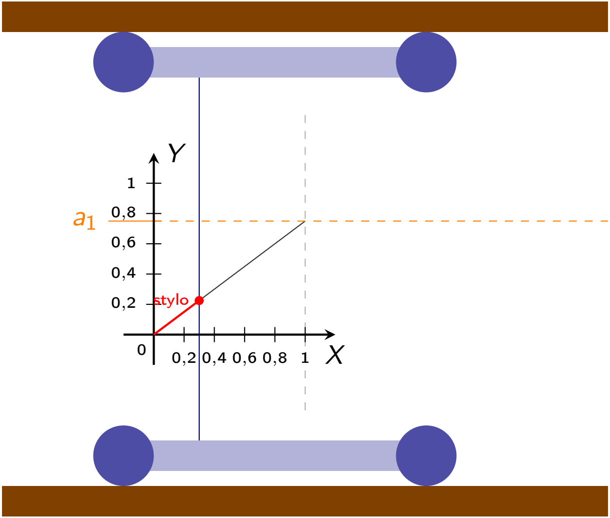
Cas le plus simple



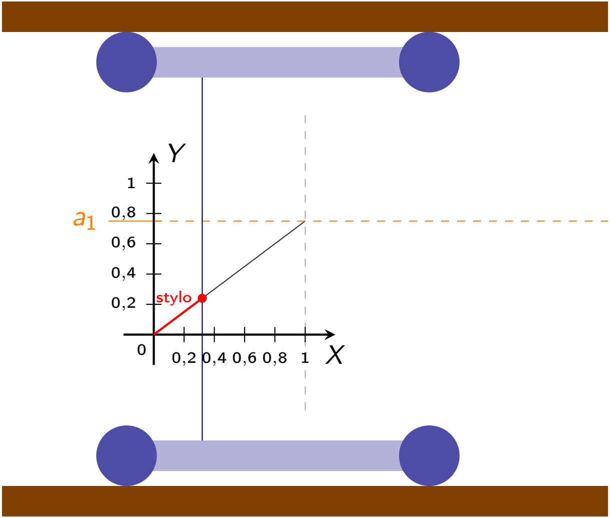
1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



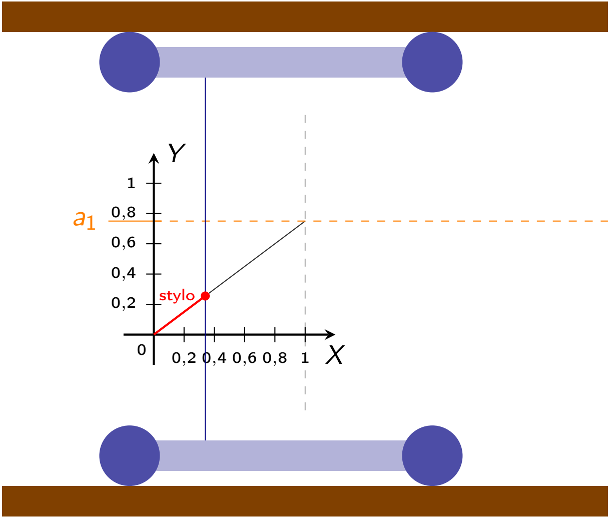
1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



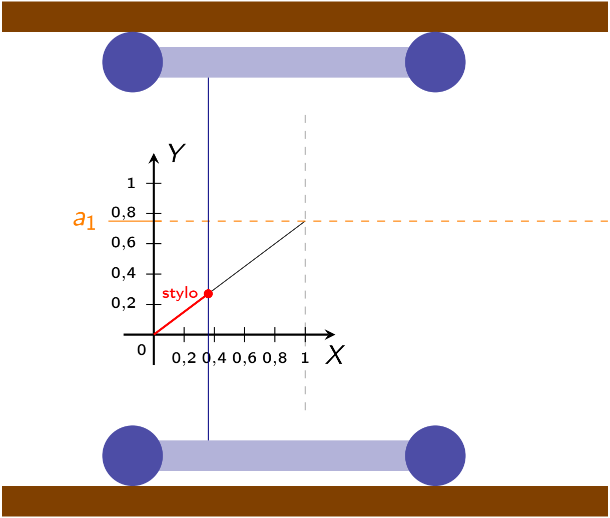
1^er exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



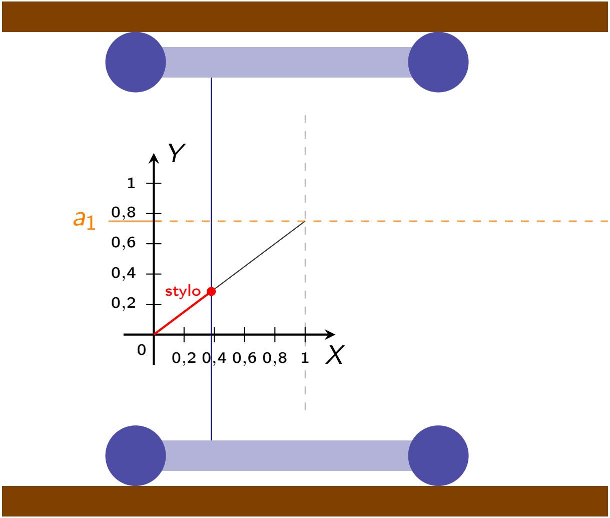
1$^{\text{er}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x$

(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

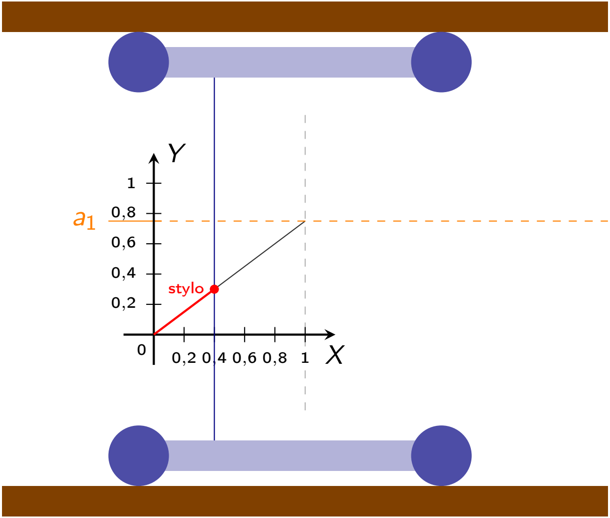
Cas le plus simple



1er exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

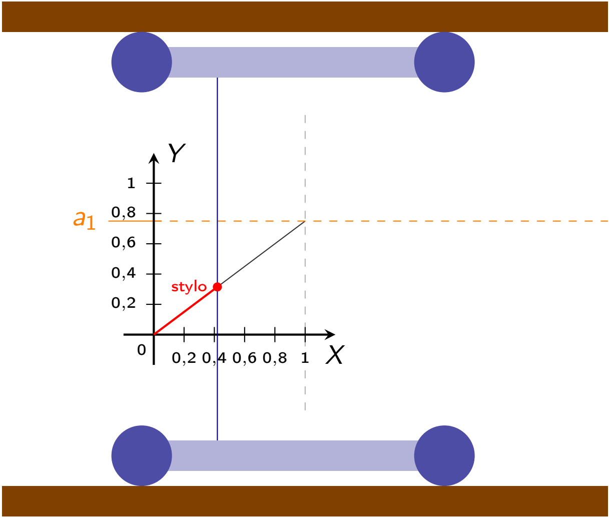
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

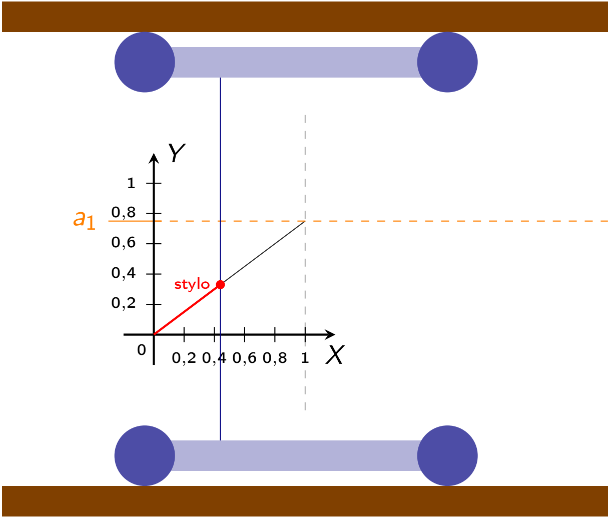
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

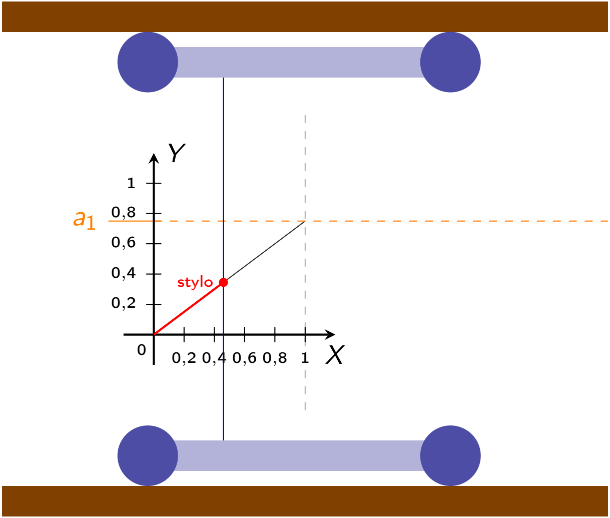
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

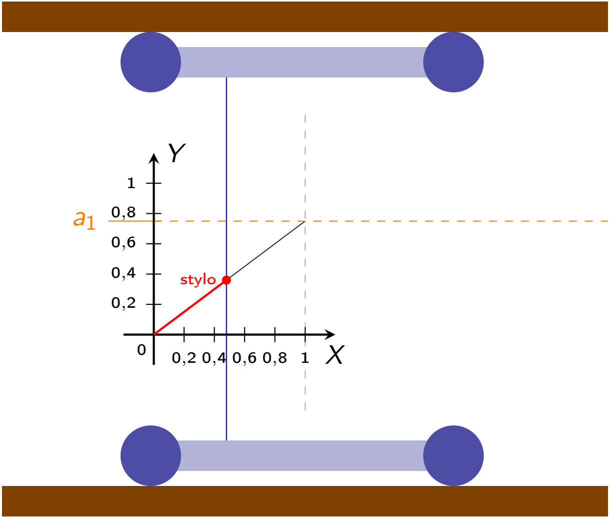
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

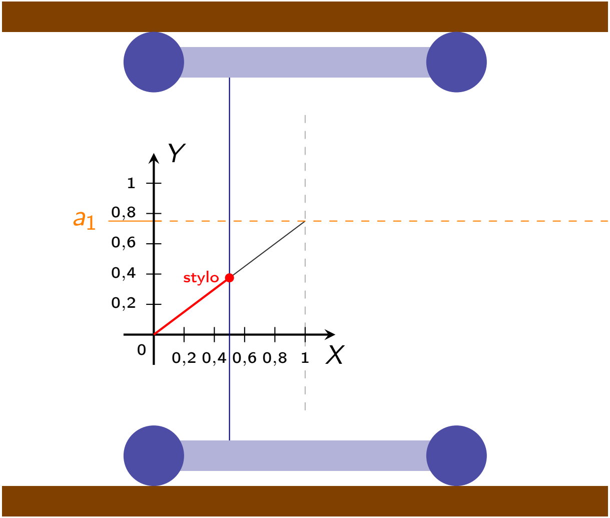
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

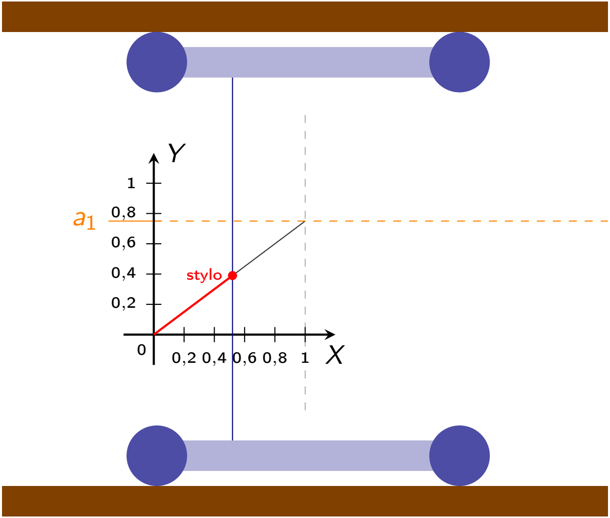
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

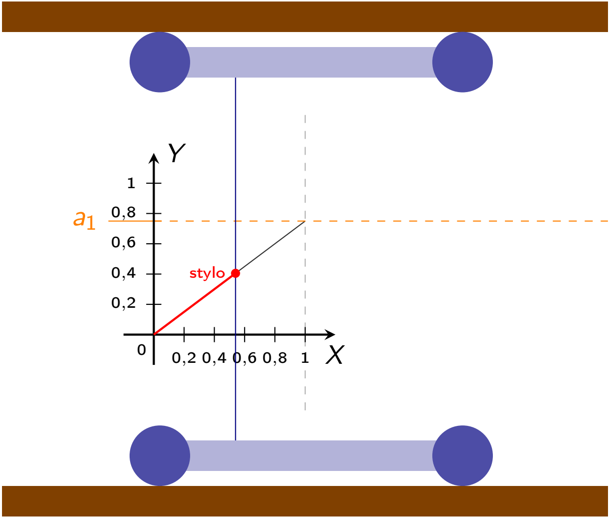
Cas le plus simple



1$^{\text{er}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

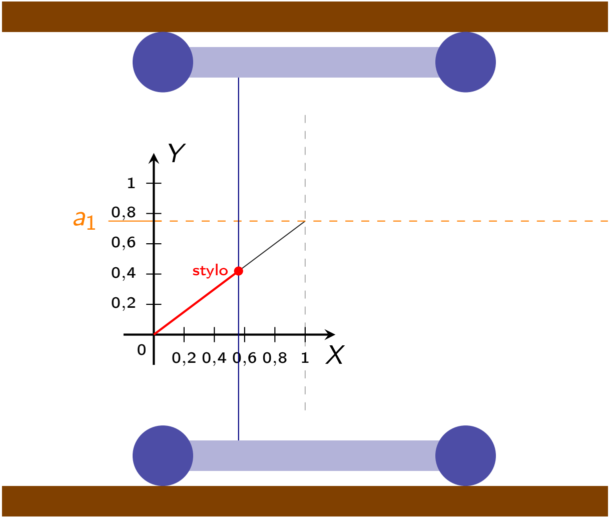
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



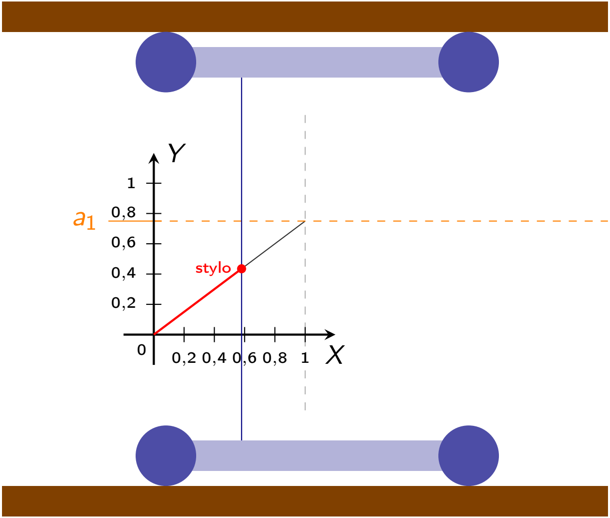
1^er^ exemple :

$P(x) = a_1 x$

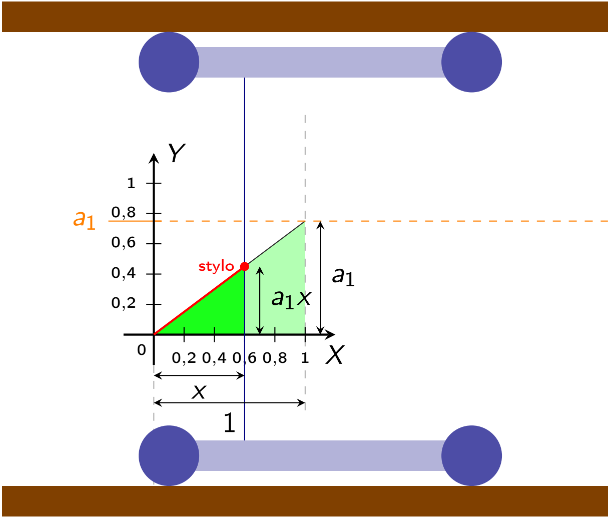
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

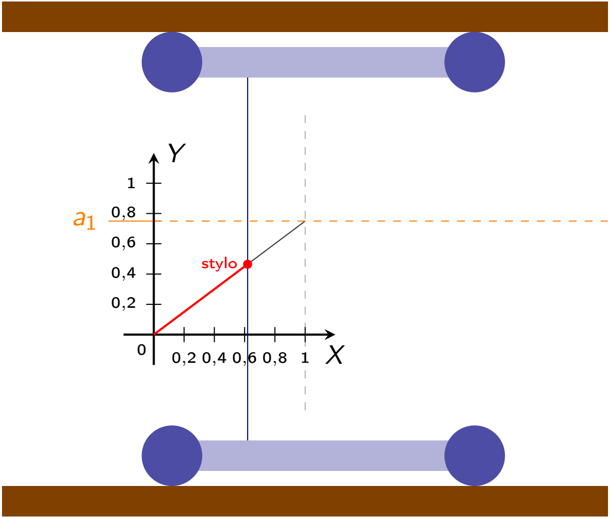


1^er exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

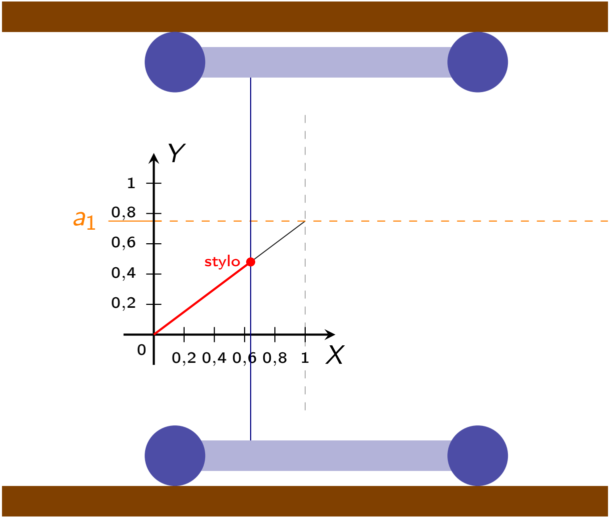
Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

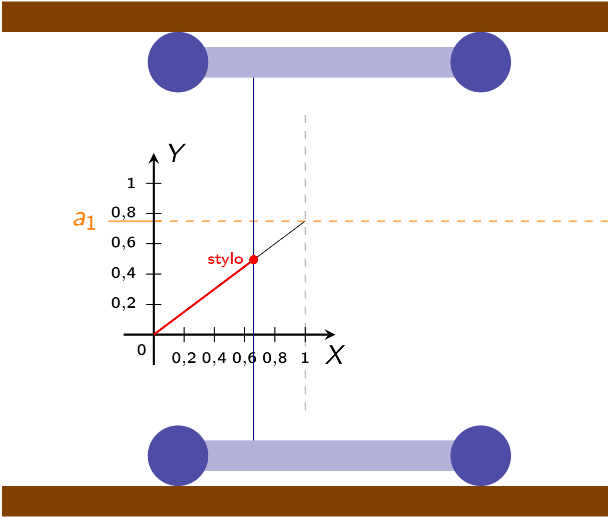


1$^{\text{er}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

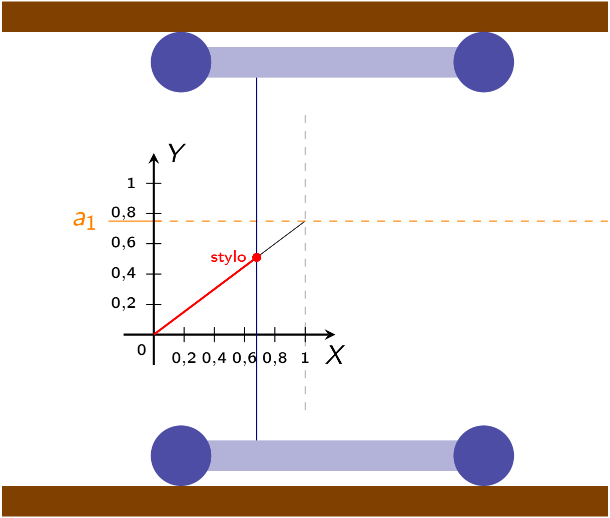


1^er^ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

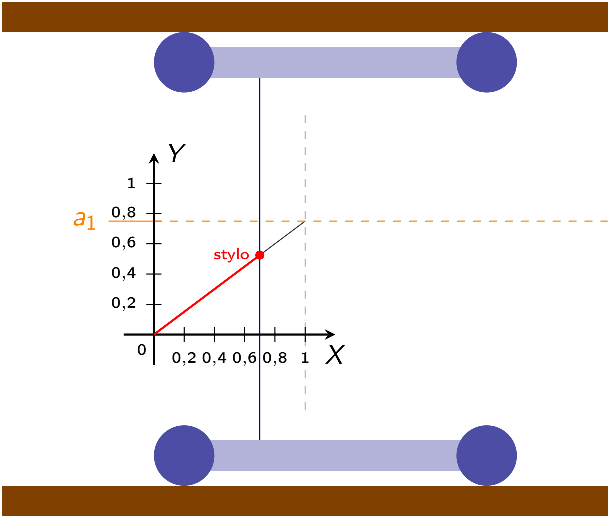


1^er^ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

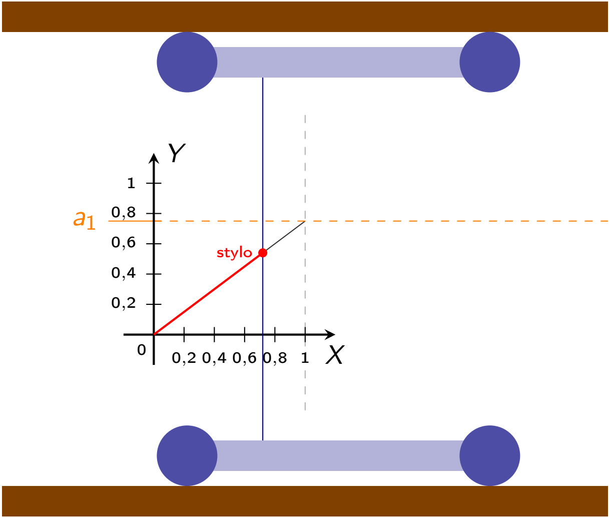


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

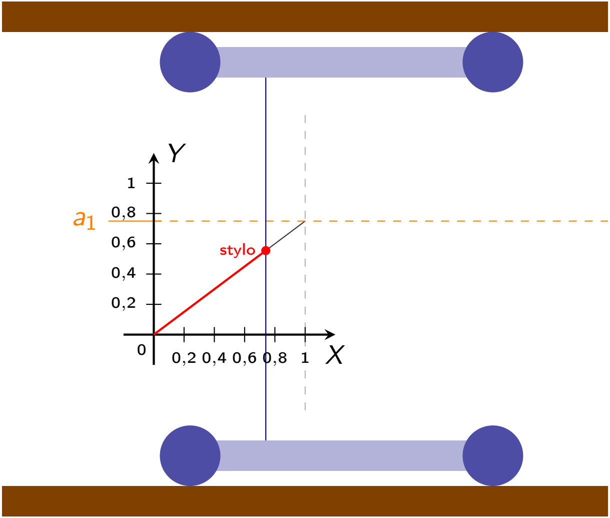
Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

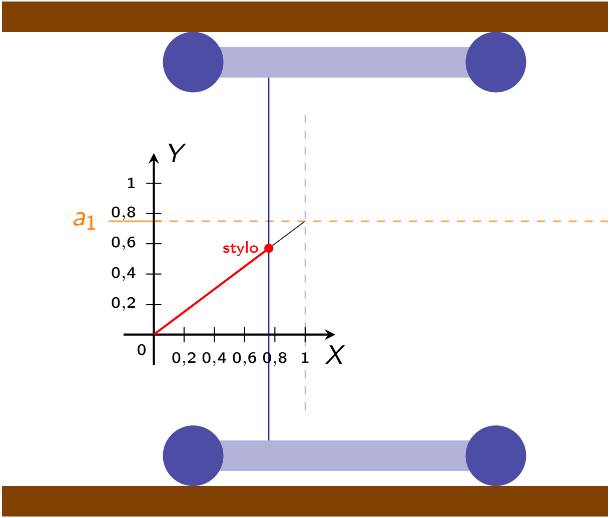


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

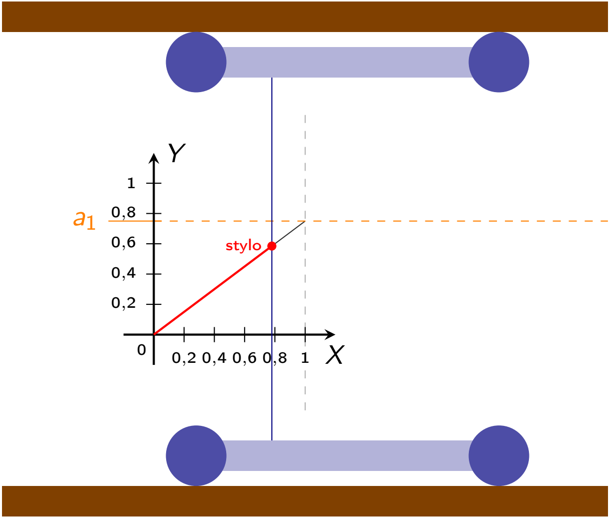


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

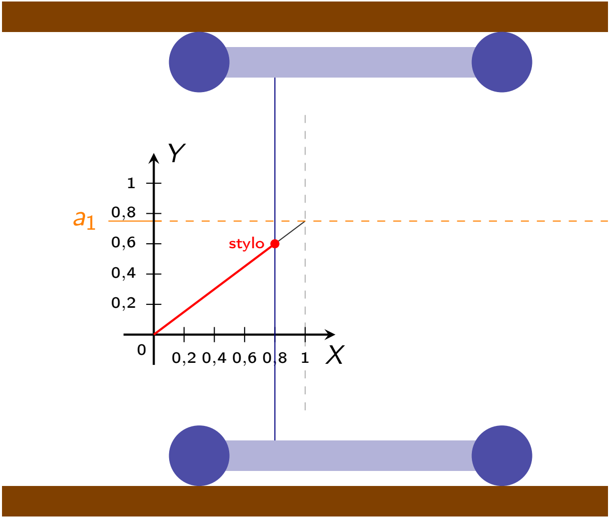


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

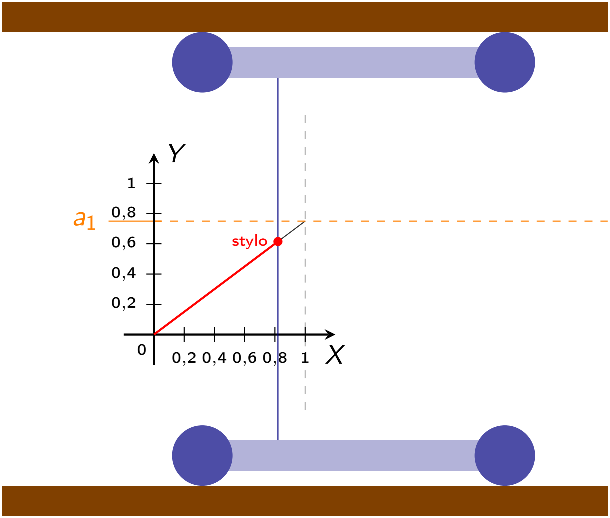


1^er exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

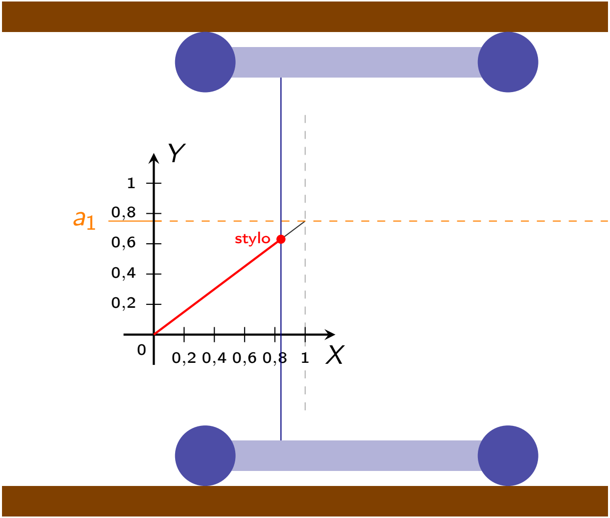


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

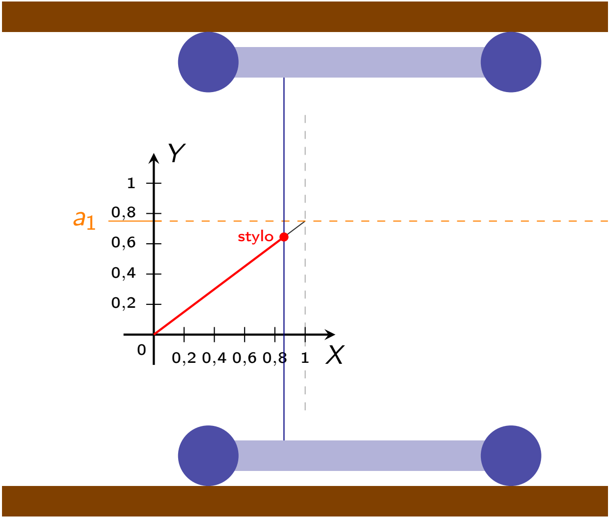
Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple



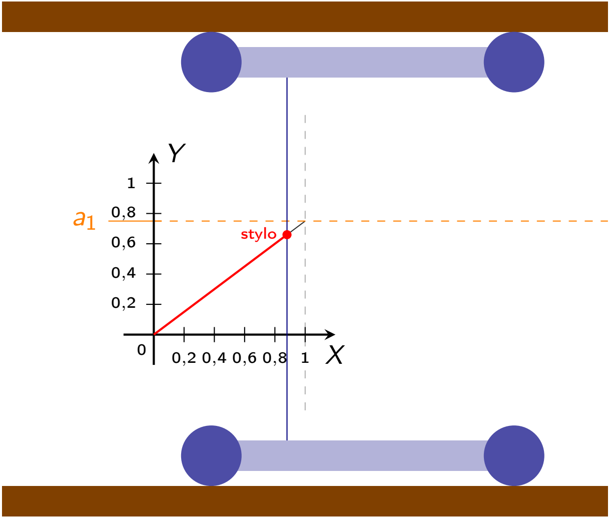
1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »



1$^{\text{er}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

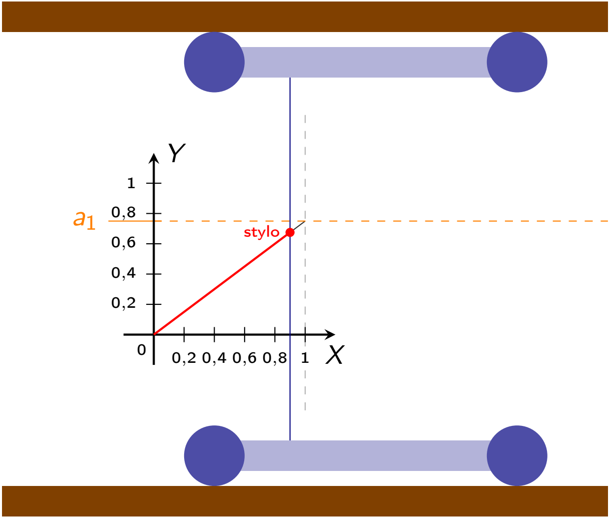
Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »



1$^{\text{er}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

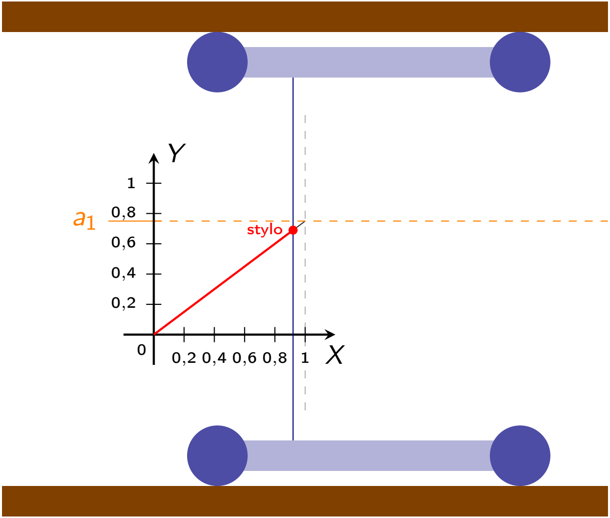
Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

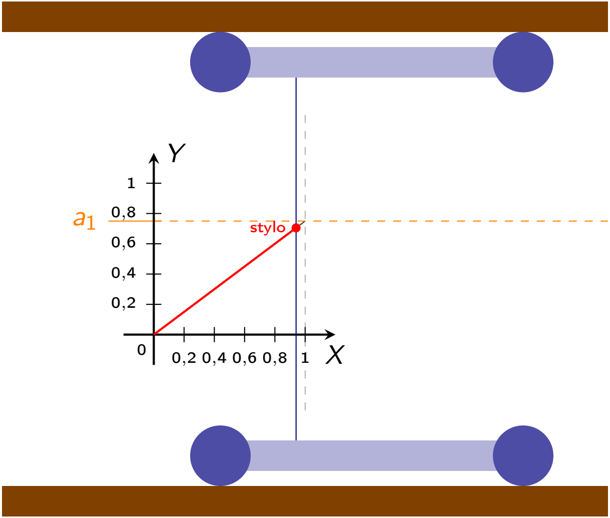


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

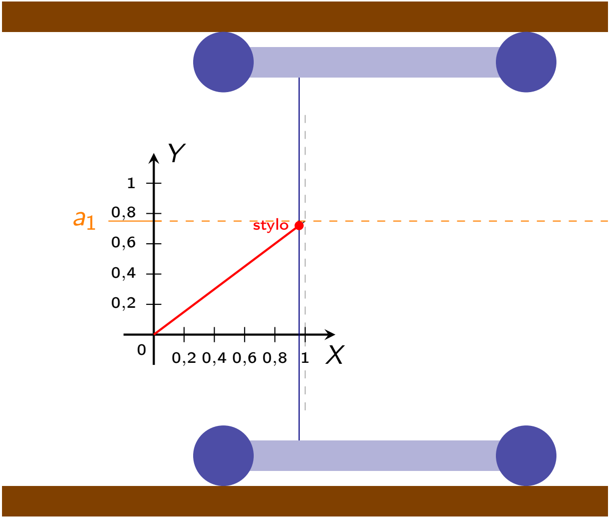
Cas le plus simple



1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine
Cas le plus simple

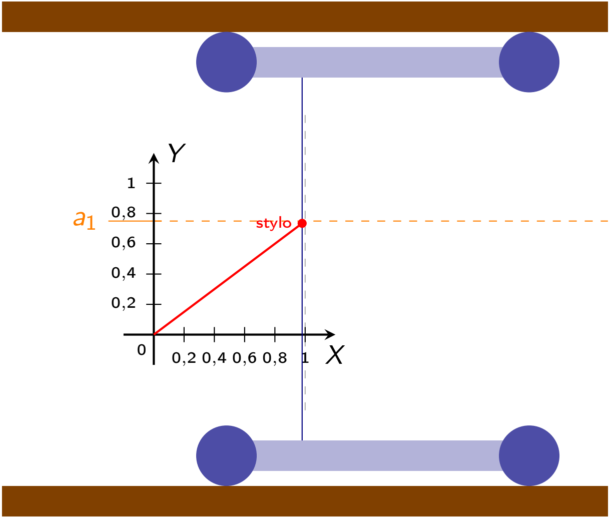


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

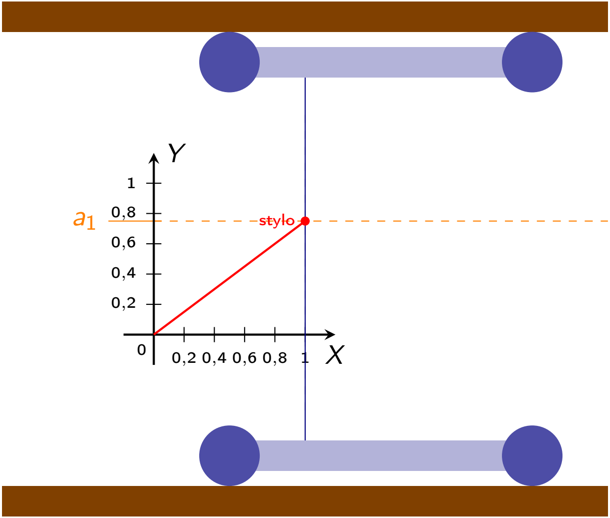


1^{er} exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

Cas le plus simple

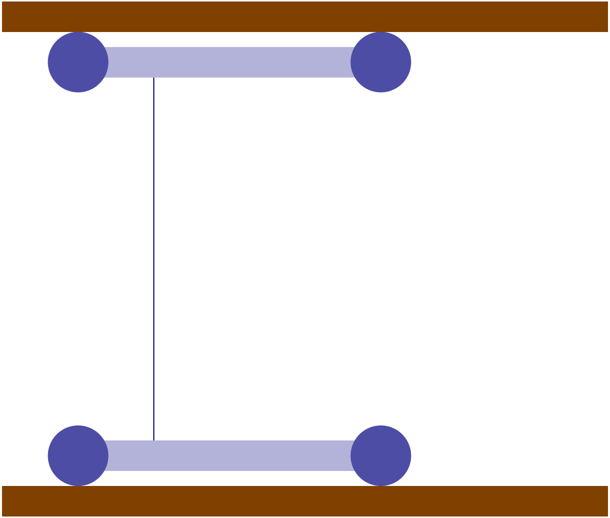


1^er^ exemple :
$P(x) = a_1 x$
(ici $P(x) = \frac{3}{4}x$)

Ça fonctionne grace au « Théorème de Thalès »

Fonctionnement de la machine

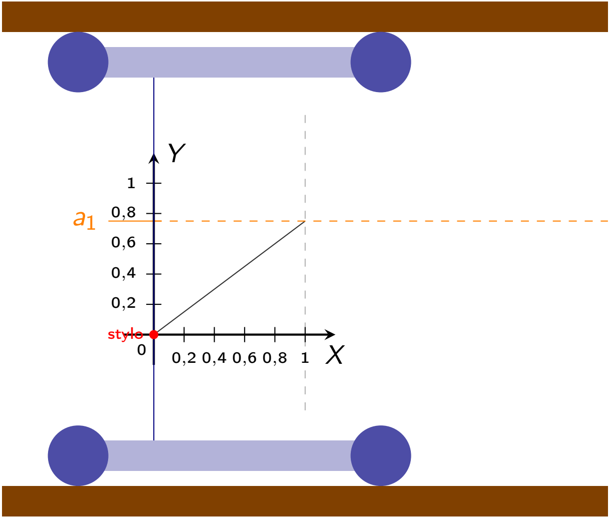
Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :

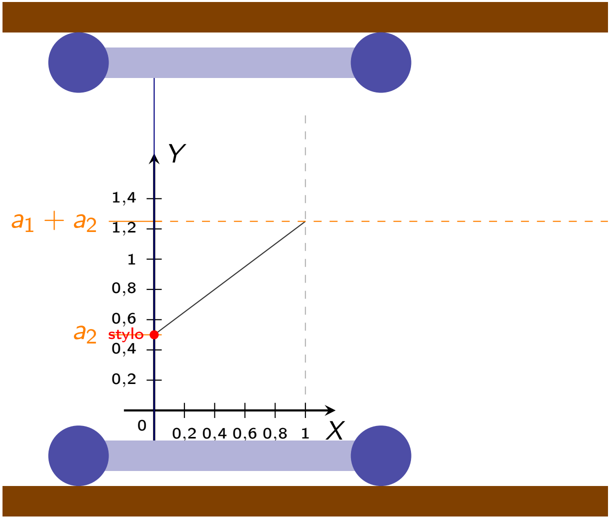
$P(x) = a_1 x + a_2$

Cas précédent :

$P(x) = a_1 x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

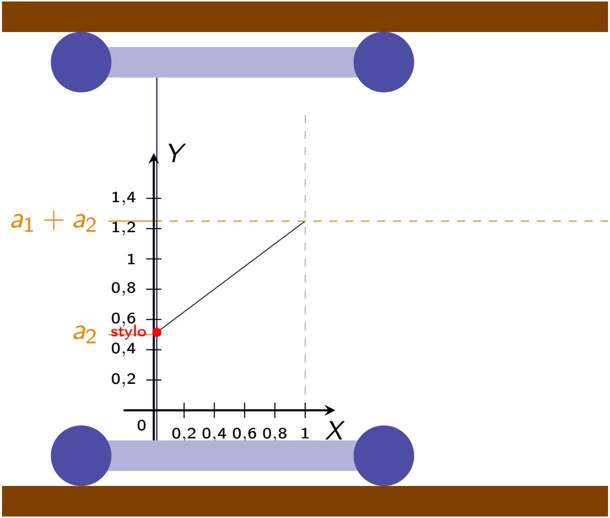


$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Cas précédent :
$P(x) = a_1 x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

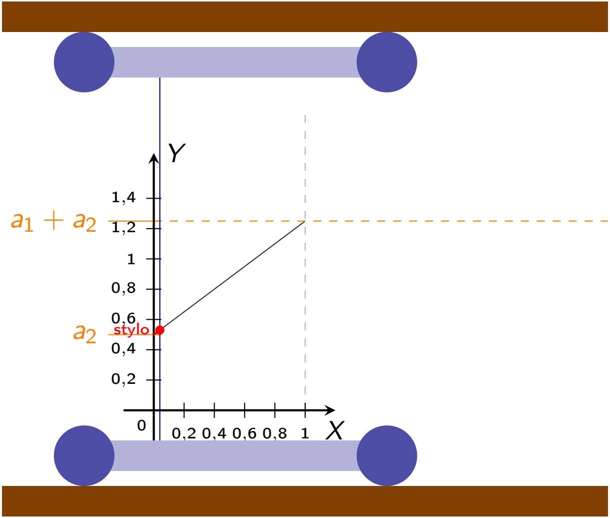


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

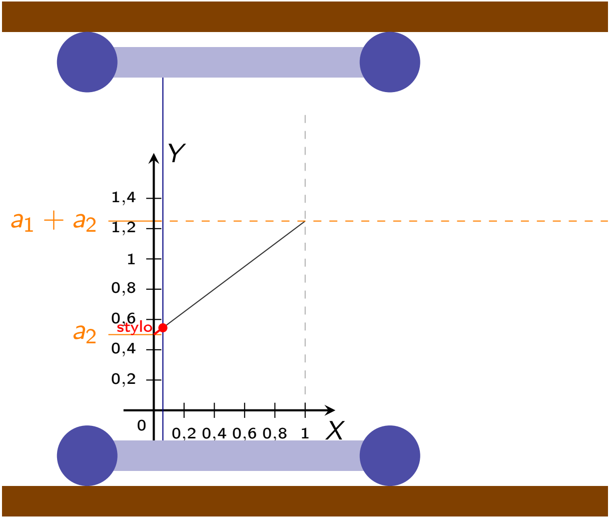
Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

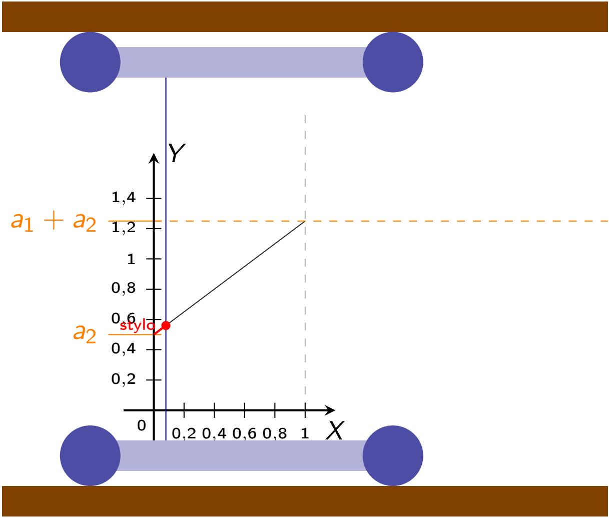


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

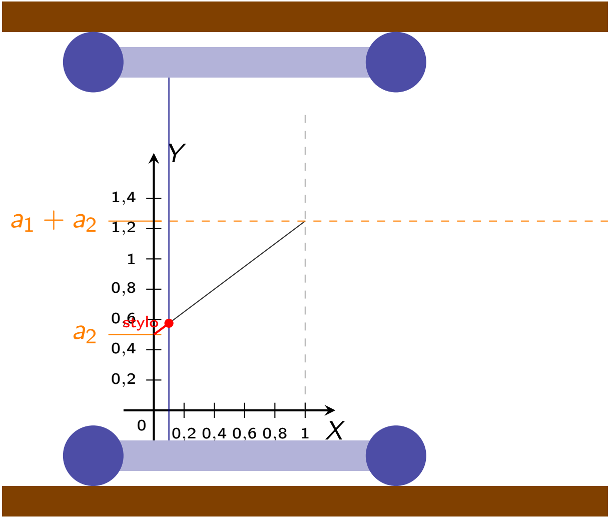


$2^{\text{ème}}$ exemple :

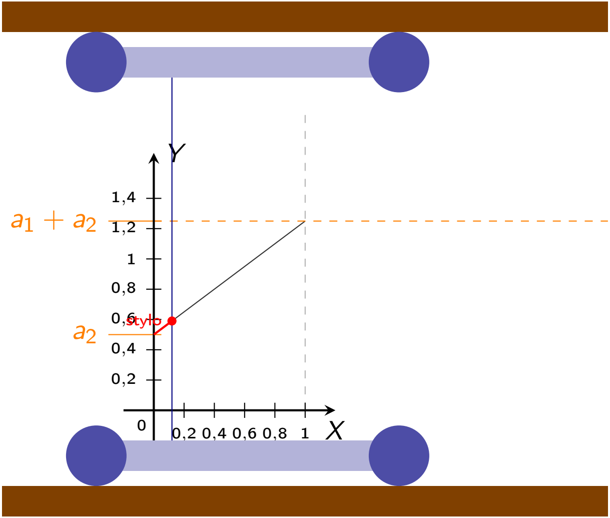
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



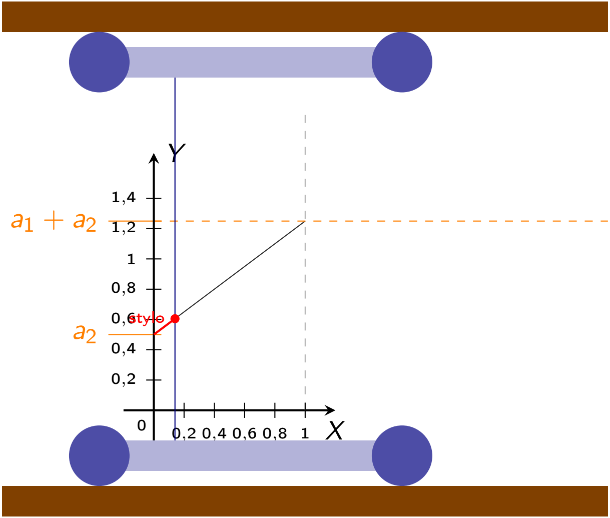
2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



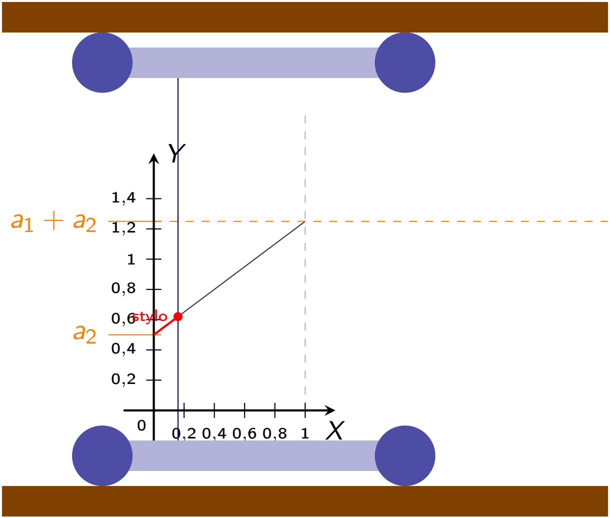
$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 1

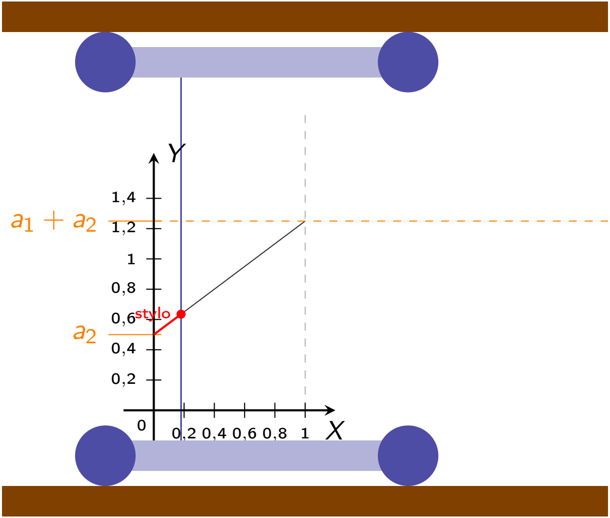


2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



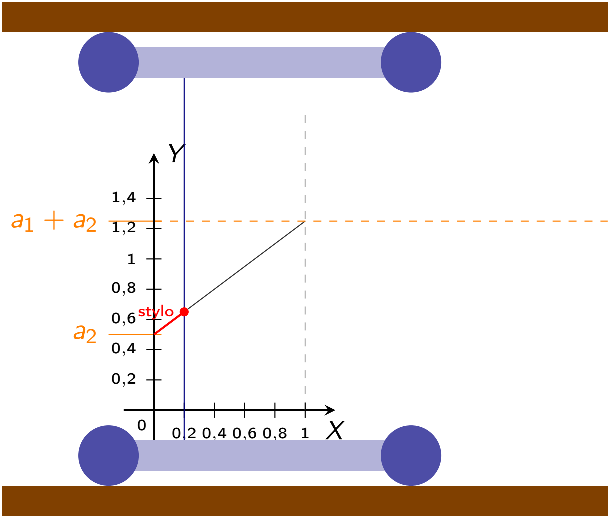
2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$



2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

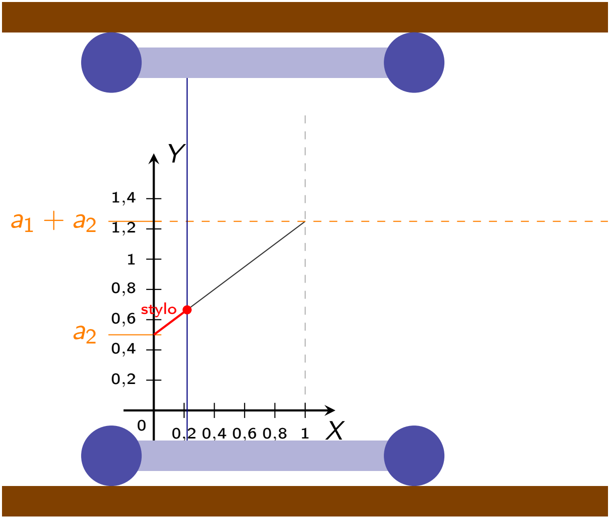


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

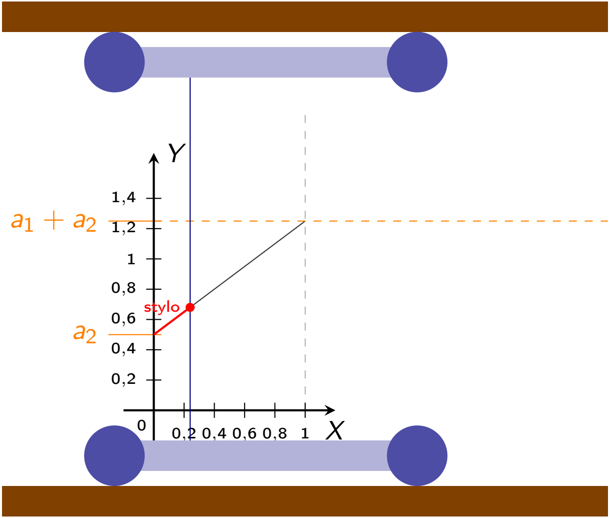
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



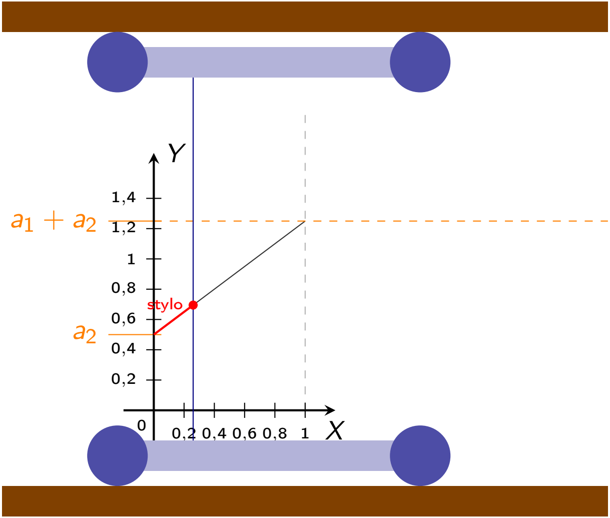
$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

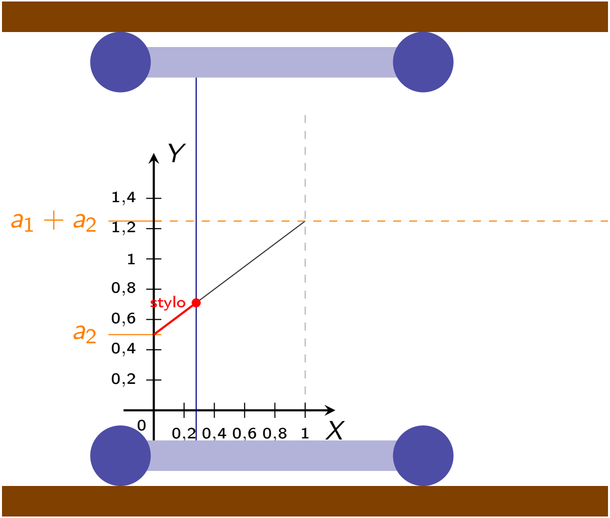


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

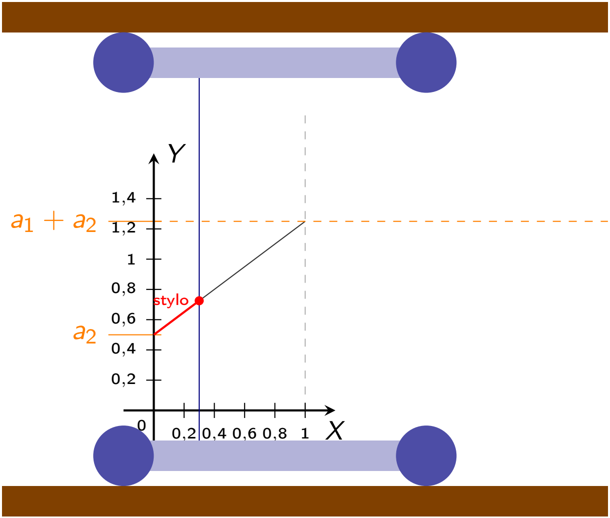


$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

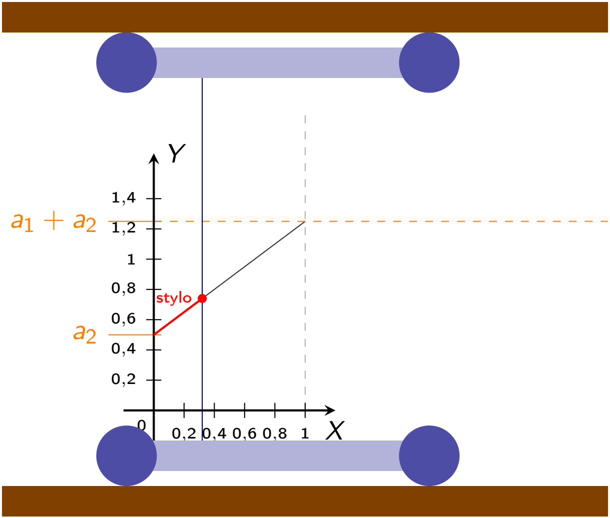


2$^{\text{ème}}$ exemple :

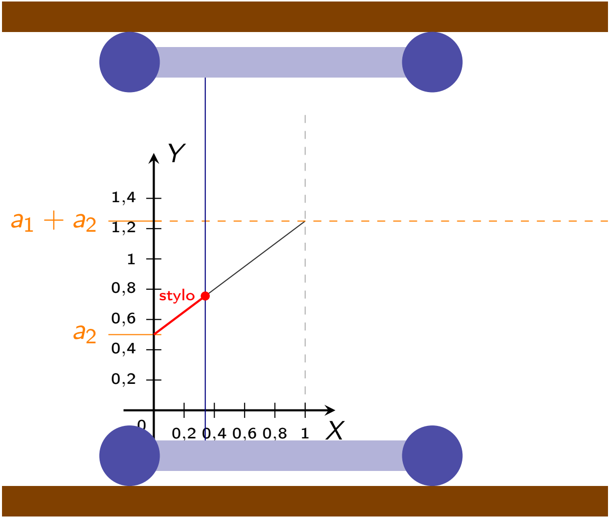
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

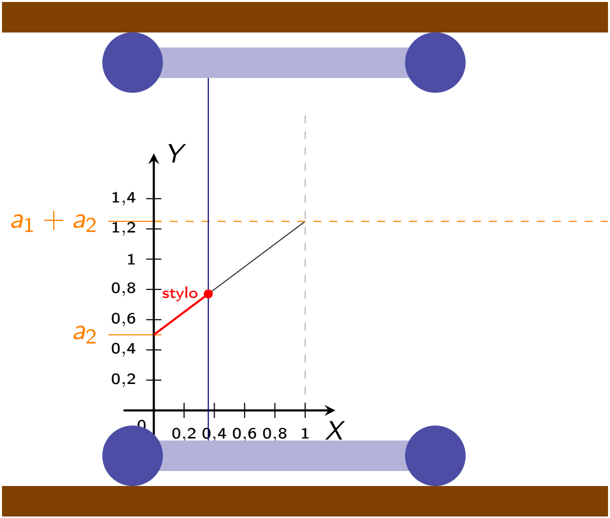


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

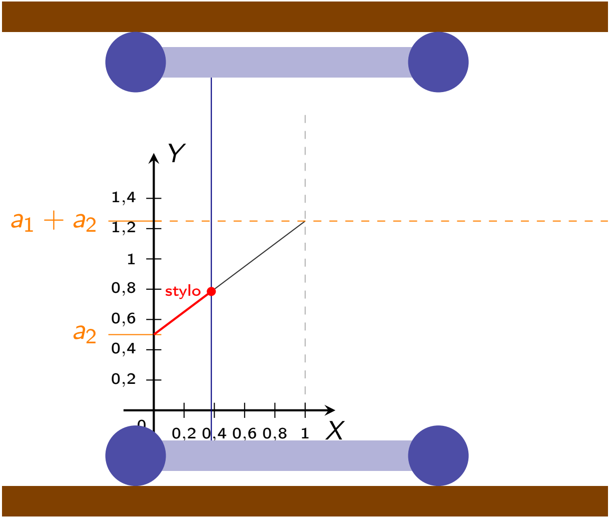
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

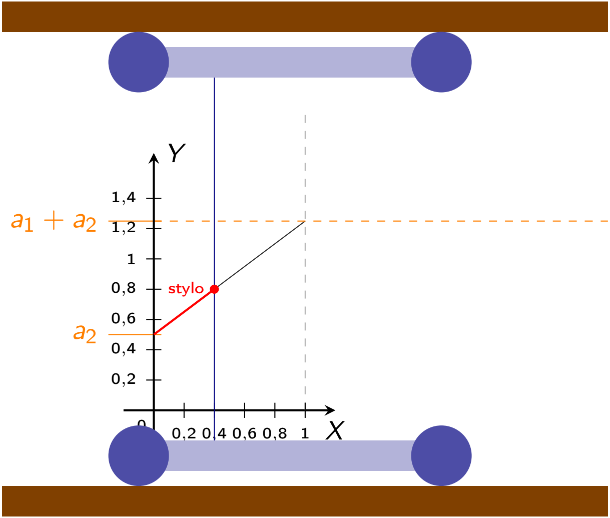


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

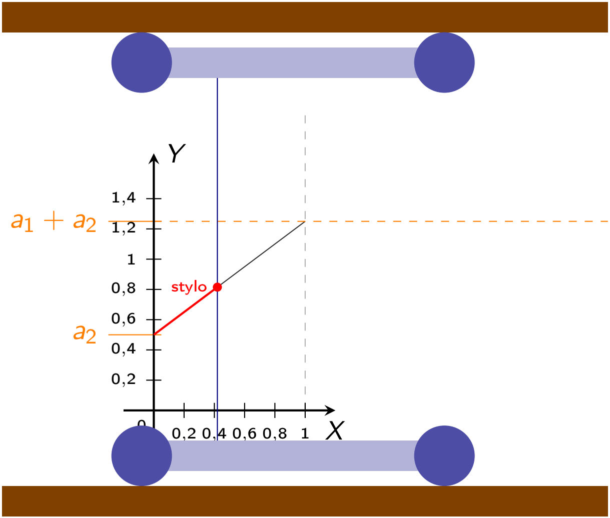
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



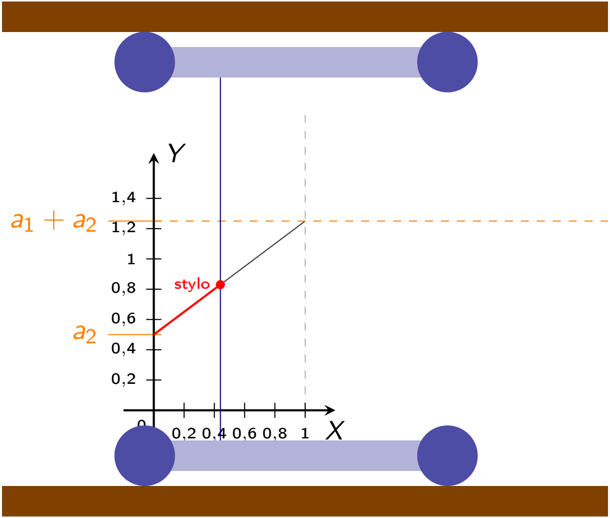
2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$



$2^{\text{ème}}$ exemple :

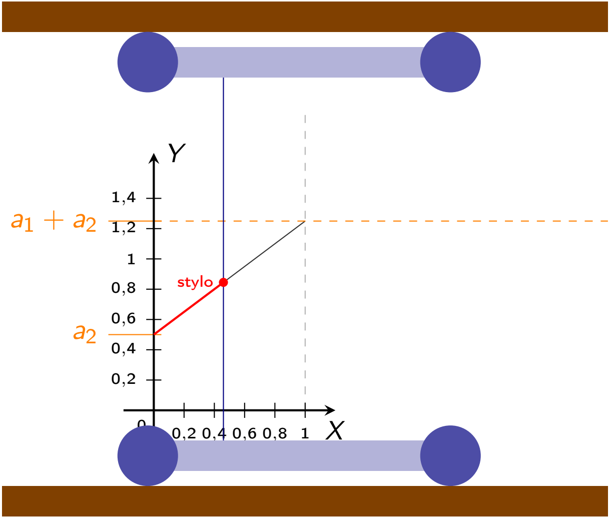
$P(x) = a_1 x + a_2$



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

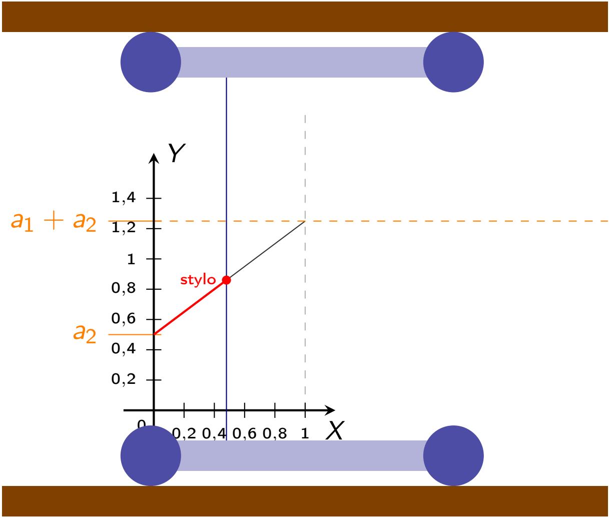
Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

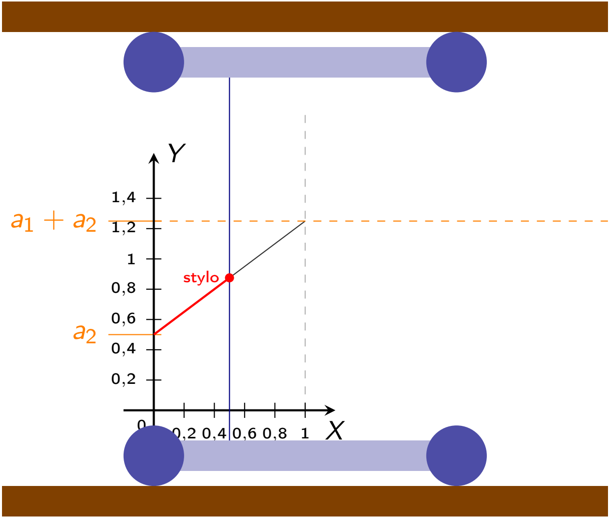
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

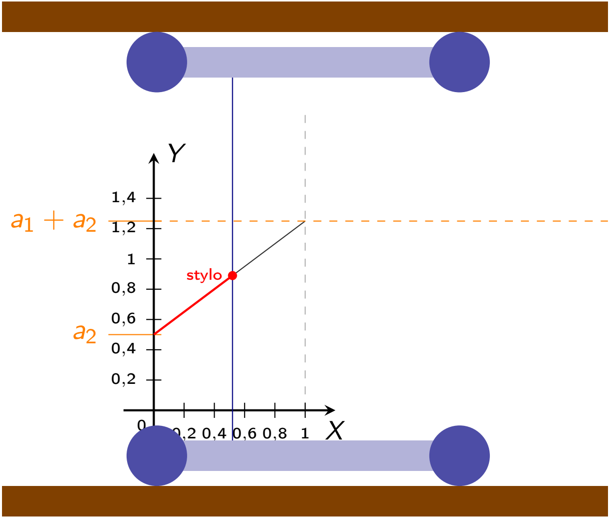
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

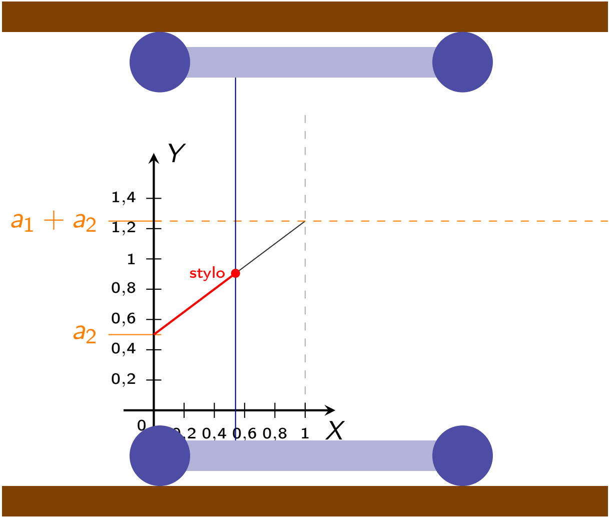


2ème exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

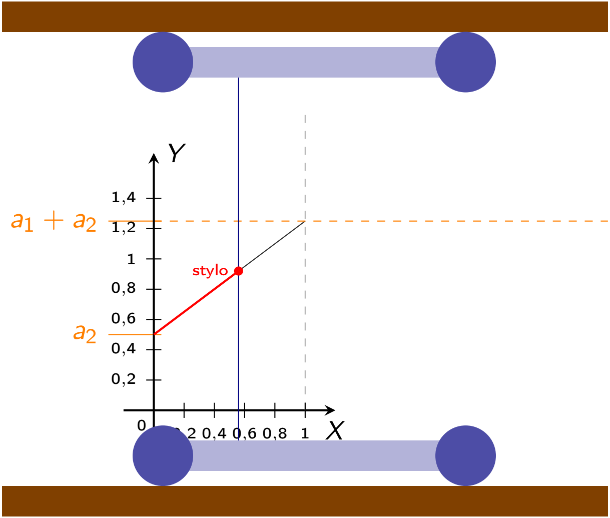


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

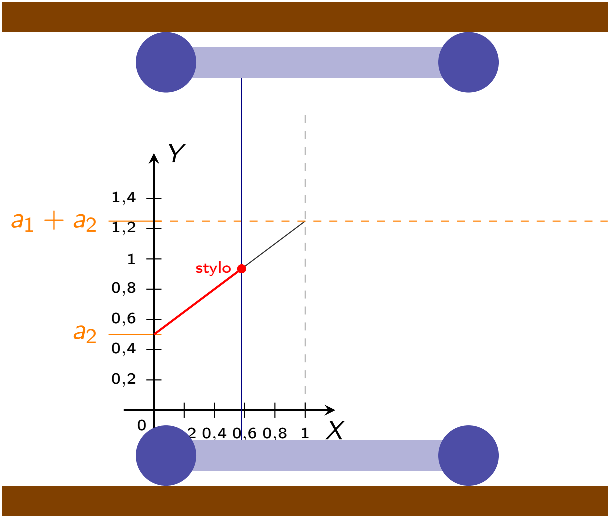
Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

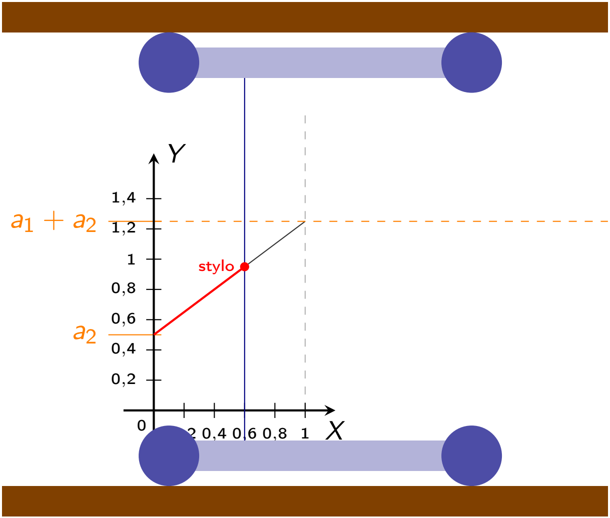


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

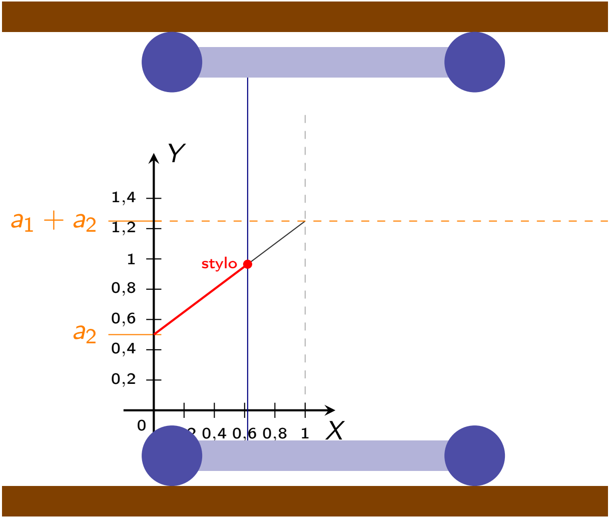


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

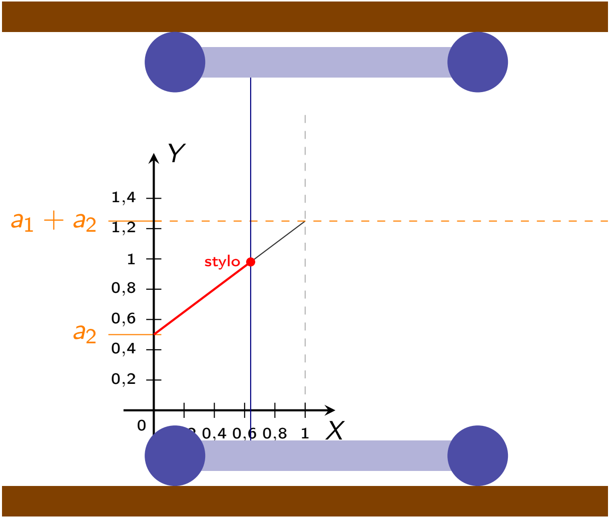


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

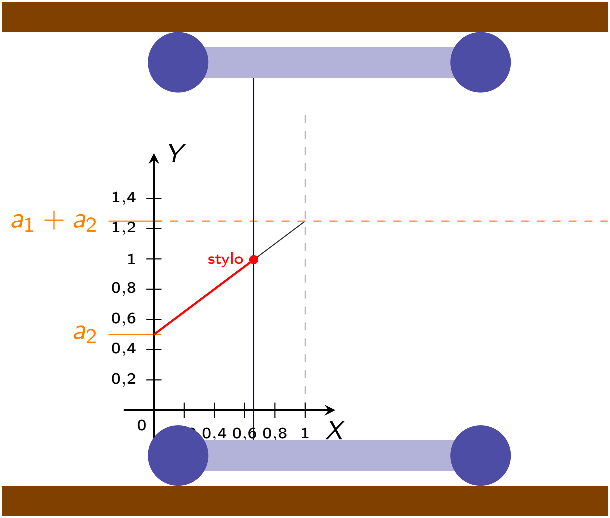
Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

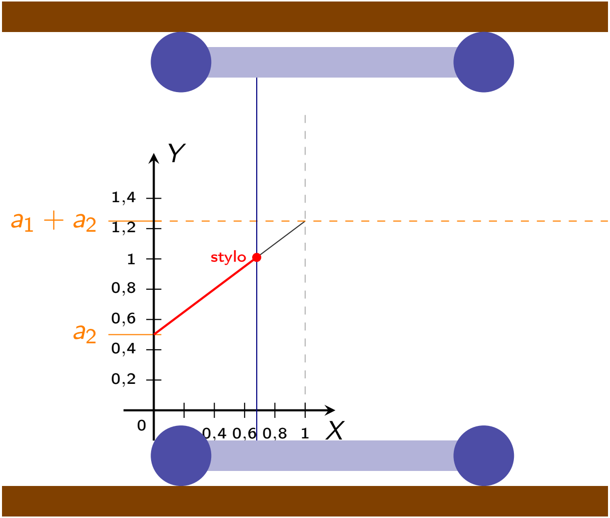


$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

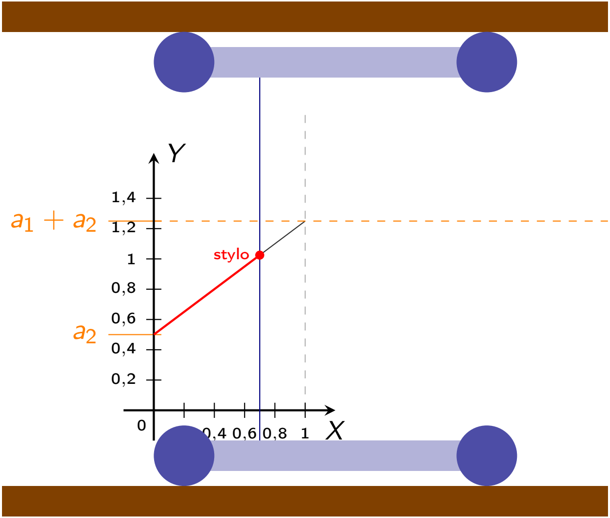
Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

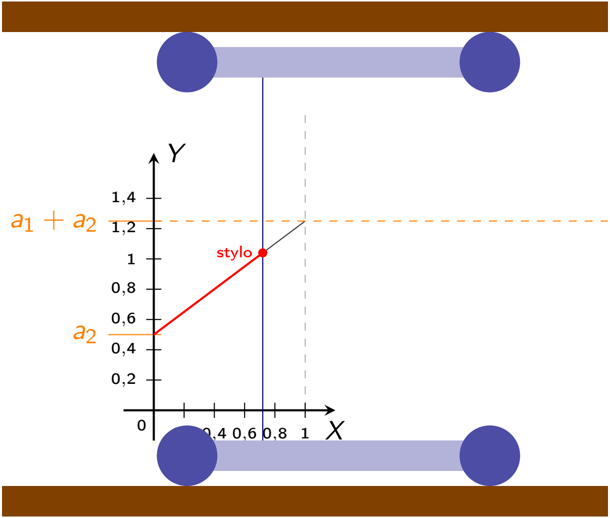


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

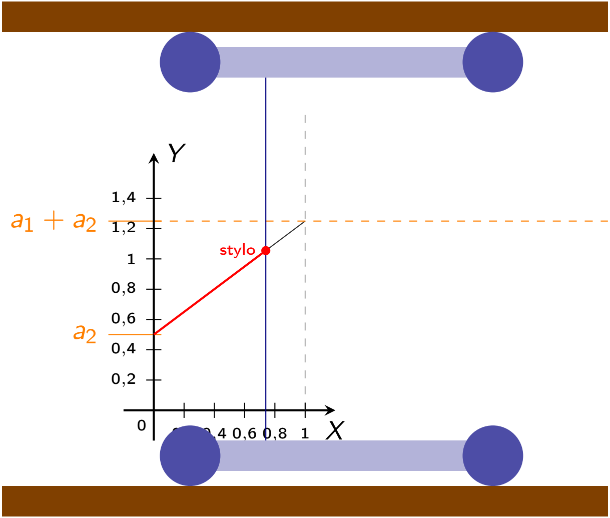
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

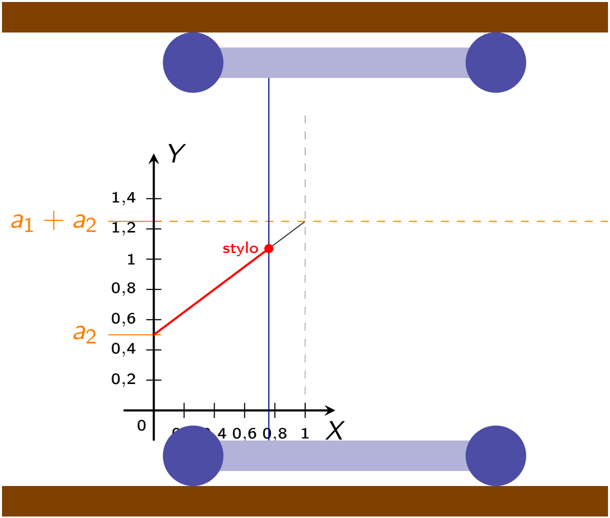


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$



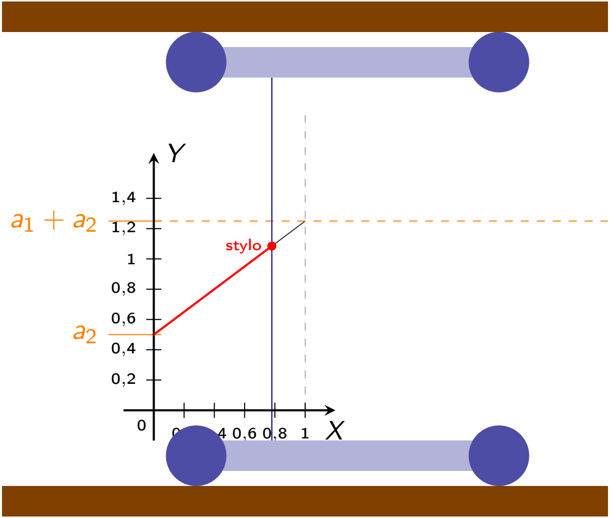
$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

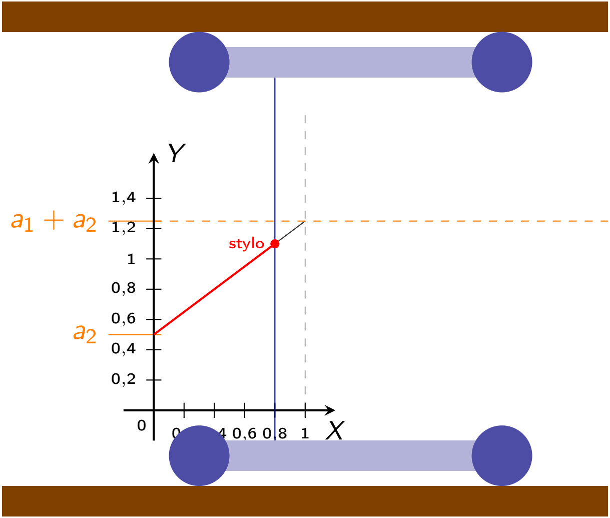


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

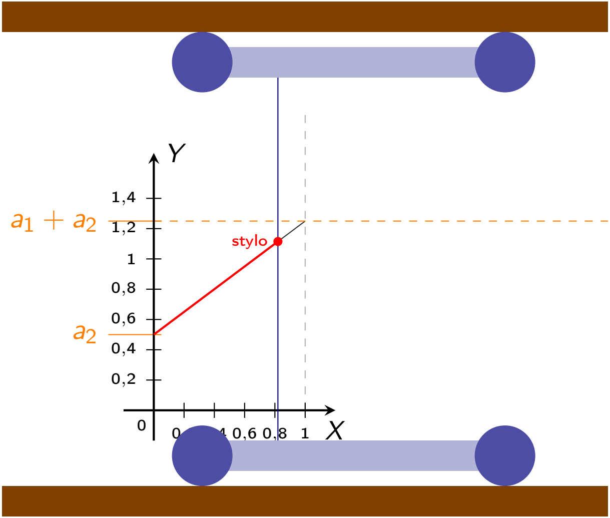
Polynôme de degré 1



2$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

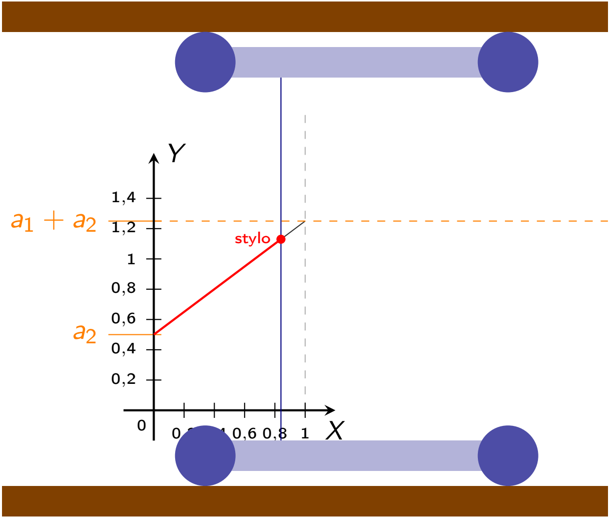
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

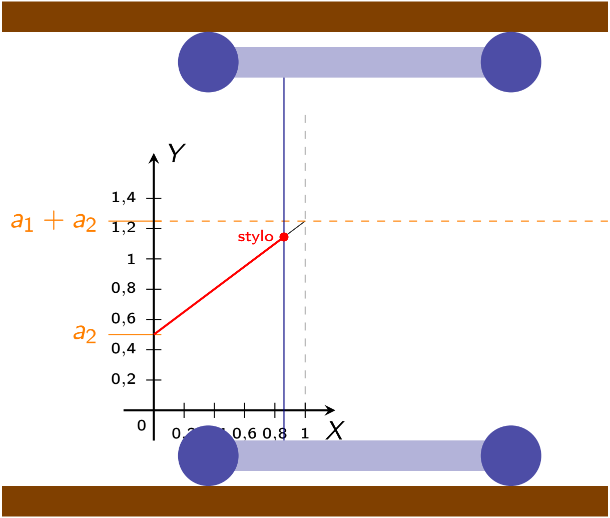


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

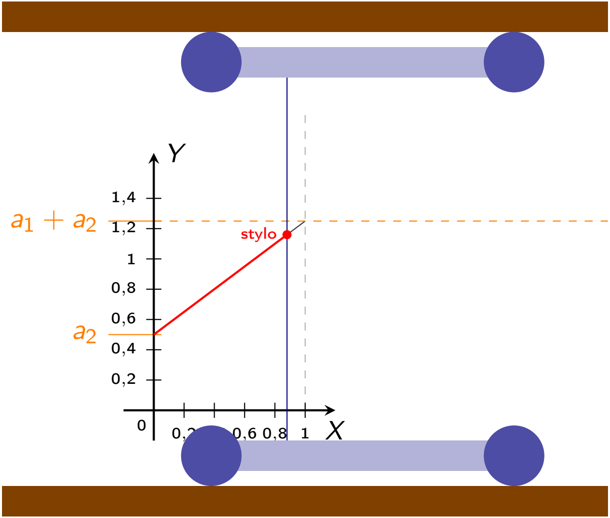
Polynôme de degré 1



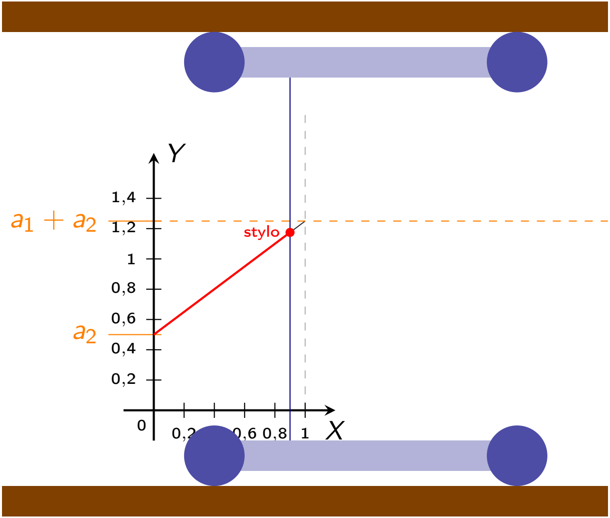
2ème exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1

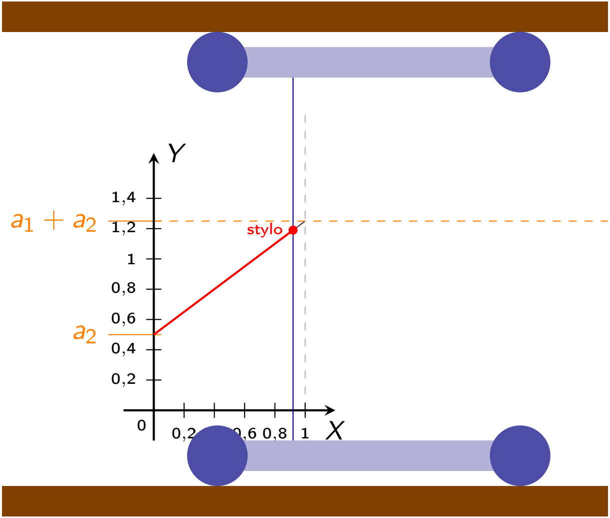


$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

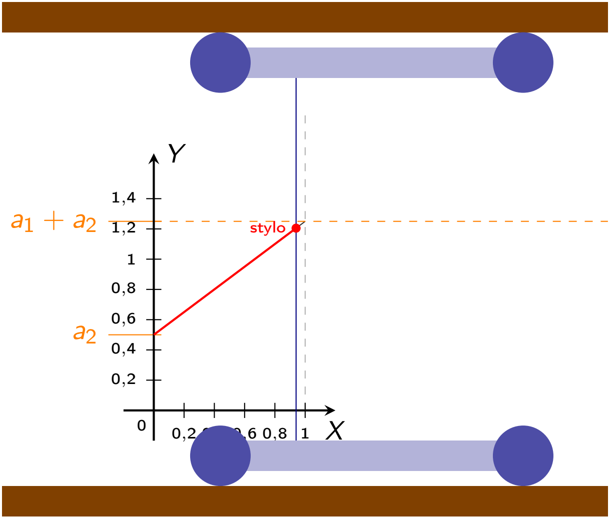


2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

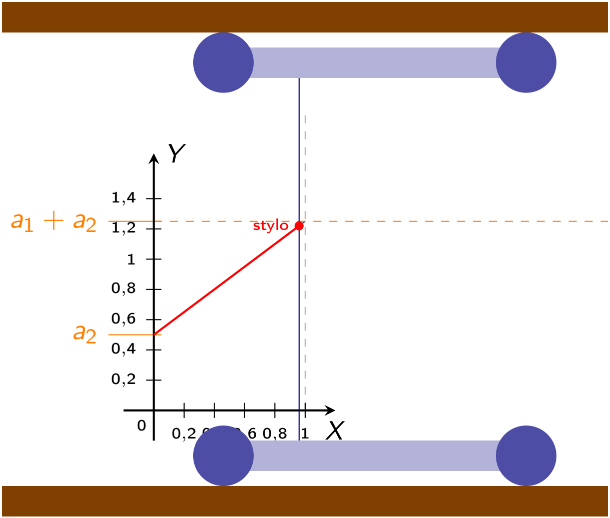
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 1



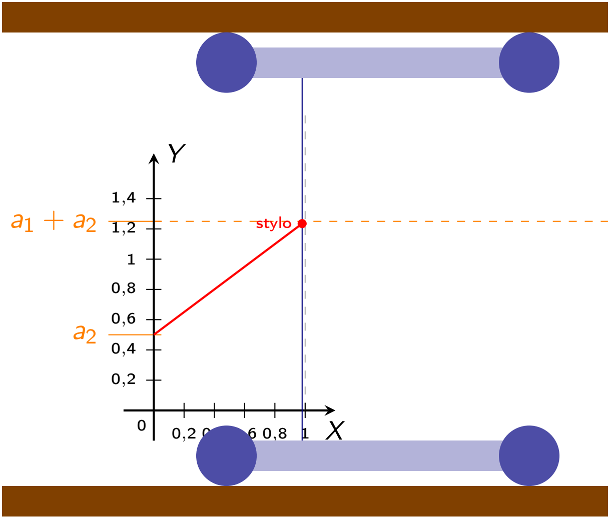
$2^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$



$2^{\text{ème}}$ exemple :

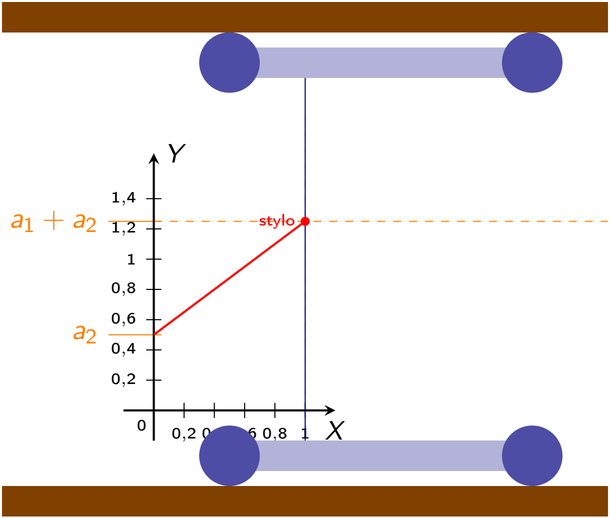
$P(x) = a_1 x + a_2$



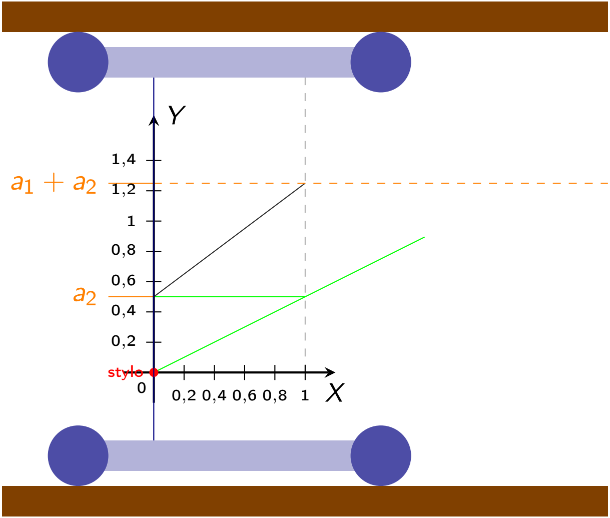
2$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = a_1 x + a_2$

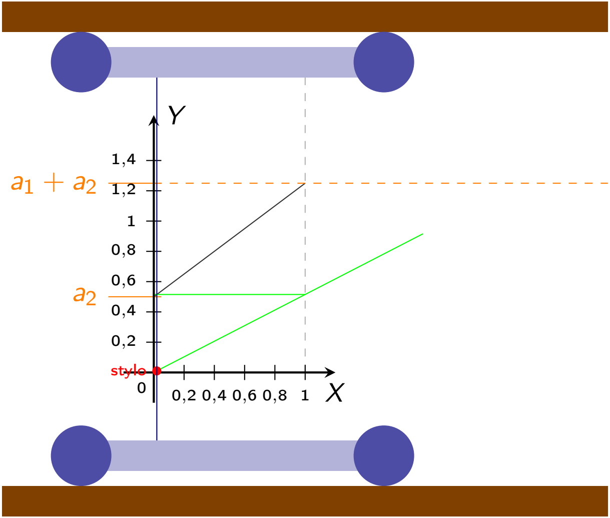
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 1



$2^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = a_1 x + a_2$



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

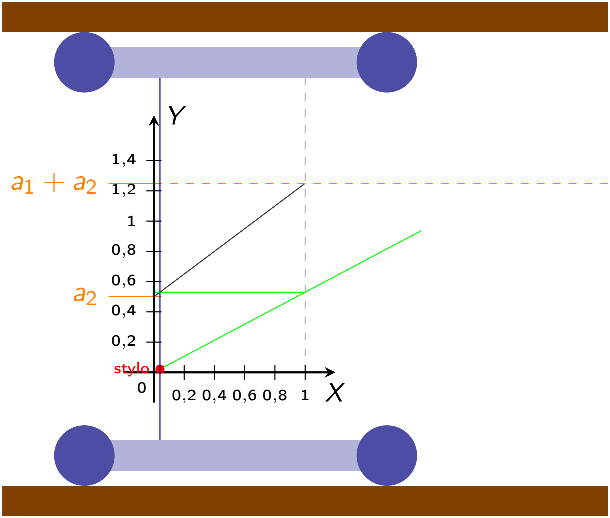


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

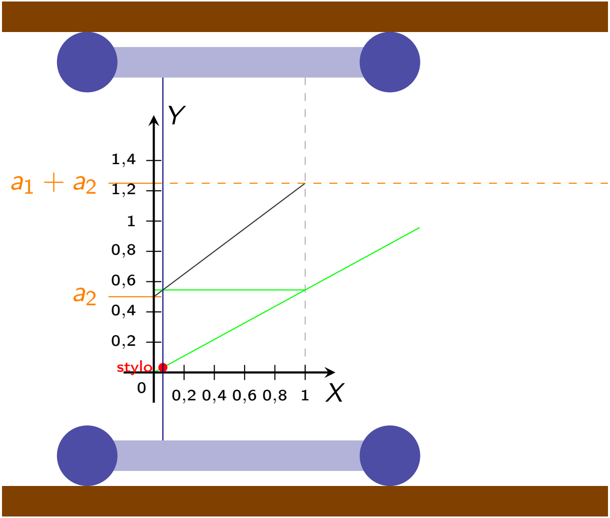


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

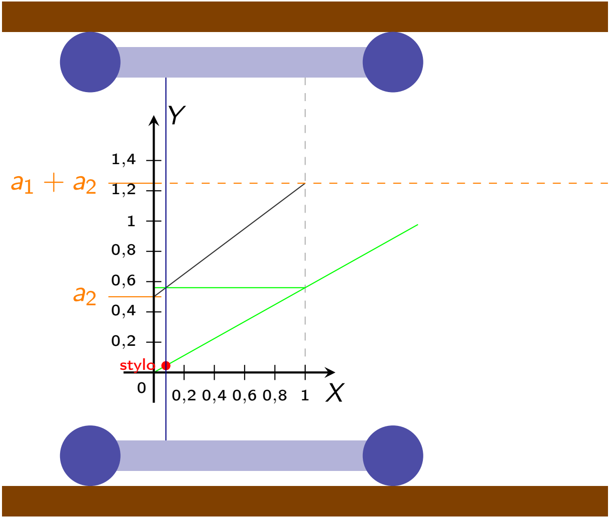
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

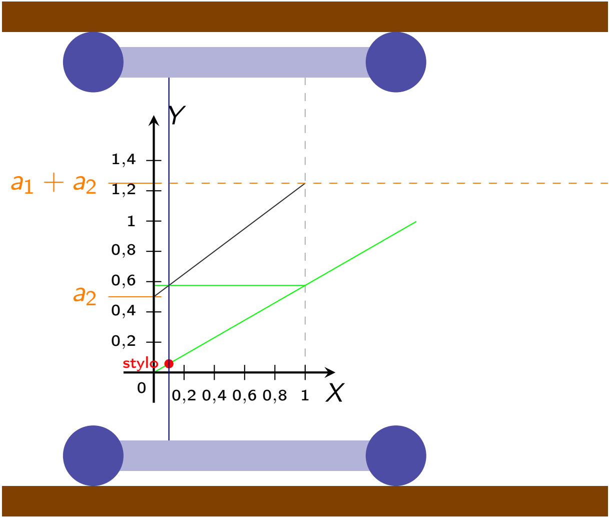
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



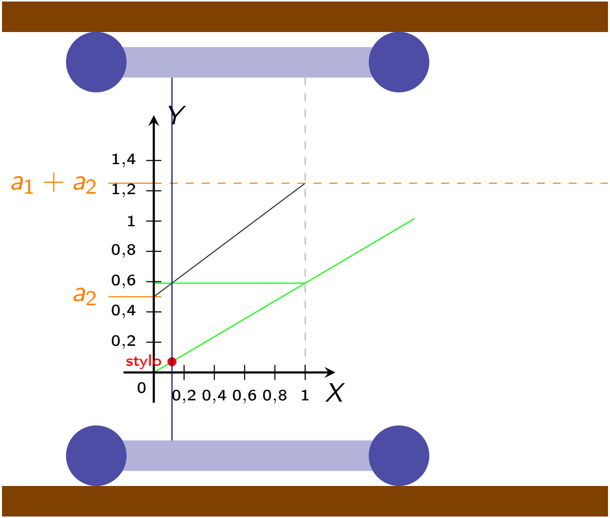
3$^{\text{ème}}$ exemple :

$$P(x) = (a_1 x + a_2)x$$



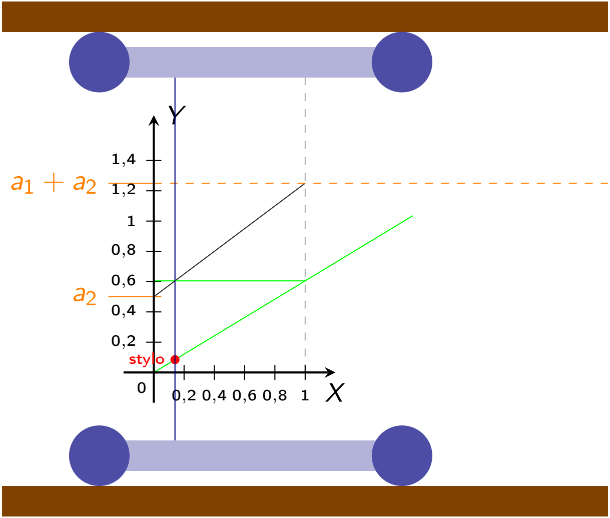
$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



3$^{\text{ème}}$ exemple :

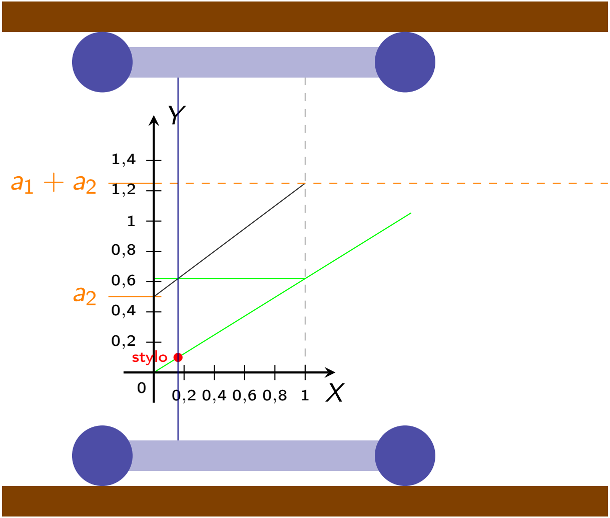
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

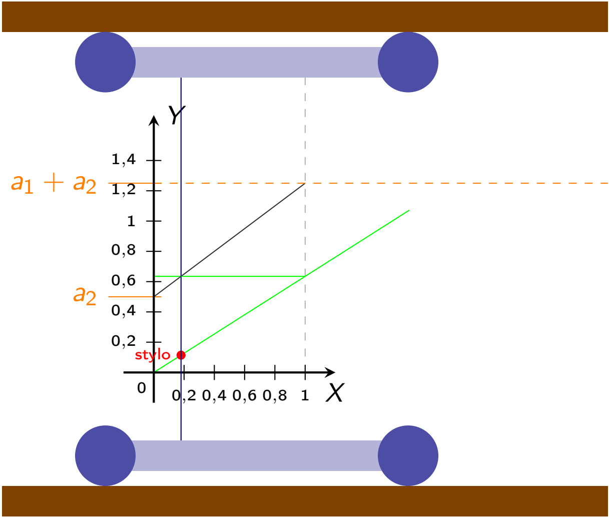
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$3^{\text{ème}}$ exemple :

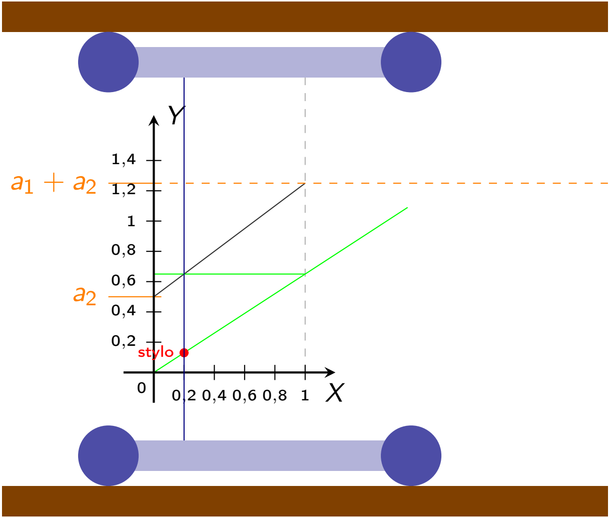
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

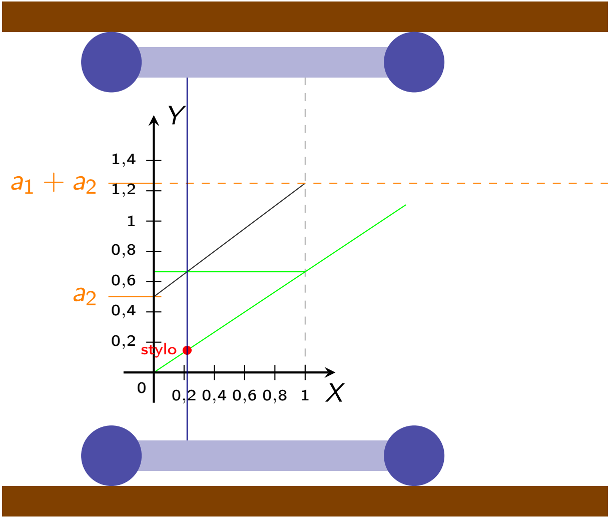


$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

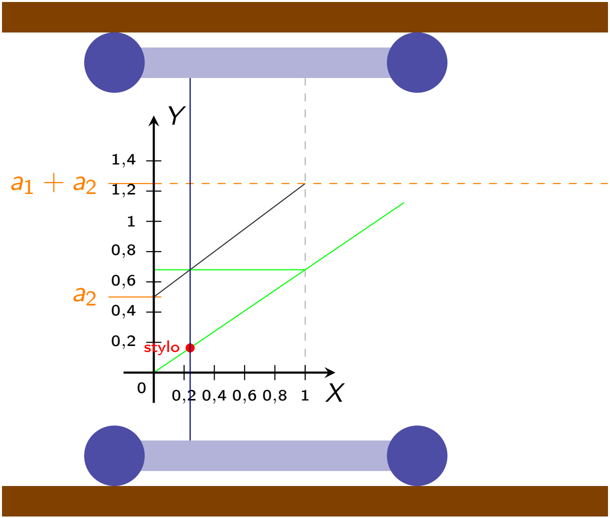
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

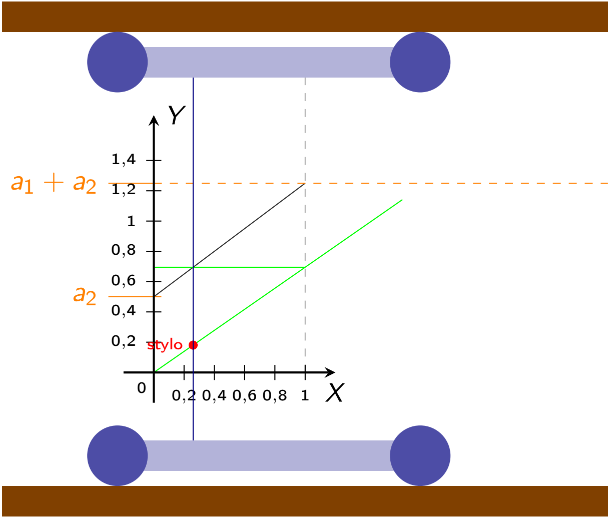


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$$P(x) = (a_1 x + a_2)x$$

Fonctionnement de la machine

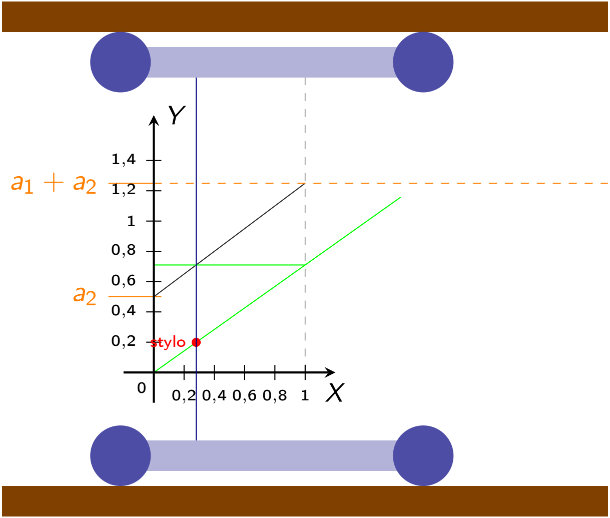
Polynôme de degré 2



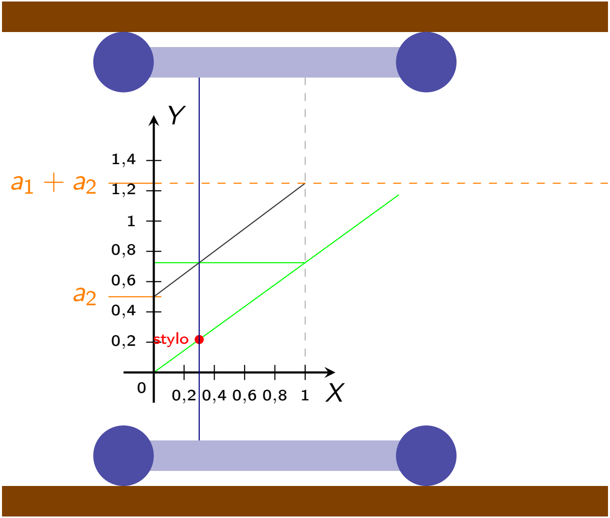
$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2) x$

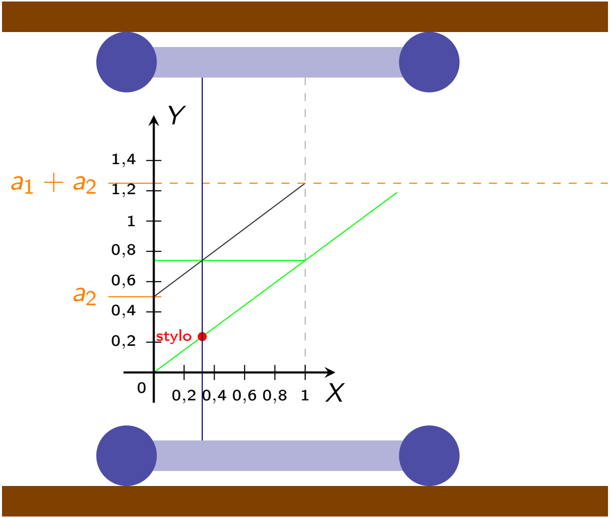
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

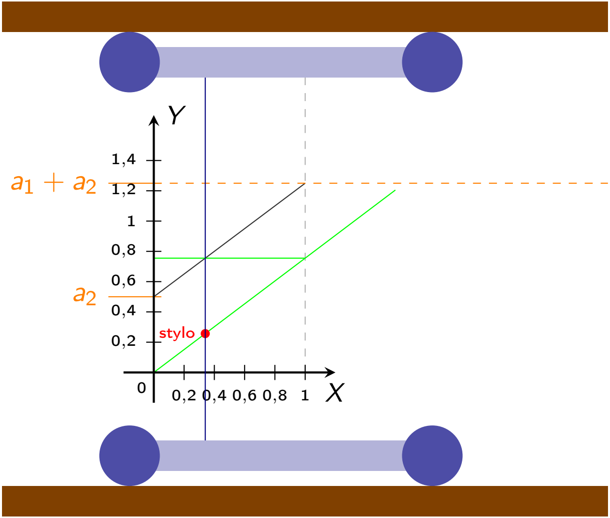


3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

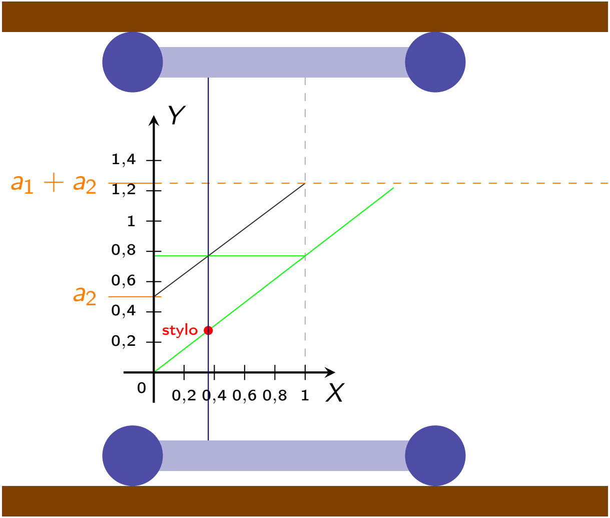


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

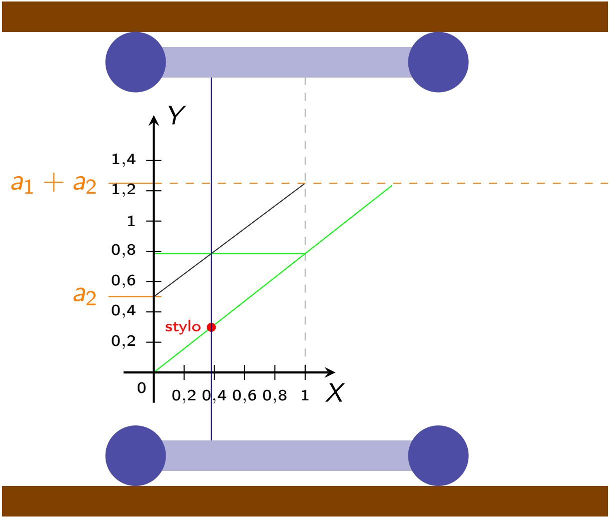


3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

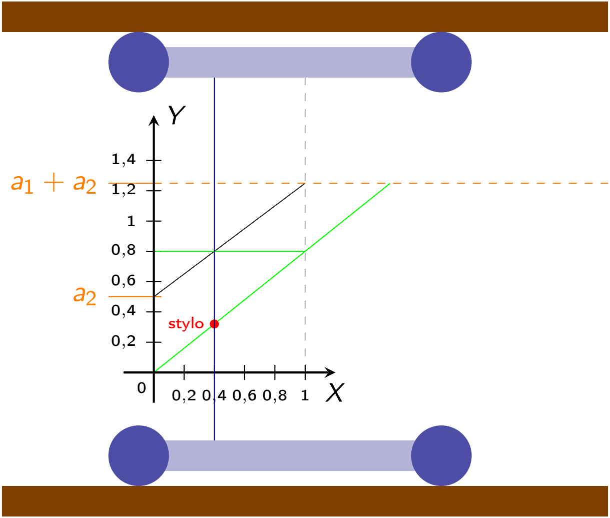
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

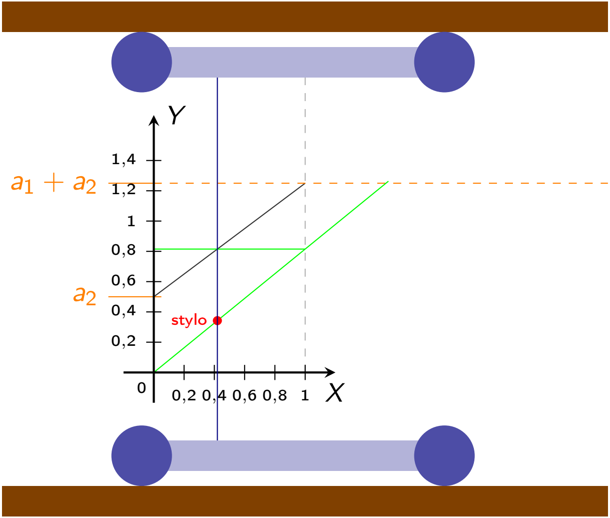
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

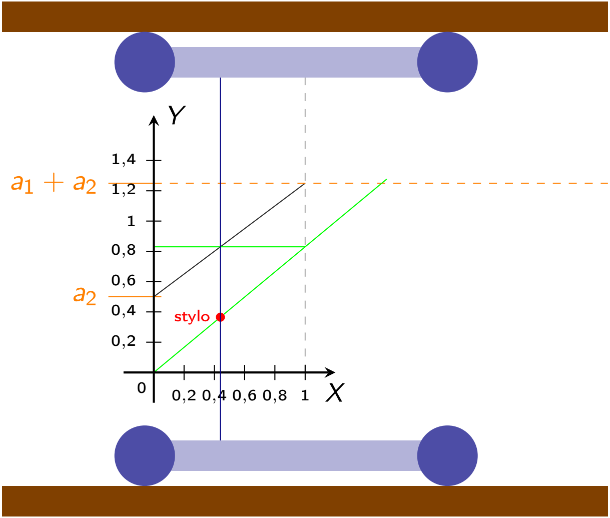
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

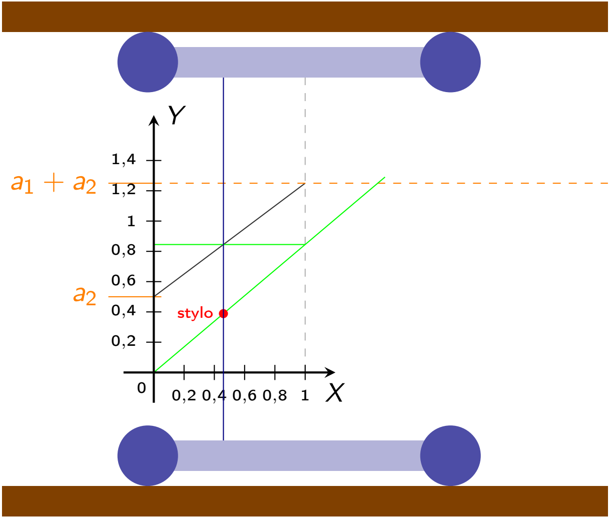


$3^{\text{ème}}$ exemple :

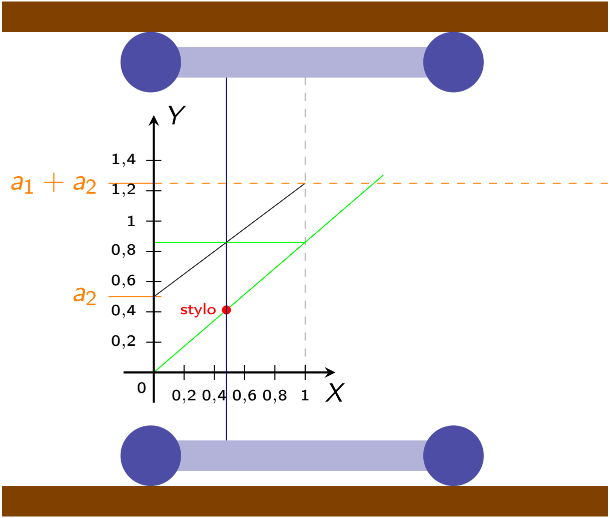
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

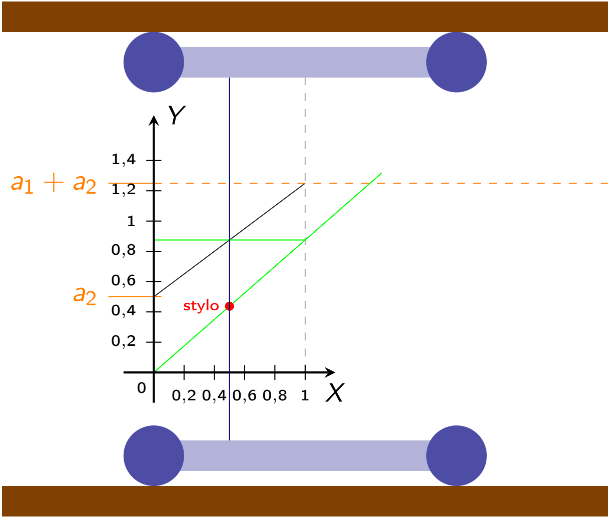


$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



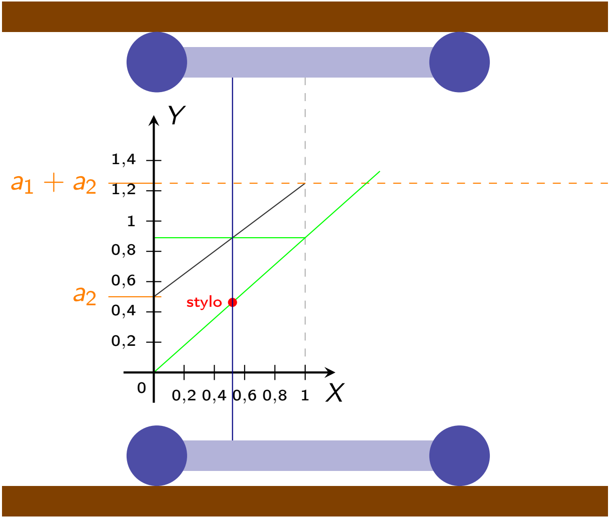
3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



3ème exemple :

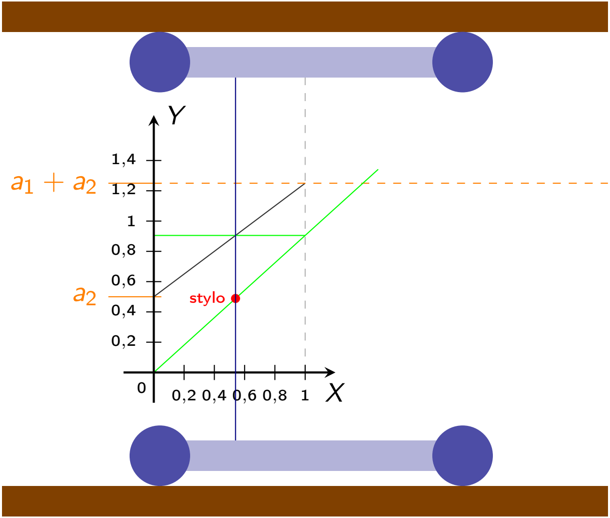
$$P(x) = (a_1 x + a_2)x$$



3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

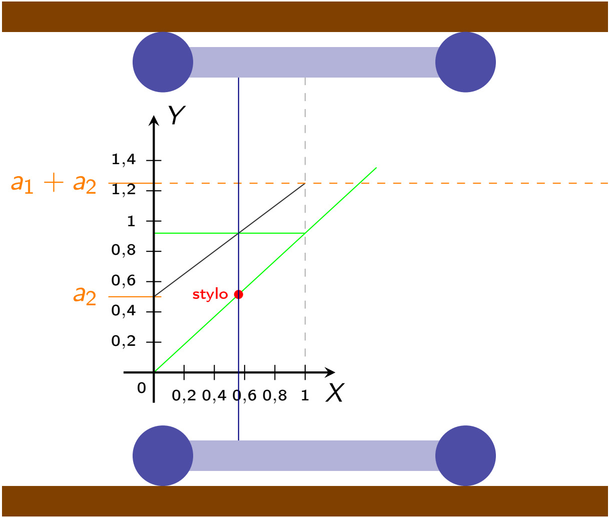
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

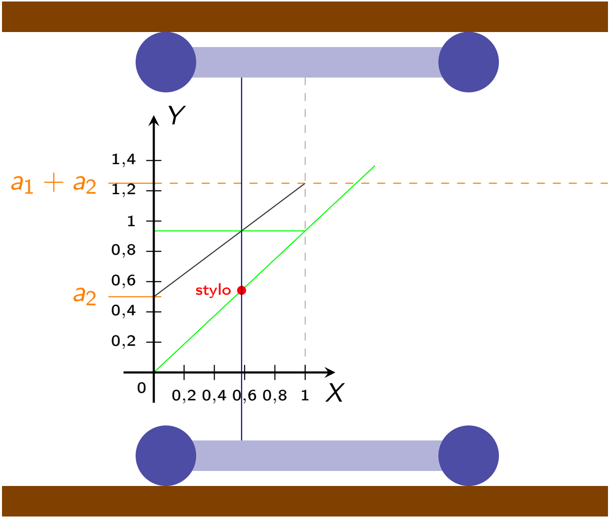
Polynôme de degré 2



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

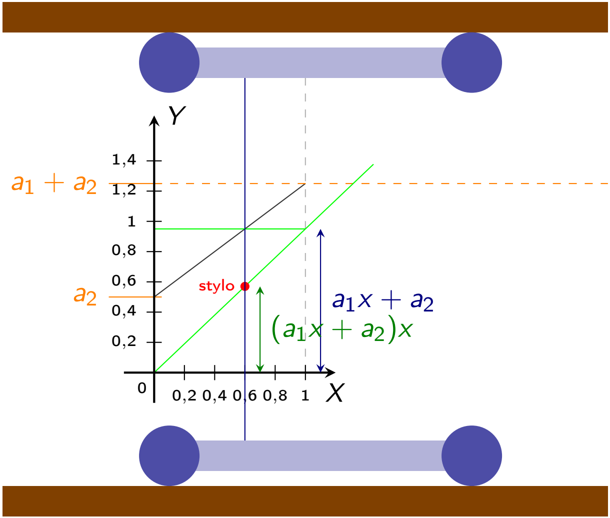
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :

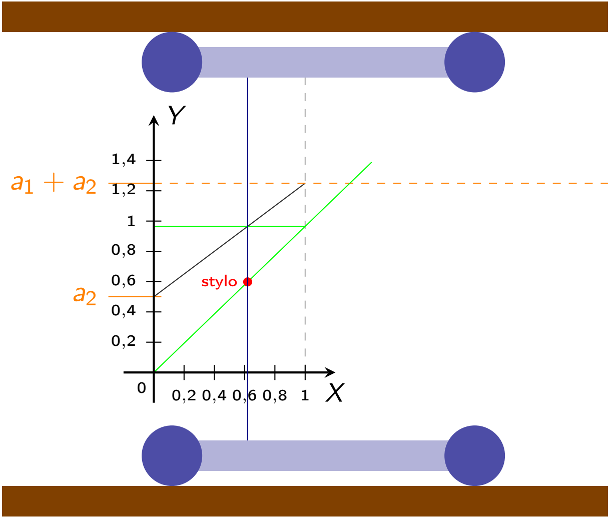
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x$

Cas précédent :
$P(x) = a_1x + a_2$

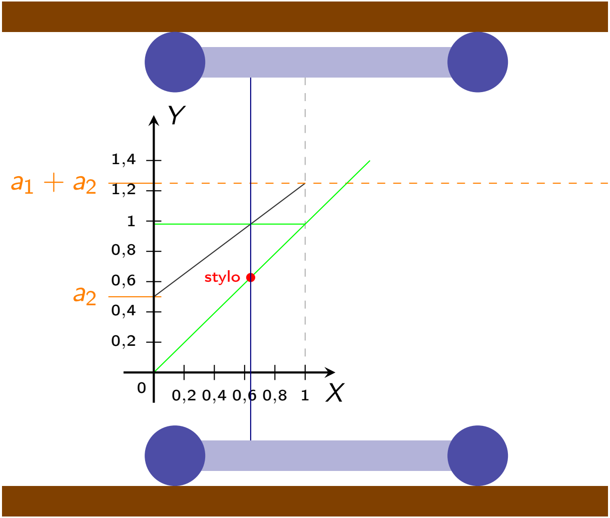
À nouveau, “Théorème de Thalès”



3ème exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2) x$

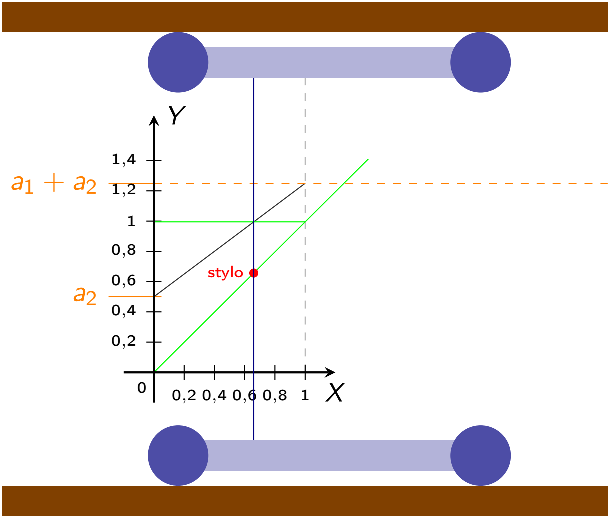
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

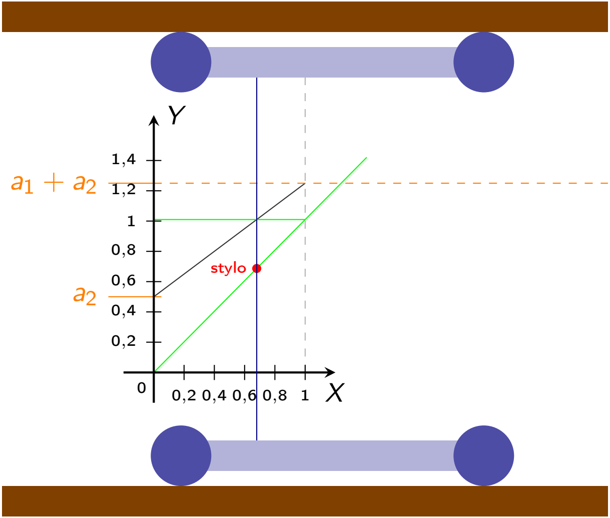


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

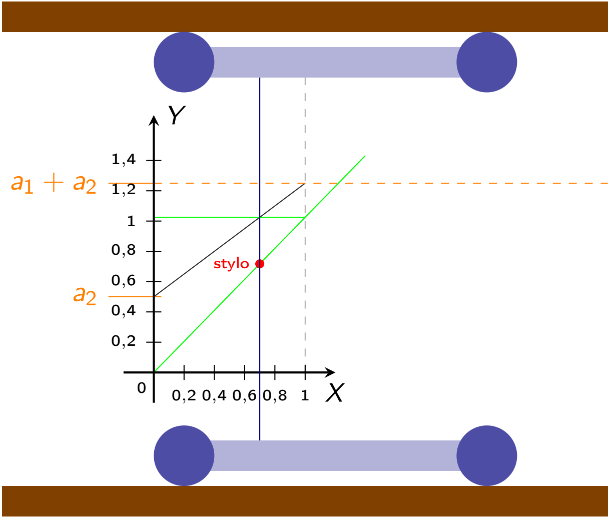
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

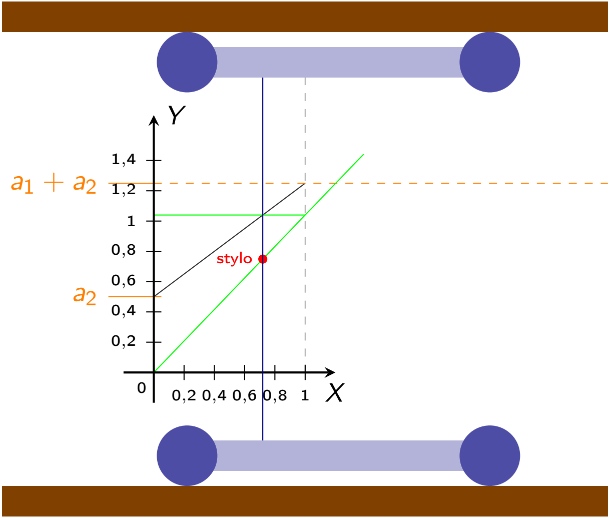


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2) x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

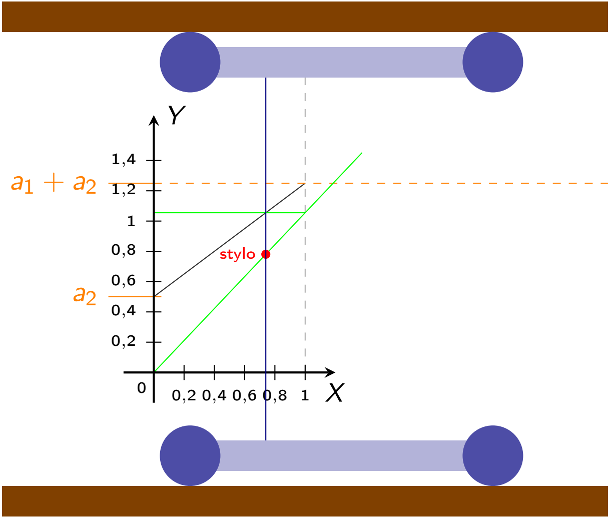


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

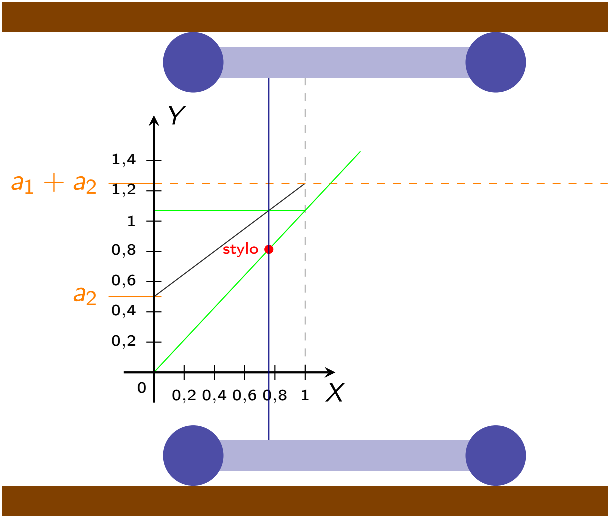
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



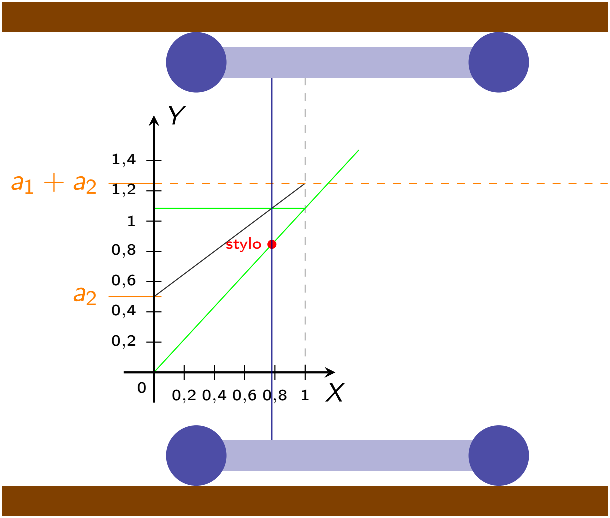
$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

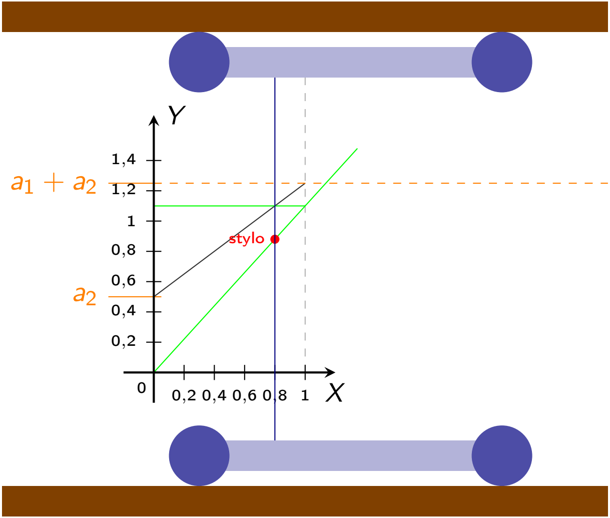


3$^{\text{ème}}$ exemple :

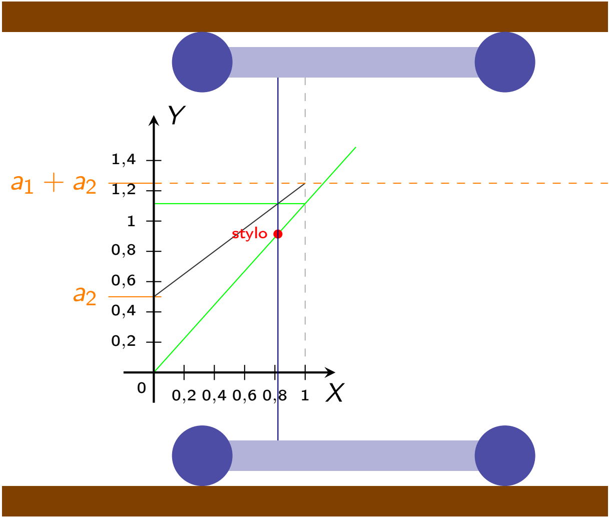
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x$

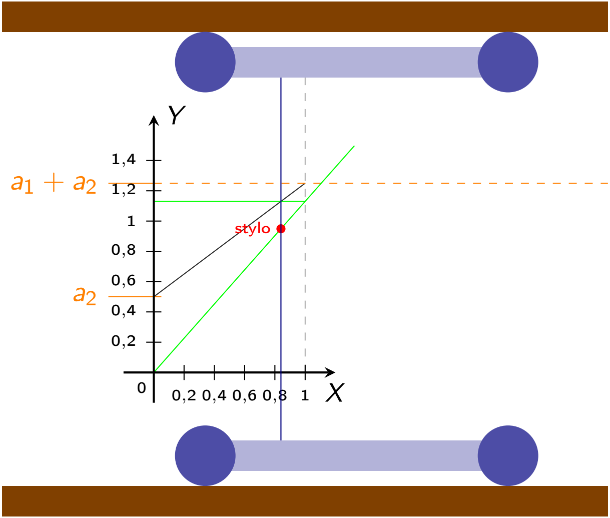


3$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

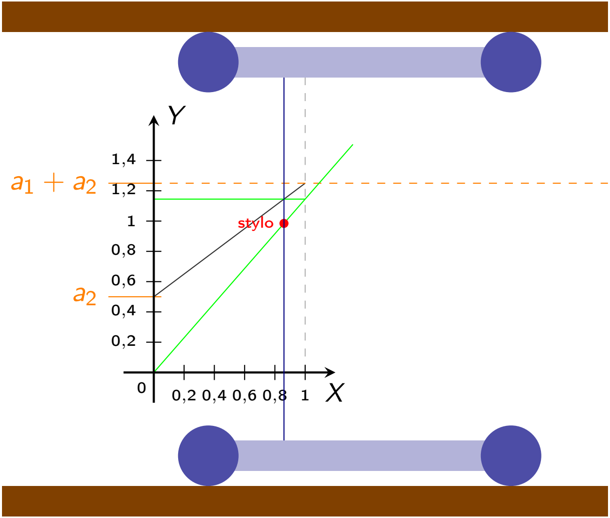


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

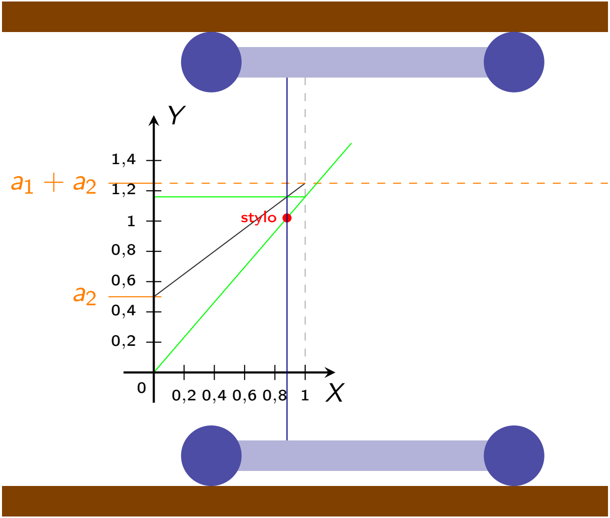


$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$



3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2) x$

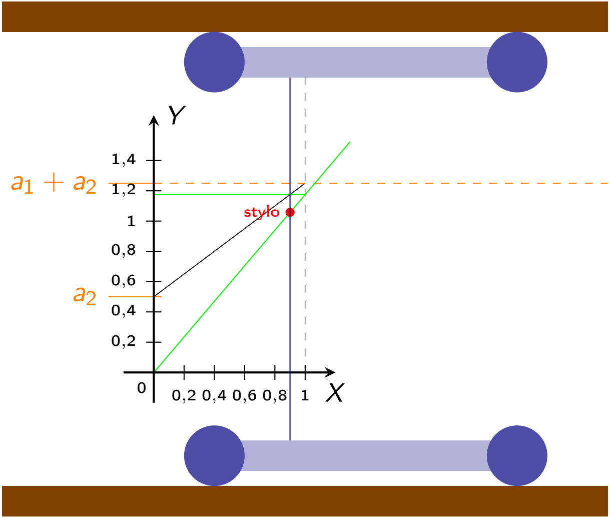


$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

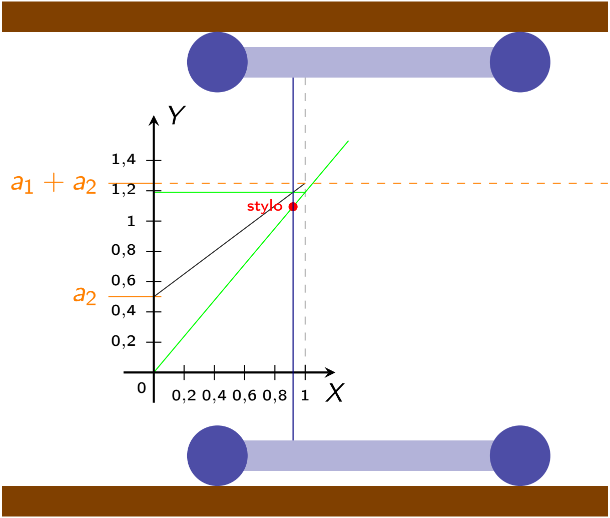
Polynôme de degré 2



$3^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

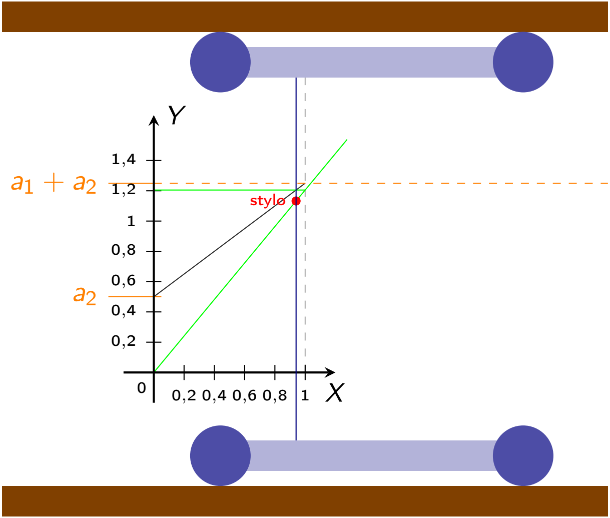
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :

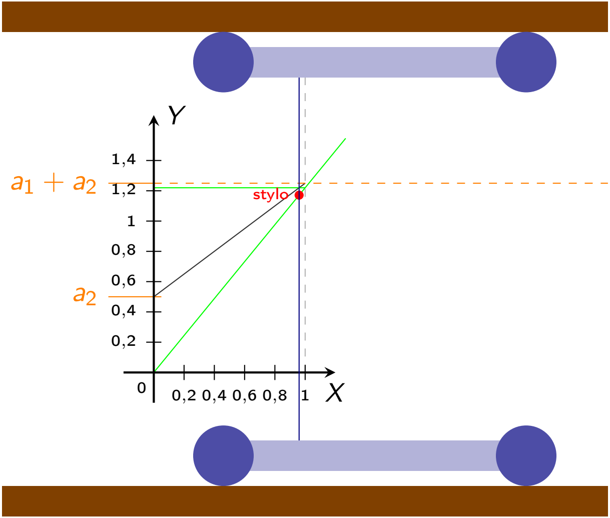
$$P(x) = (a_1 x + a_2) x$$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

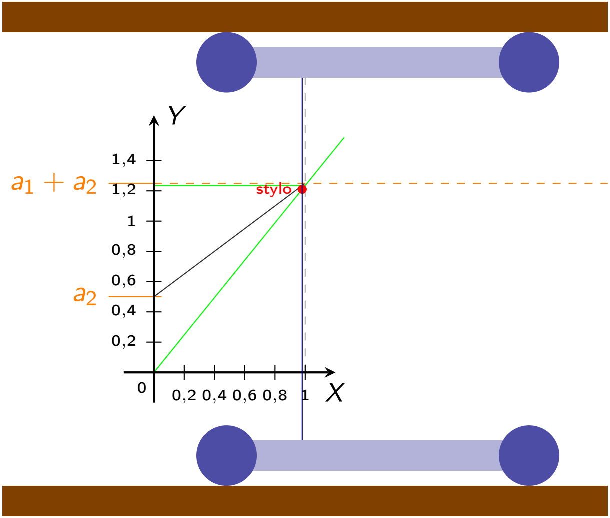


$3^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

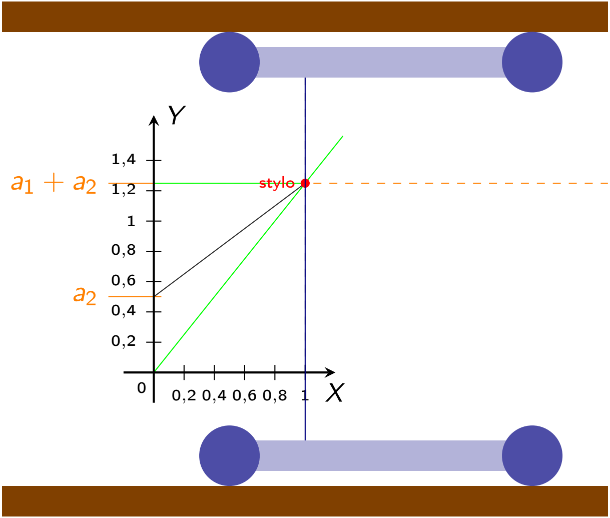


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$$P(x) = (a_1 x + a_2)x$$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

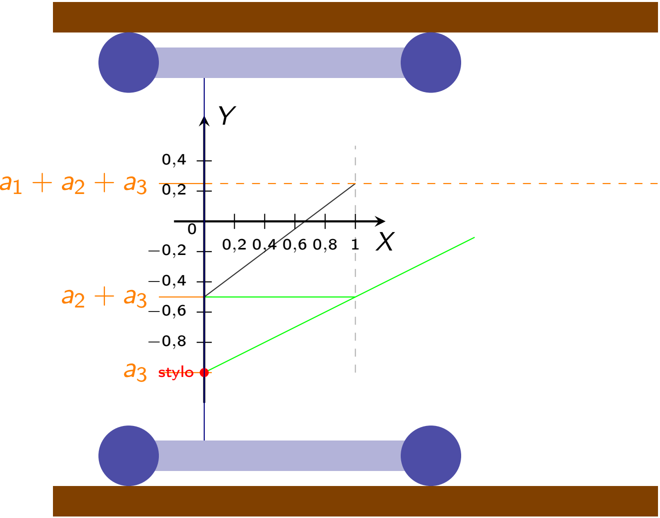


3$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x$

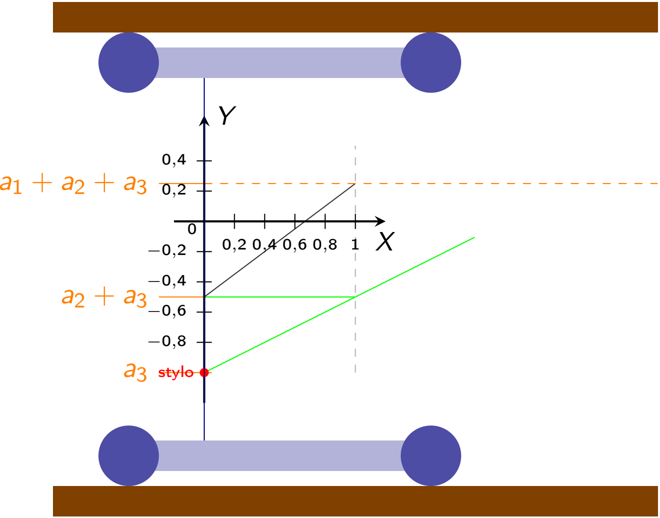
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



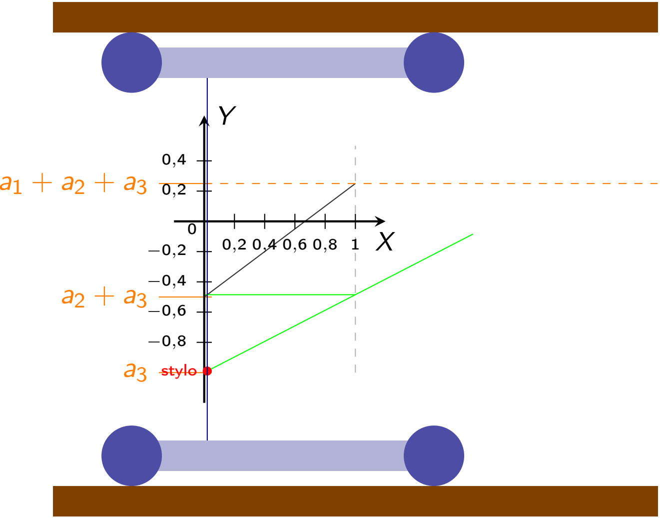
4ème exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

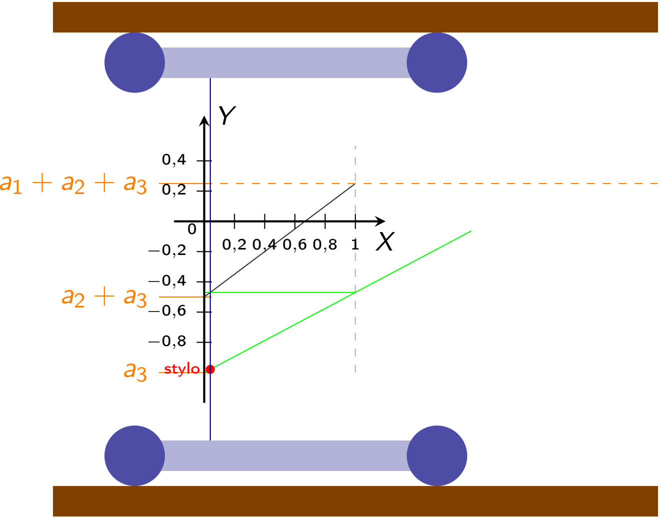


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

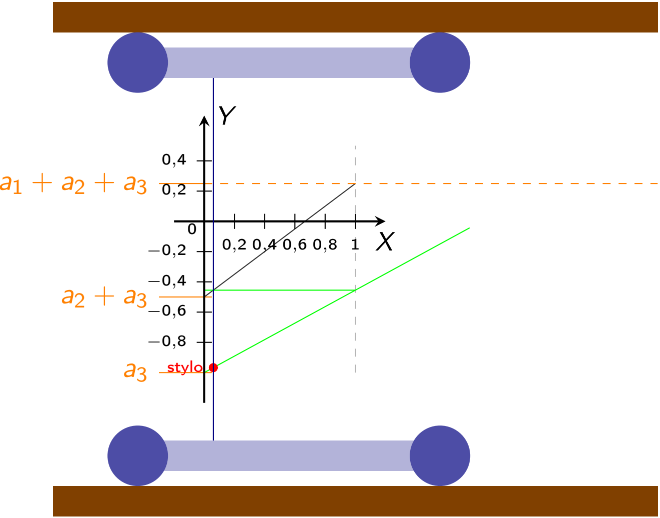


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

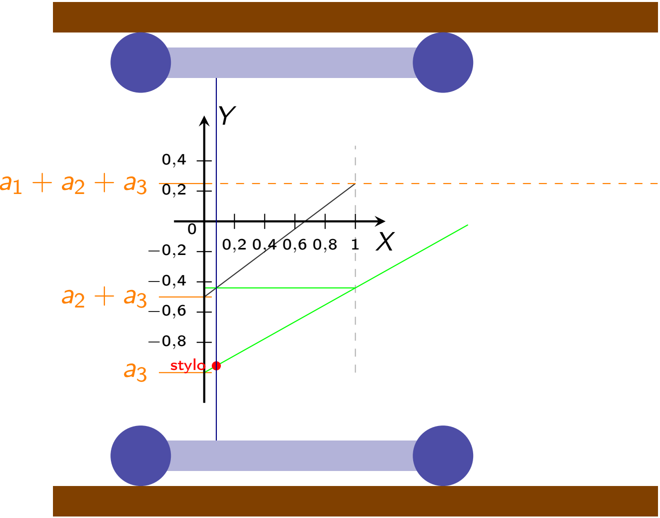


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

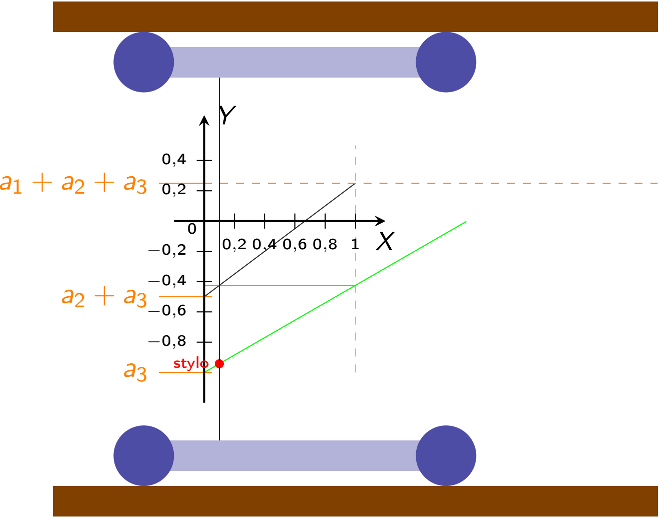


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :

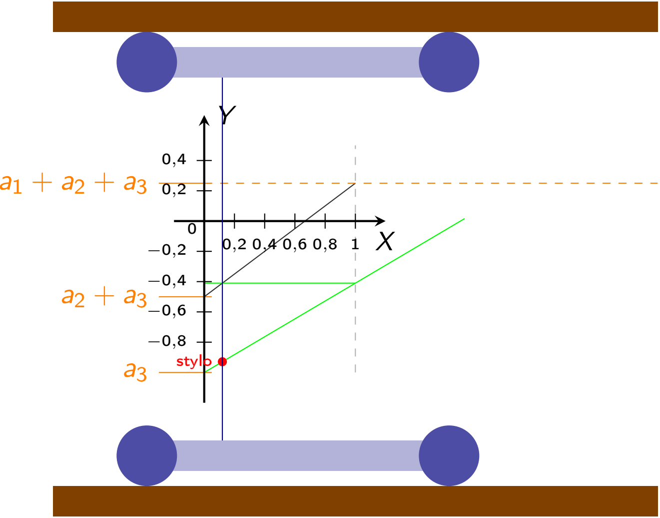
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

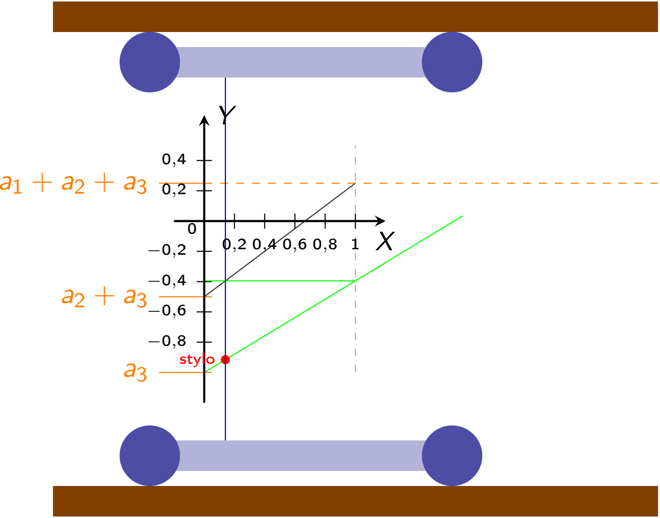


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :

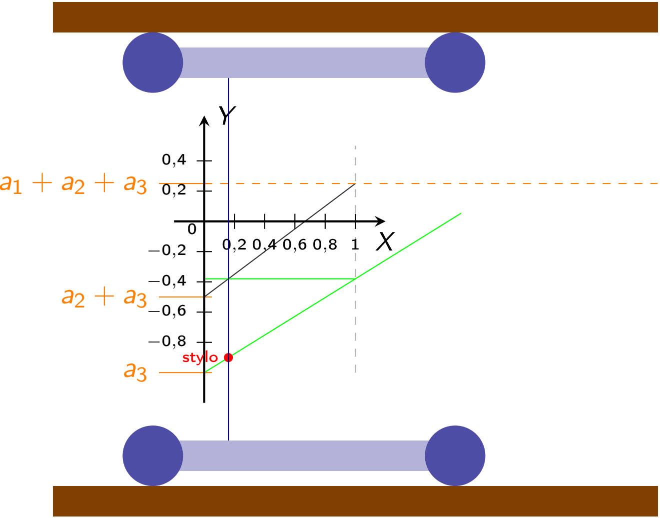
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

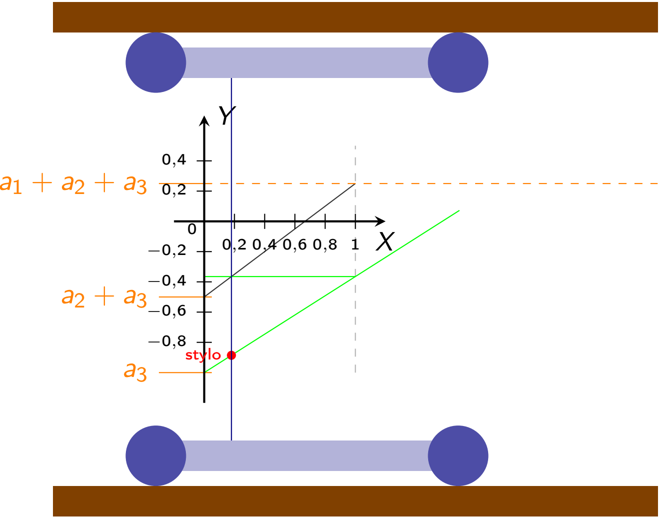
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

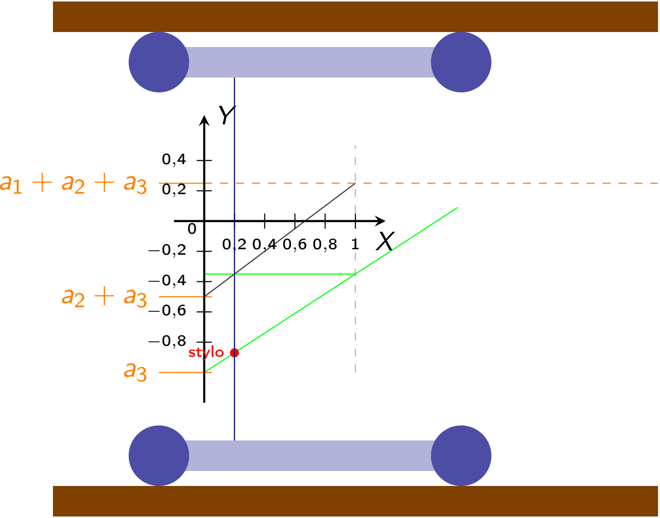


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

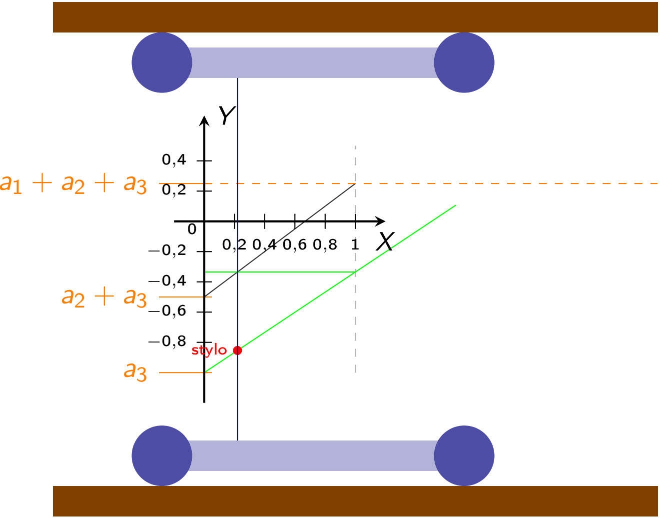


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

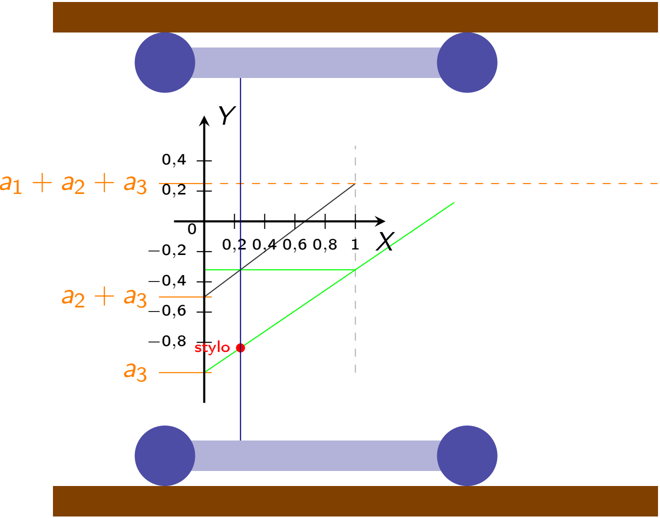


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

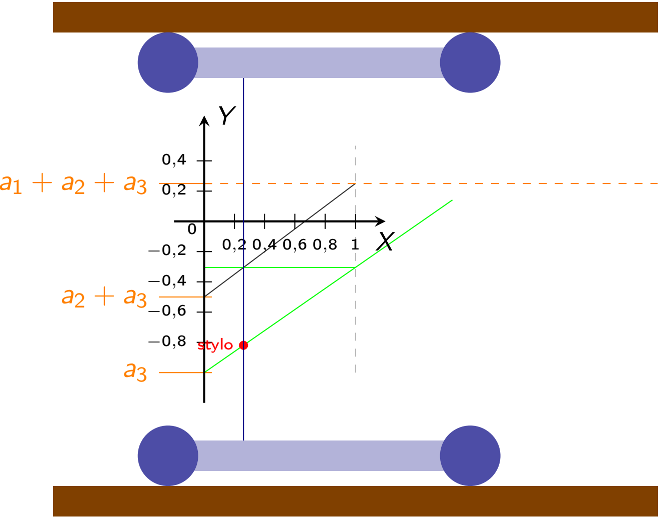


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

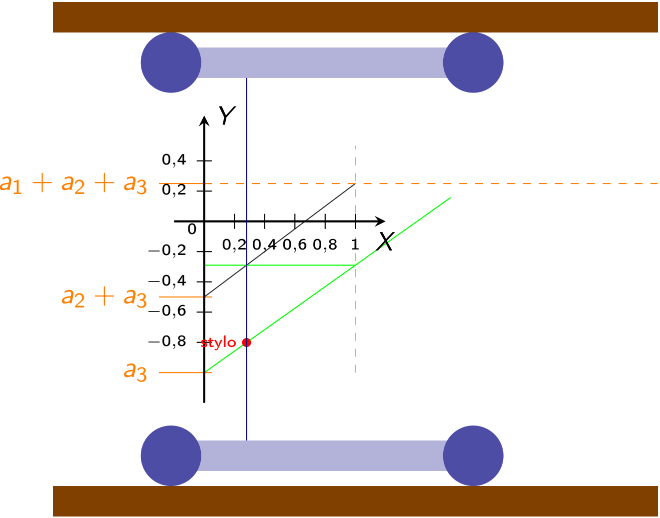


4$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



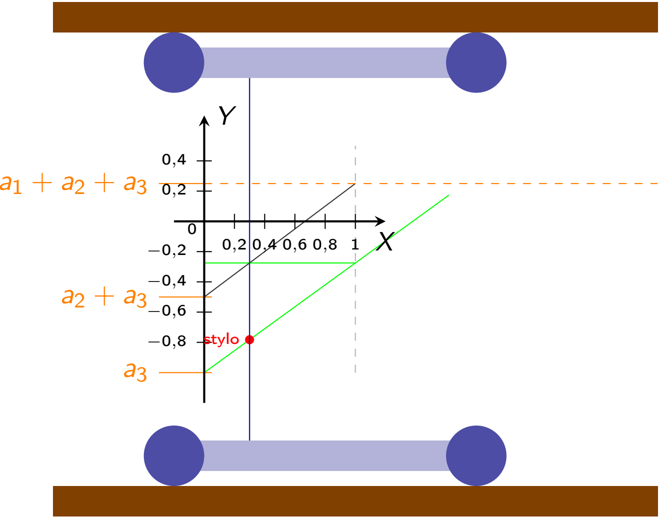
$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

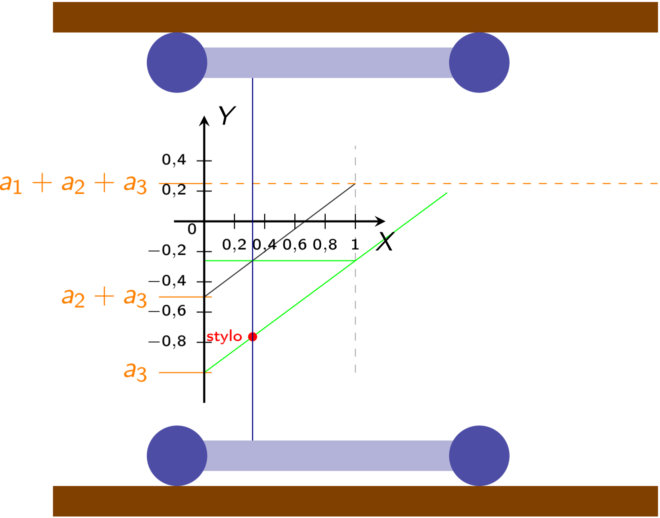
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



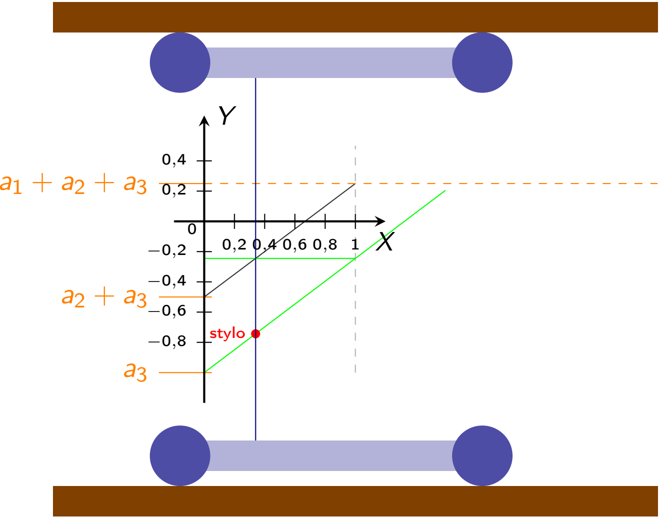
$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



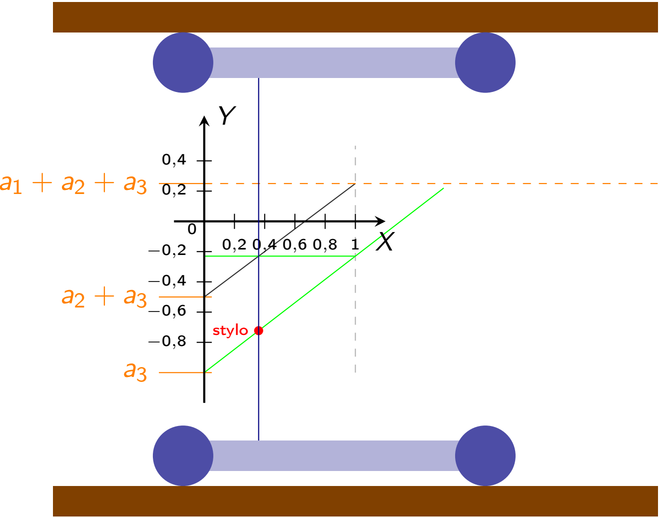
4$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

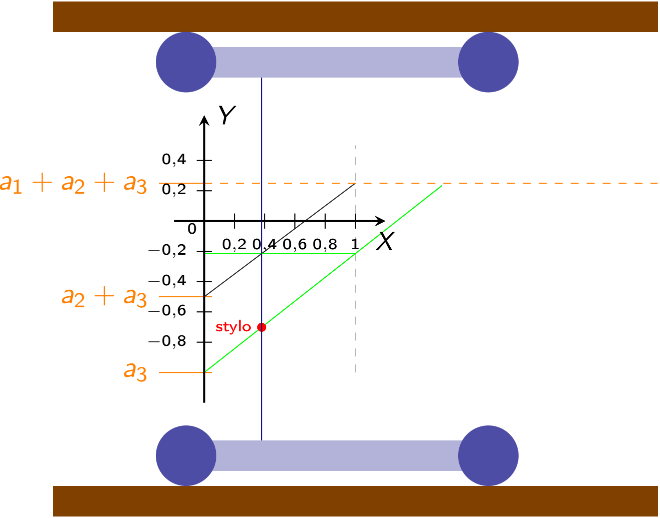
Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2

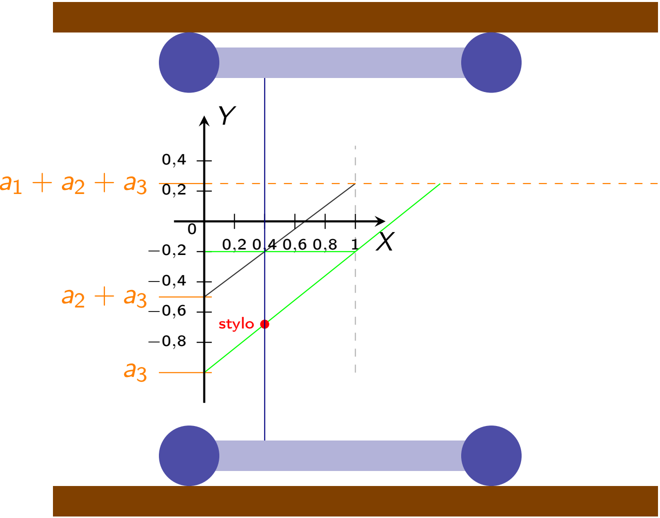


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

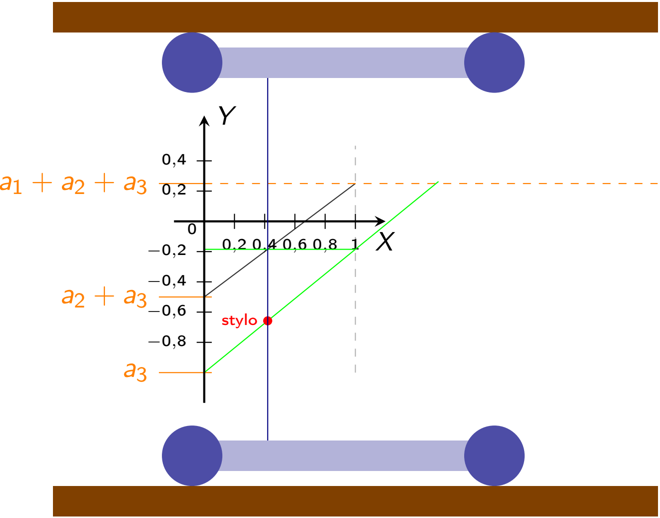
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

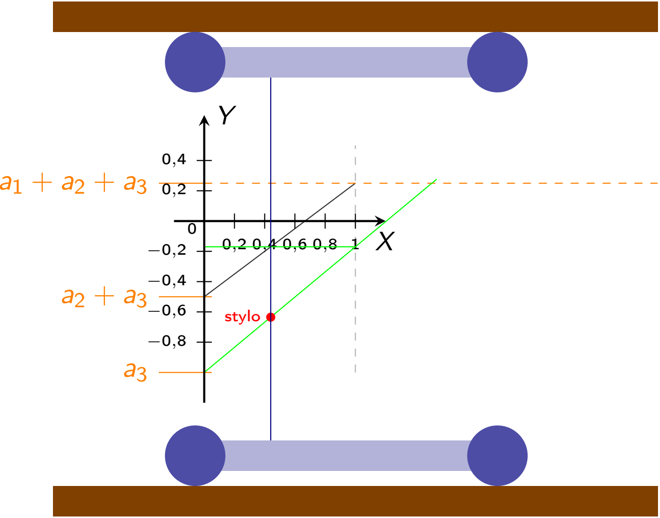


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

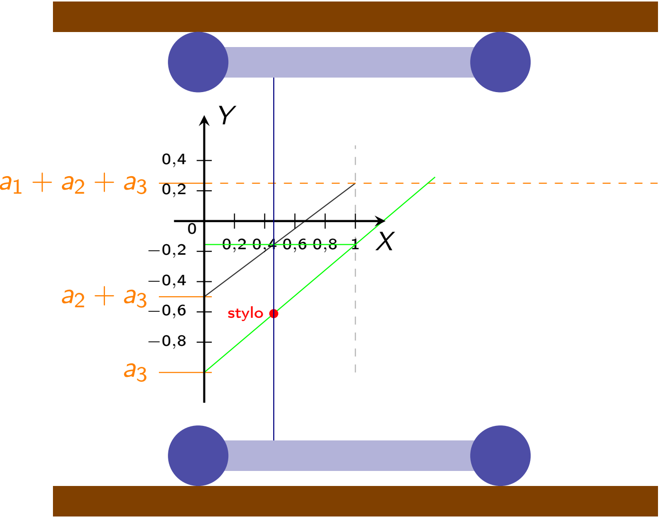


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

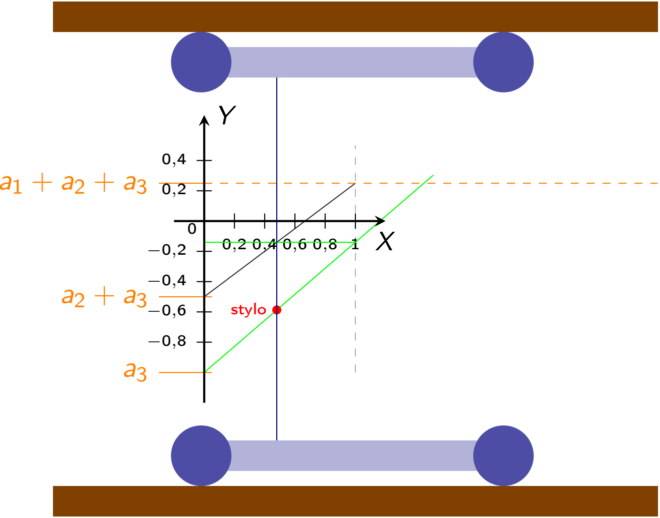
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :

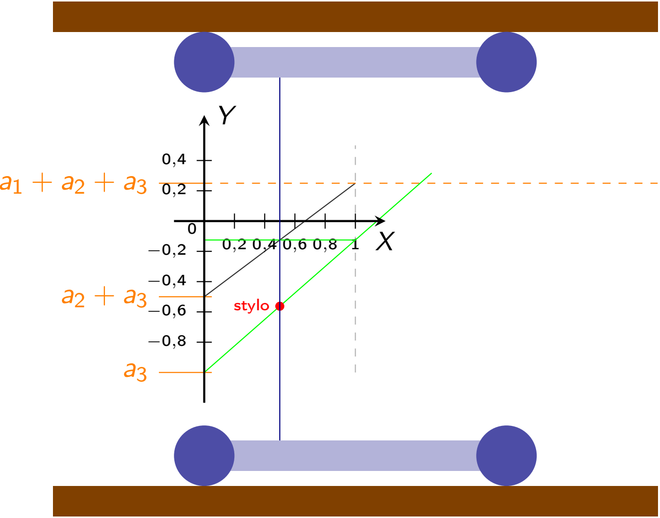
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

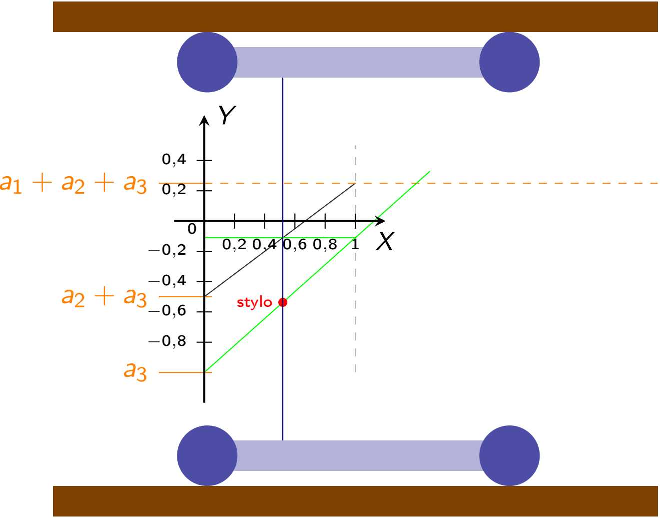


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

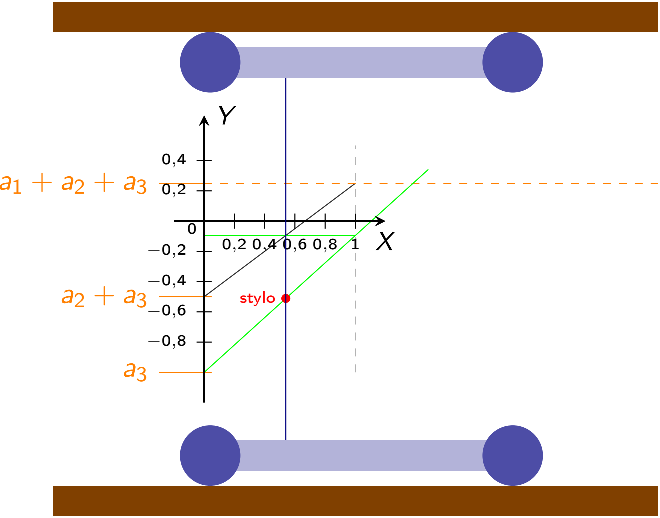
Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



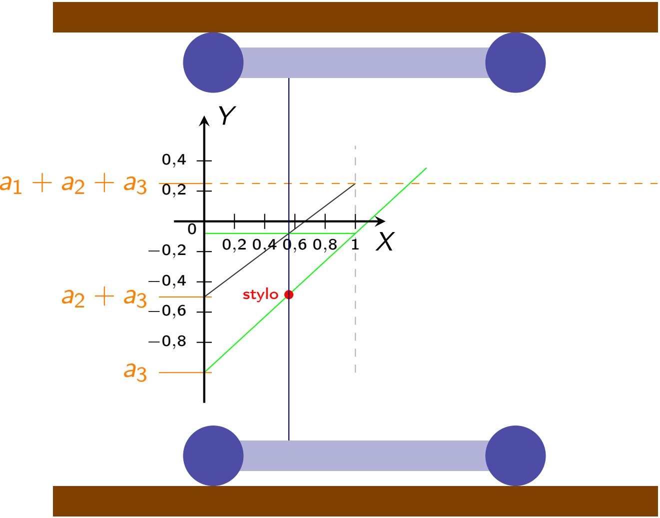
4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



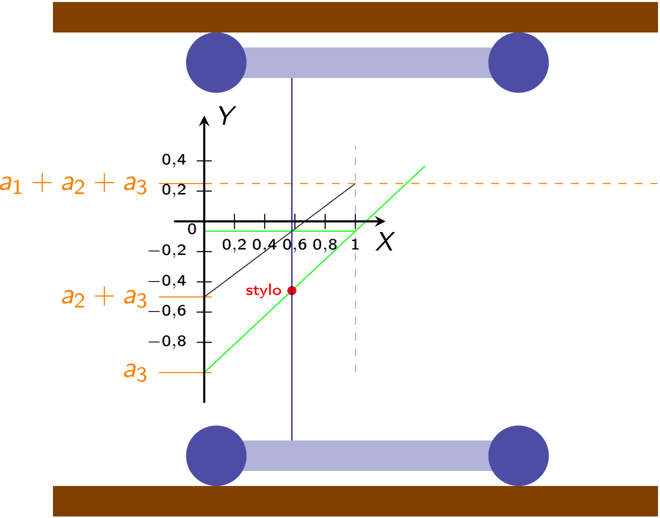
$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :

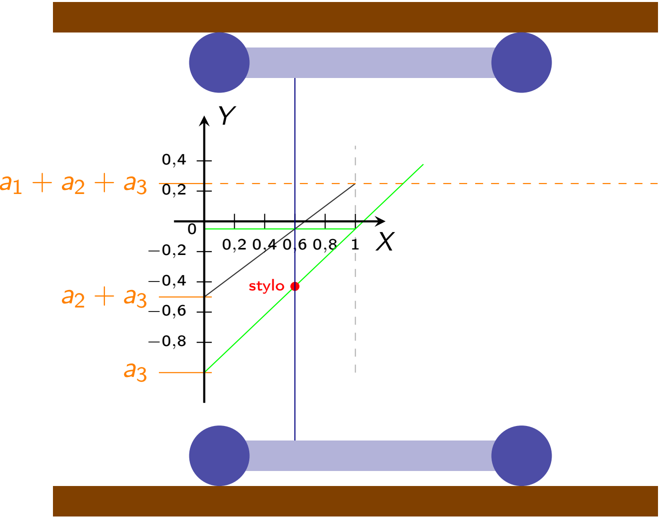
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :

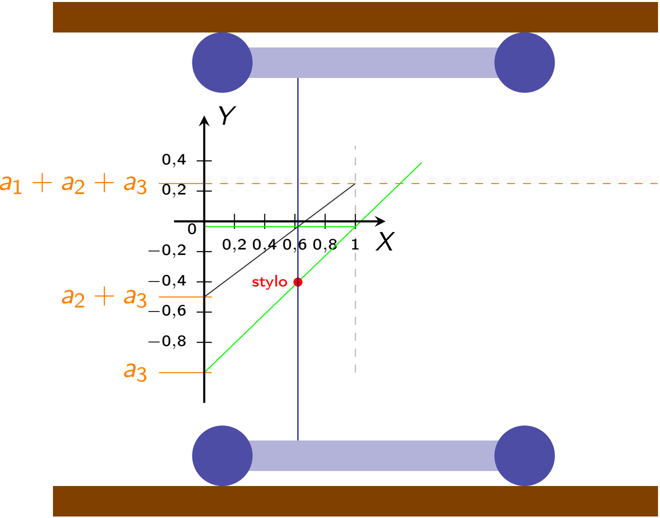
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

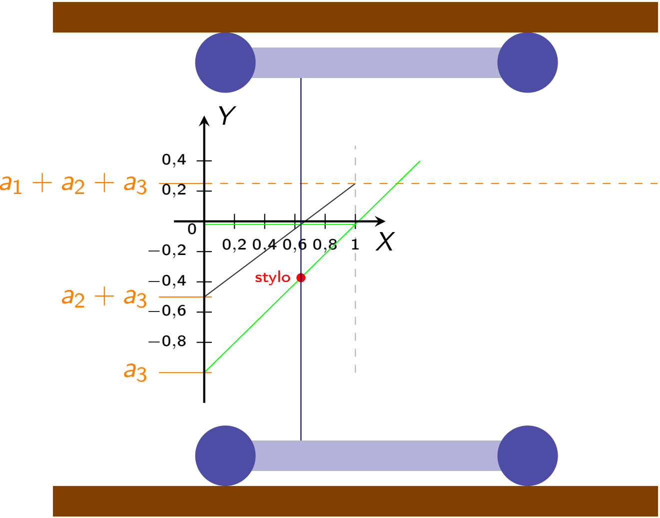


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

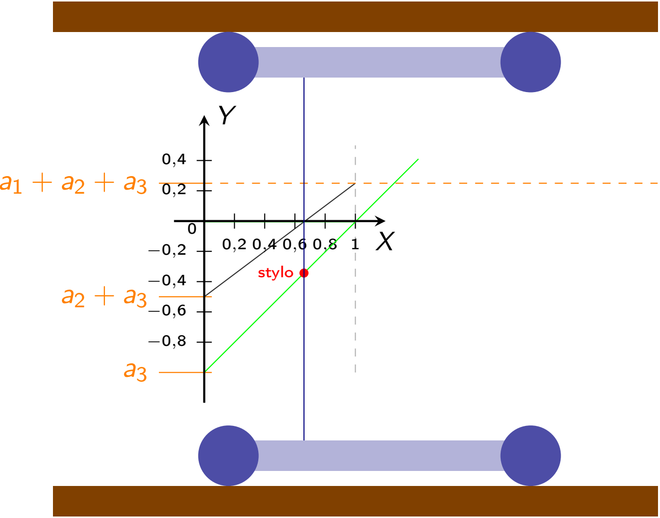
Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2) x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

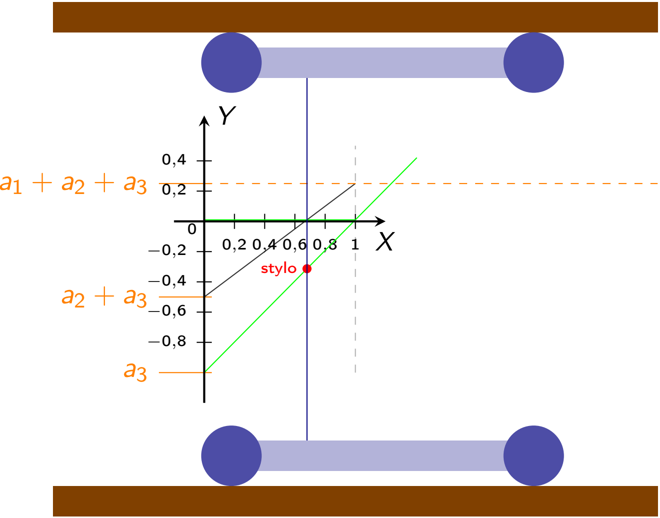


4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

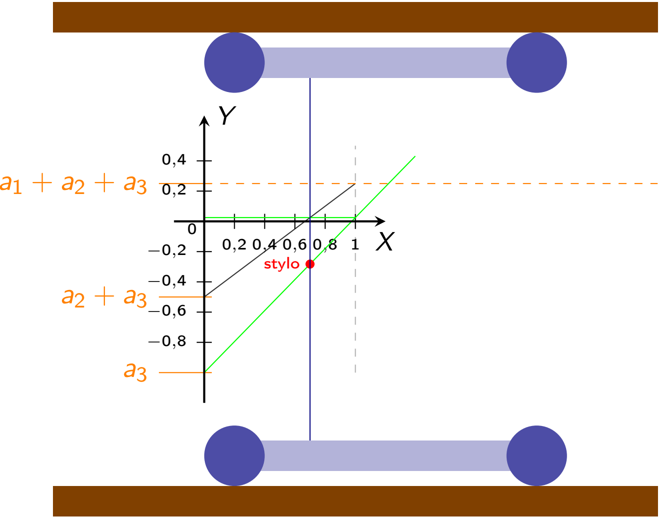
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2



4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :

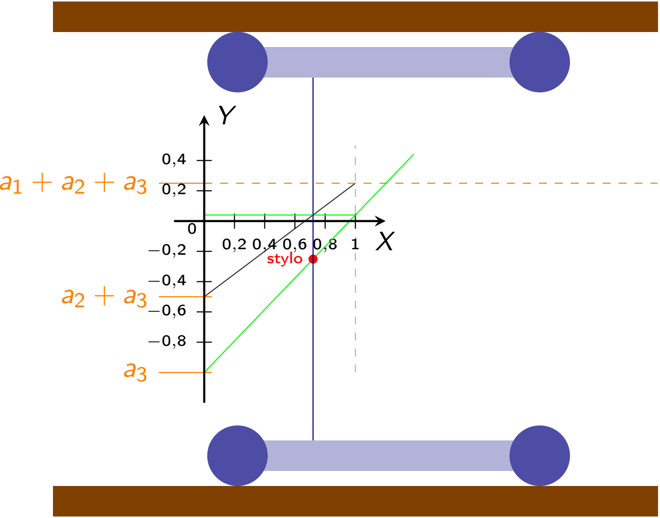
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

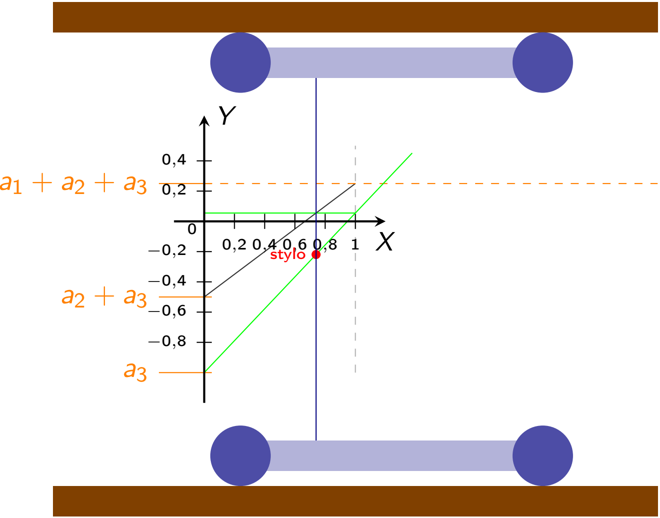


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

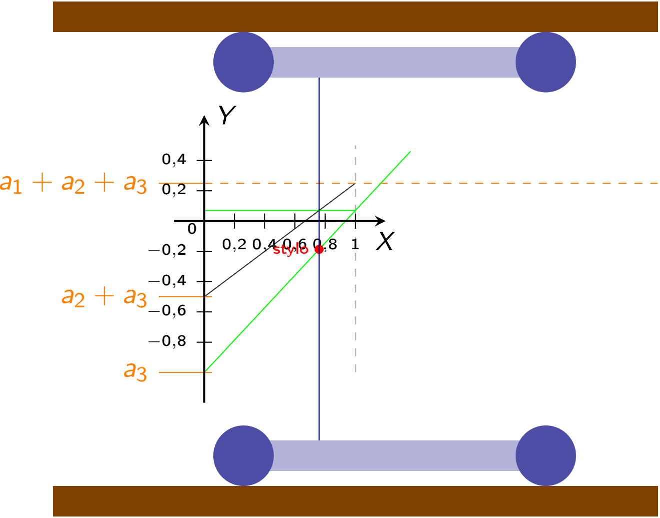


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

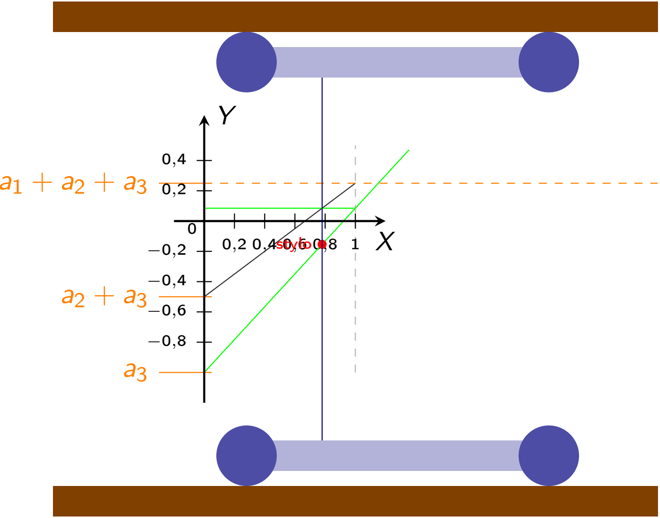


4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

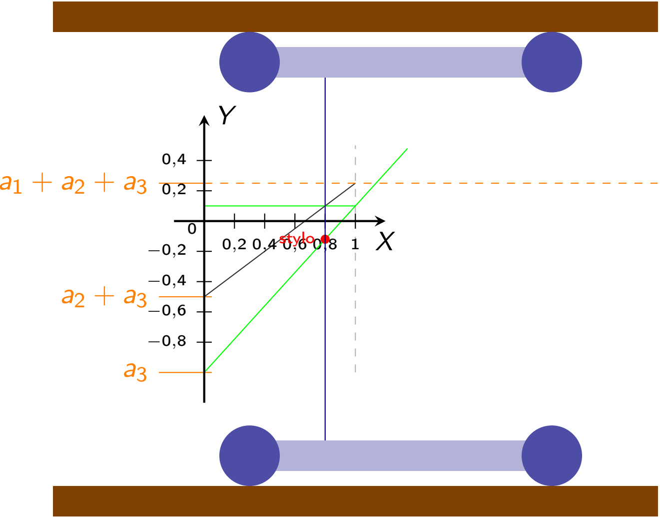


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

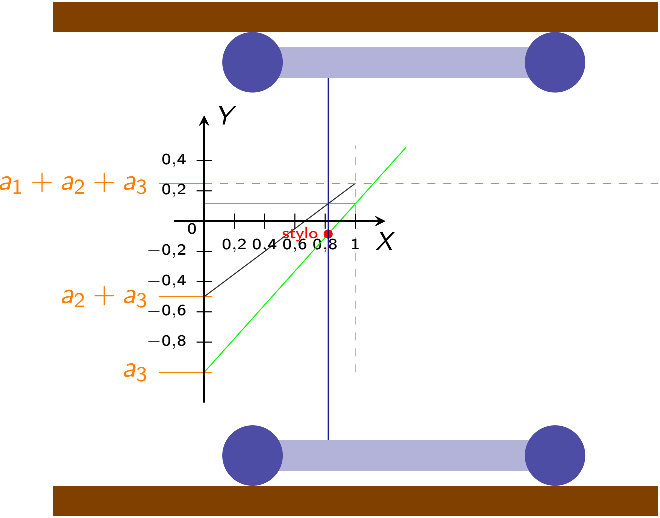


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



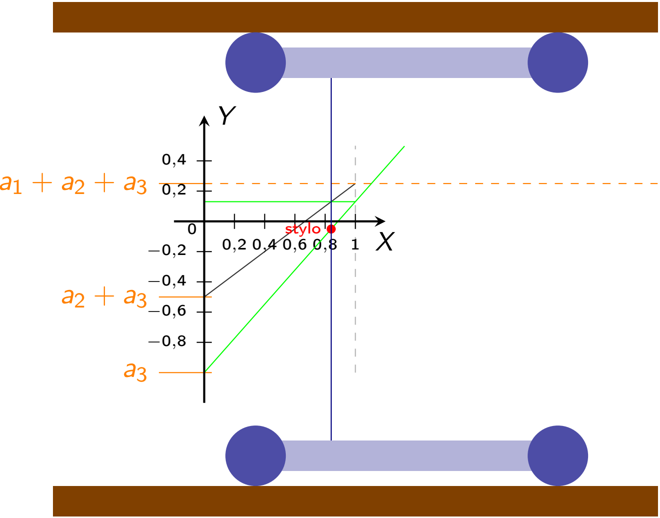
$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

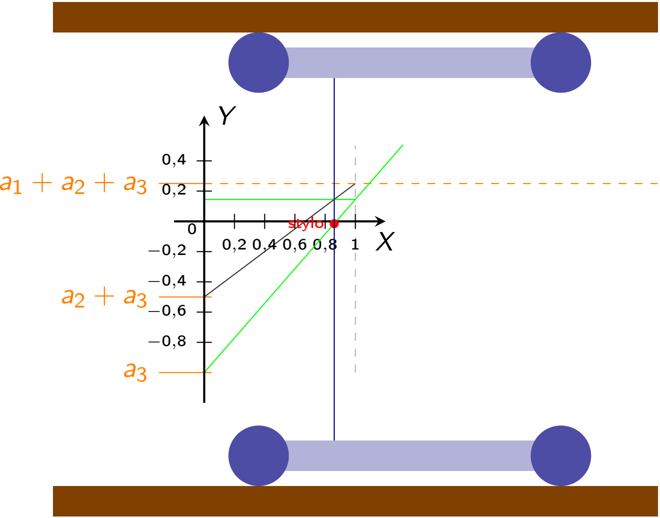
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

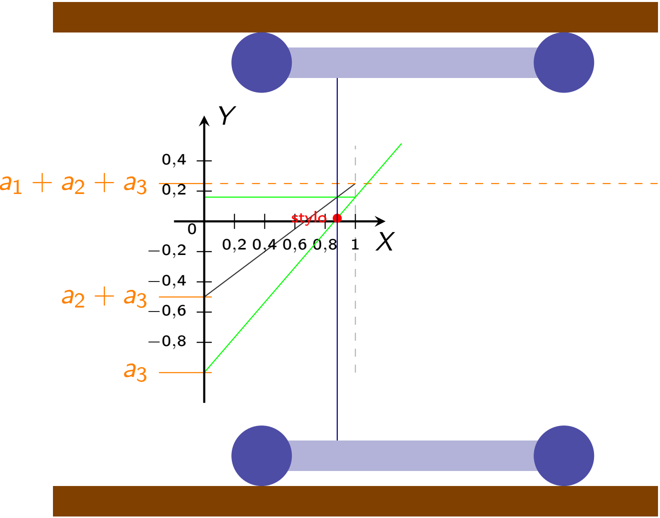


$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

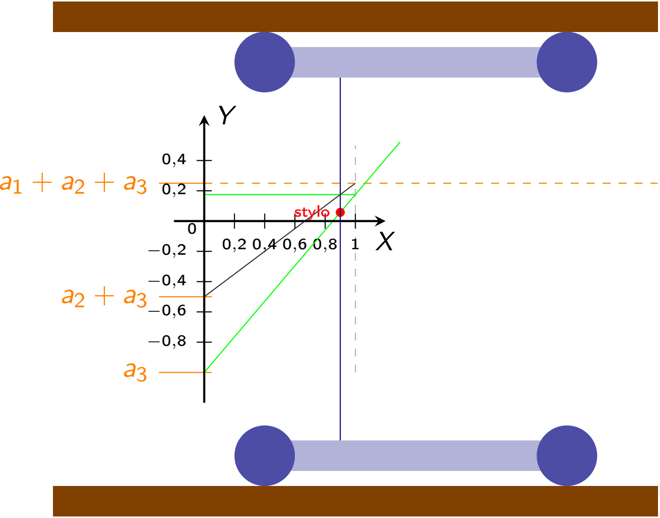


4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 2

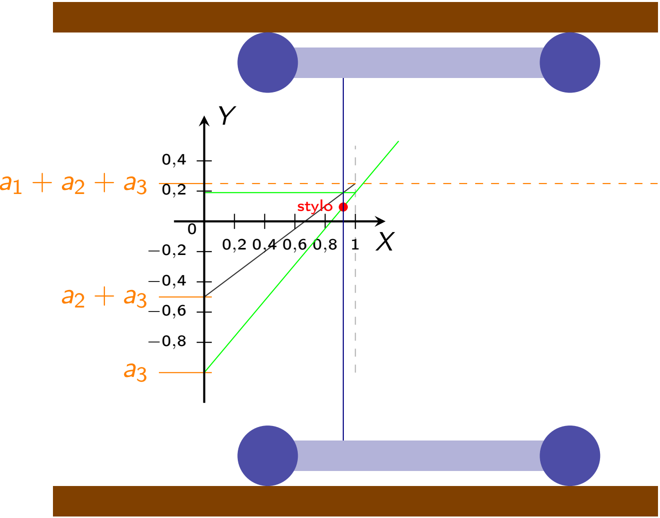


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

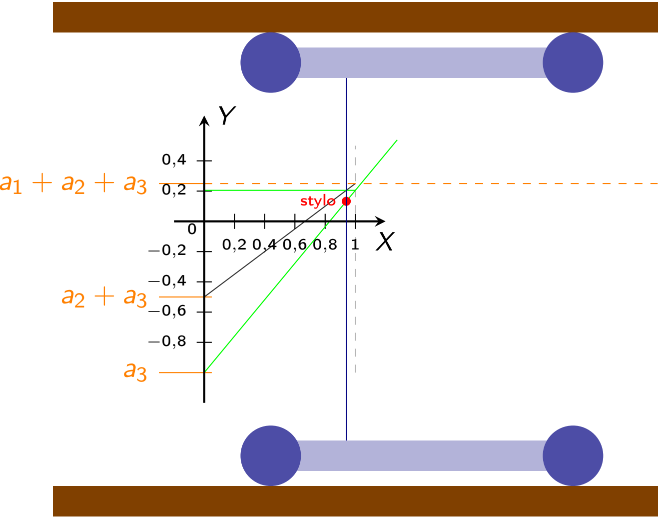


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

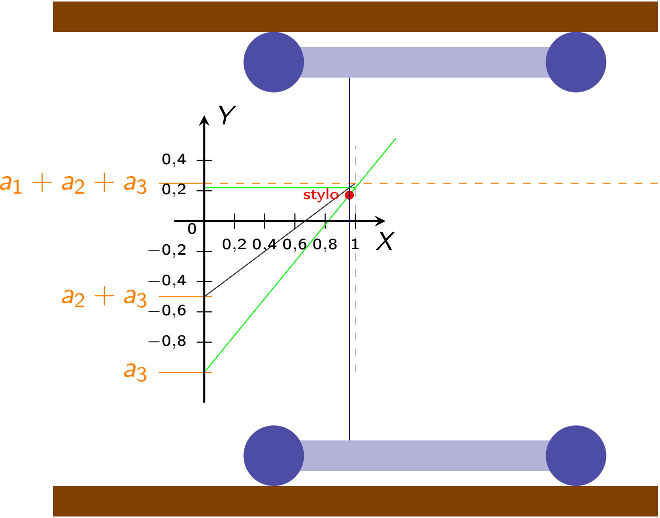


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

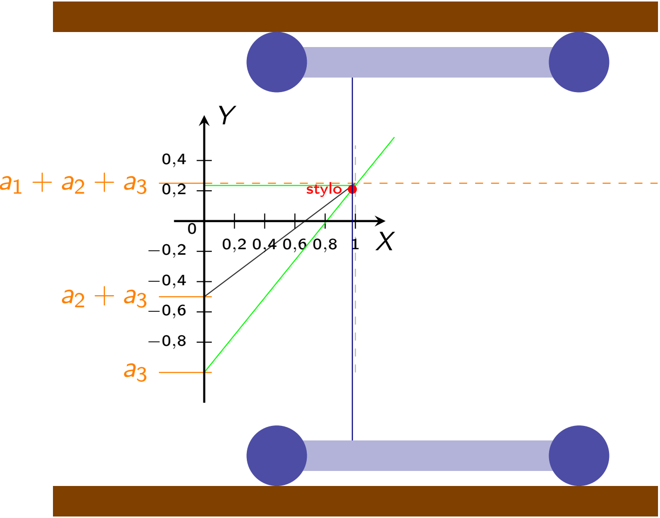
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$



$4^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = (a_1x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 2

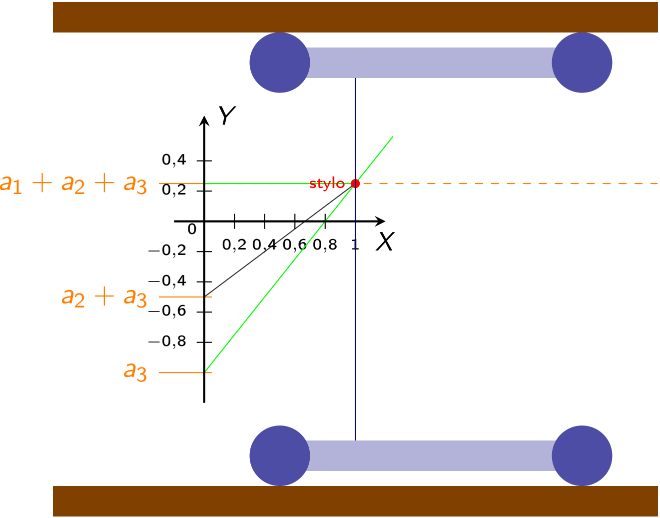


$4^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = (a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1$

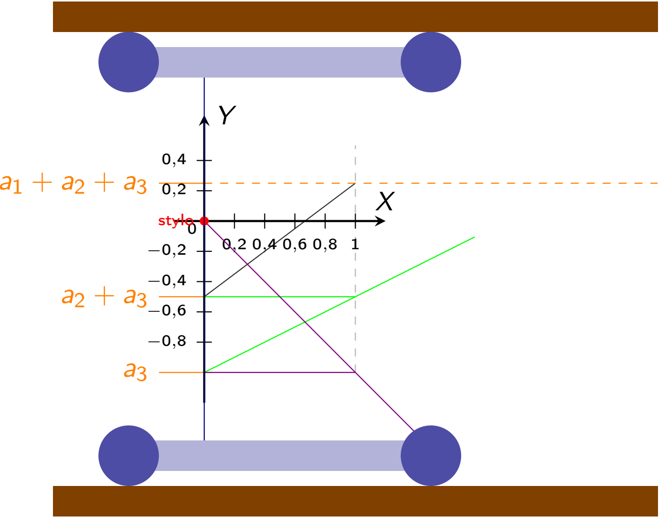


4$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$(a_1 x + a_2)x + a_3$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :

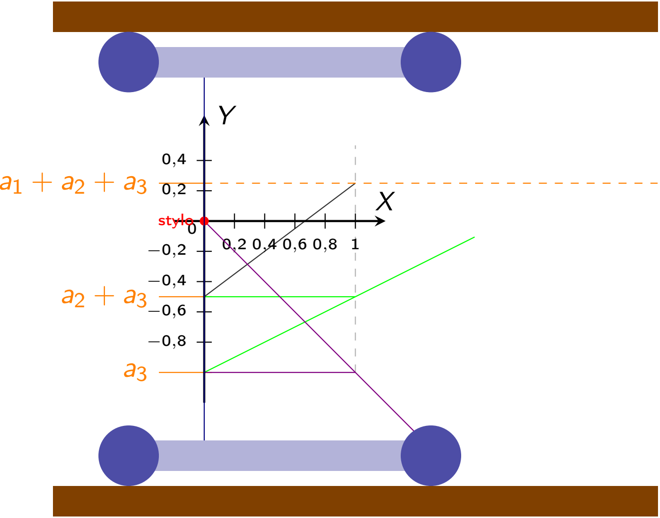
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

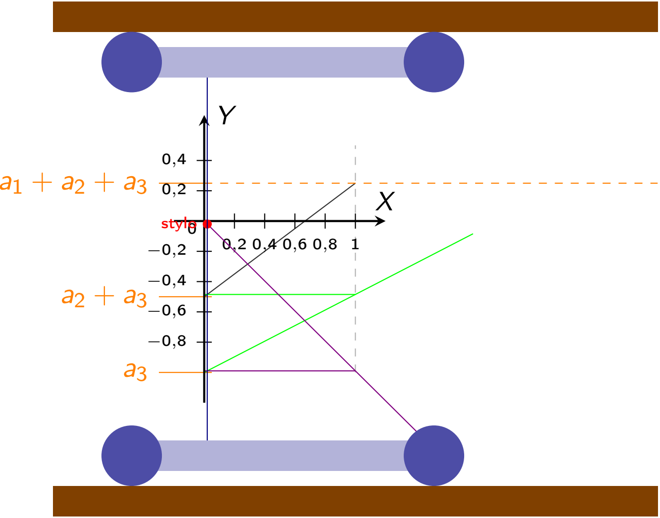


$5^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

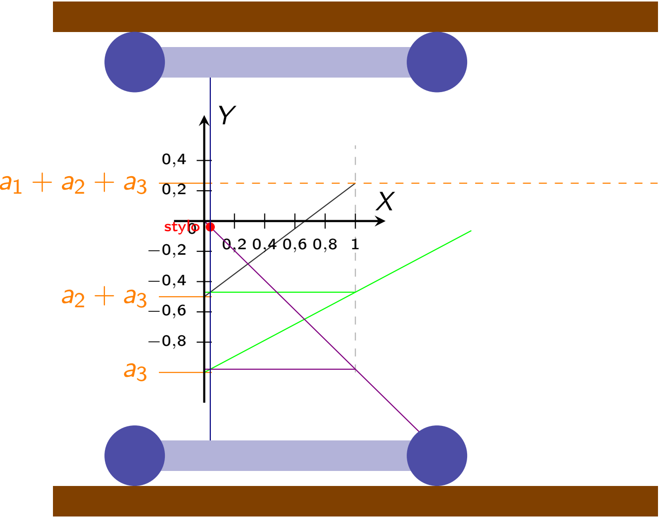


5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

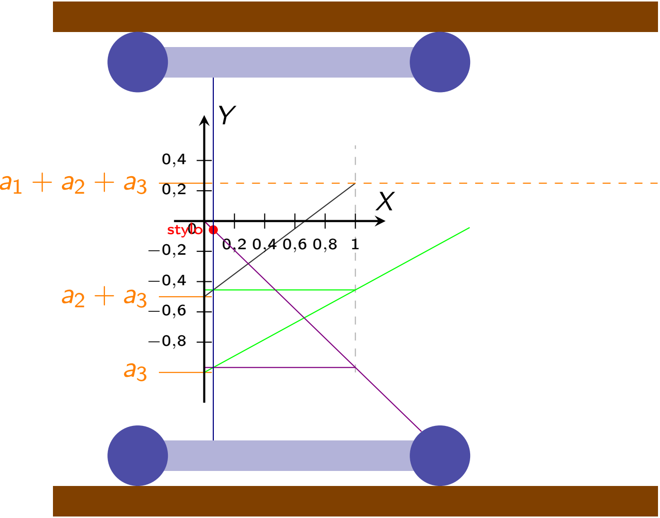


5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

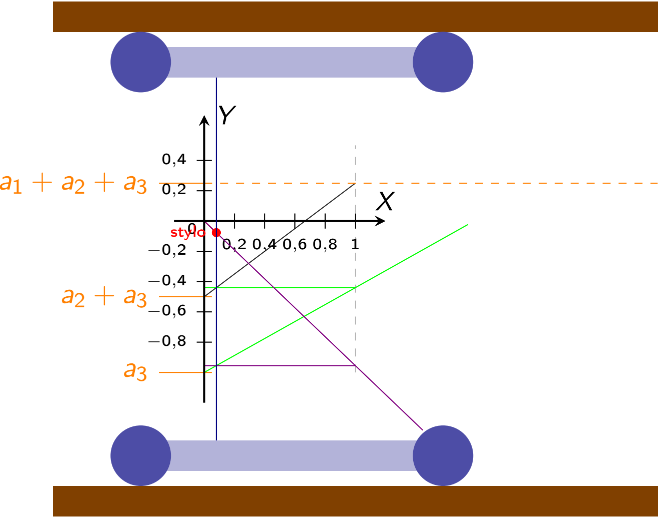
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

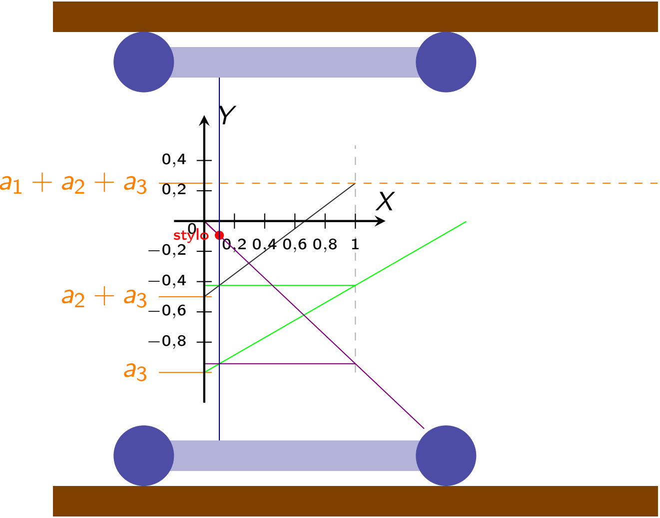


5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

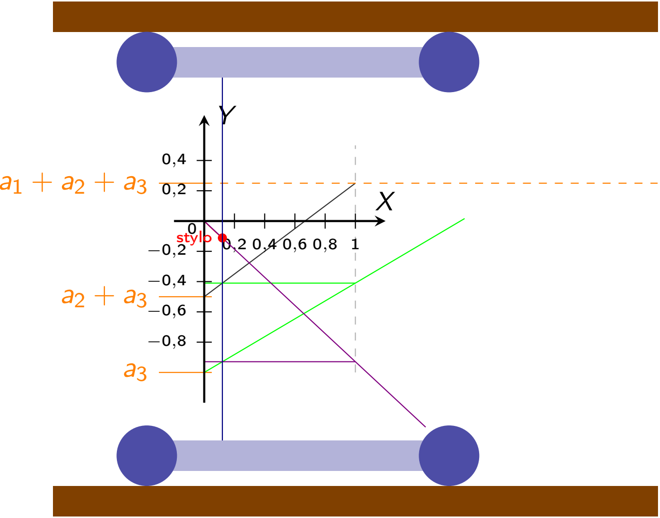


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

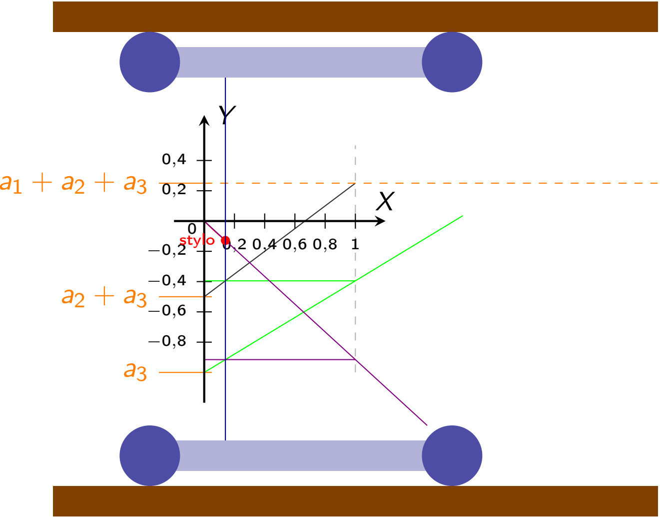


$5^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1\right) x$

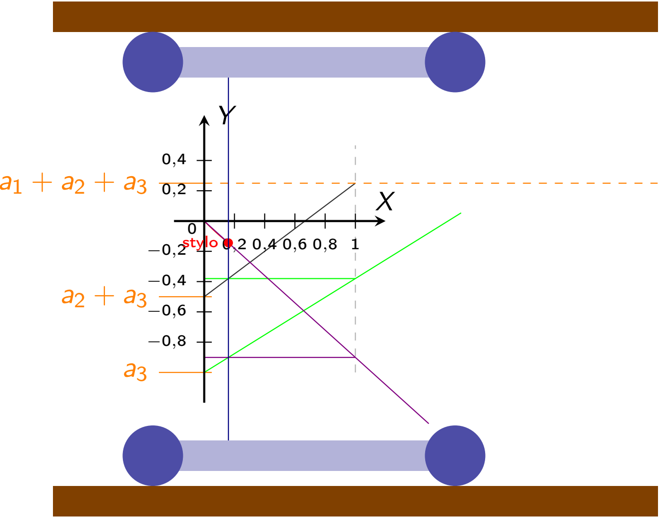
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

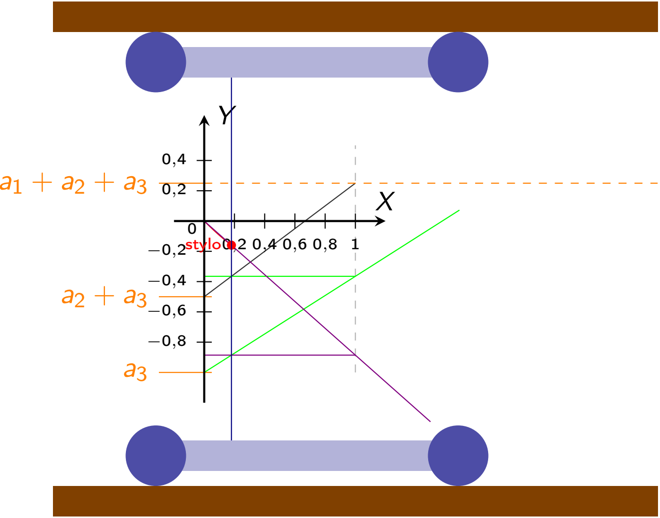


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

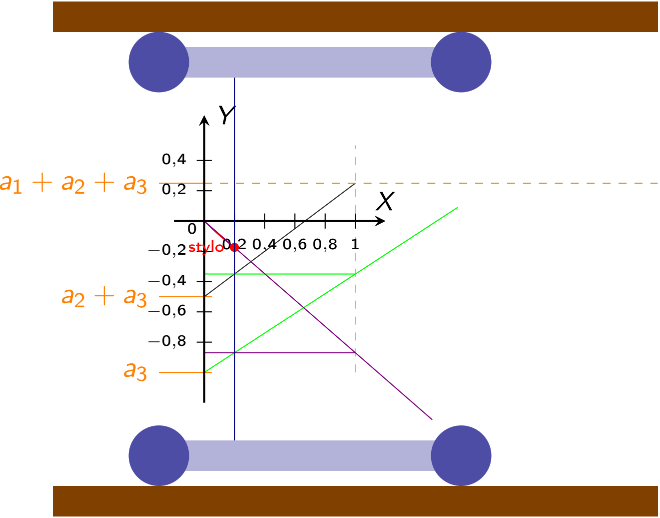


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

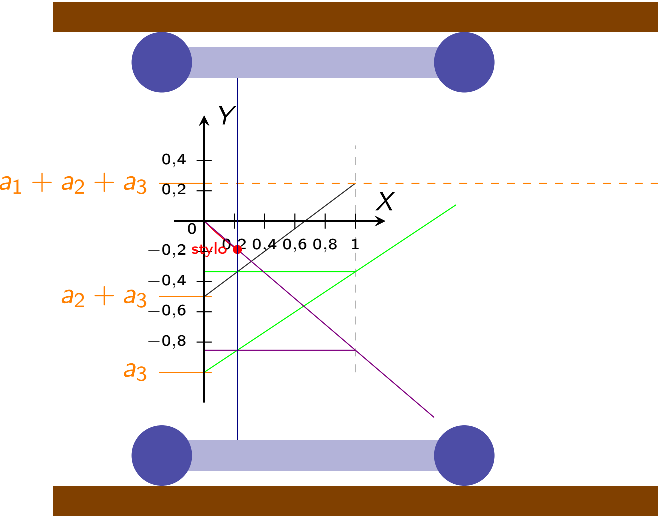
Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1\right) x$

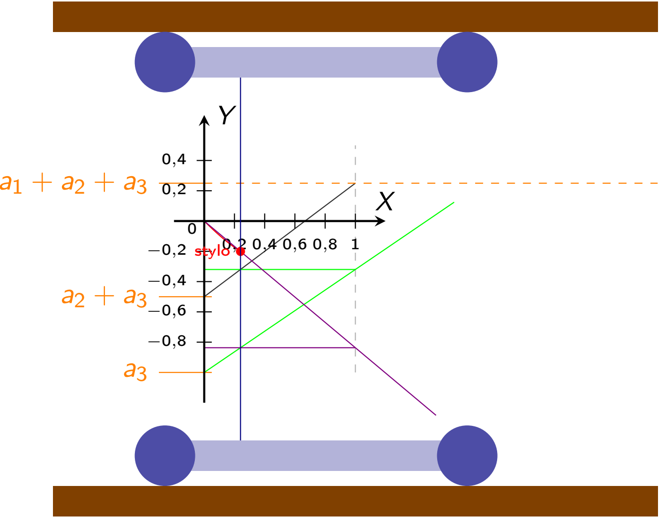


5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

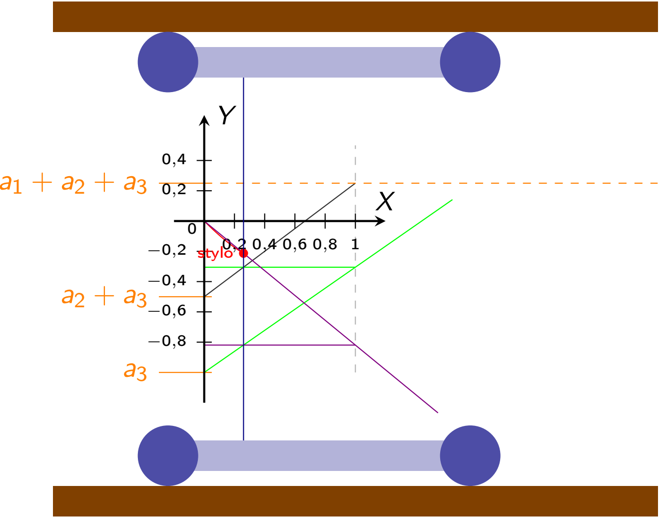
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

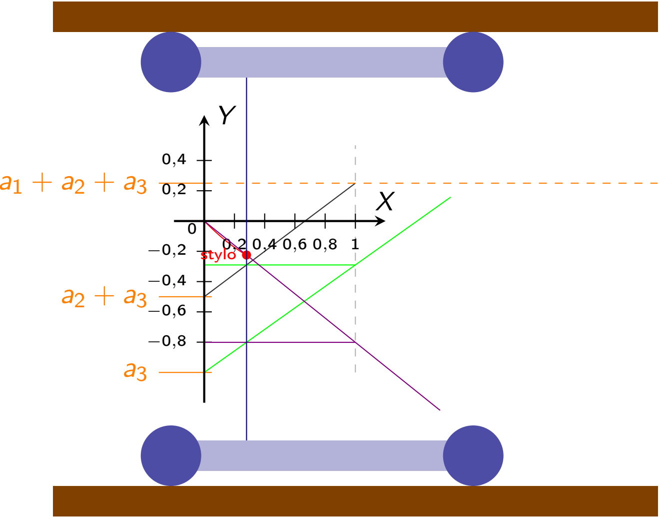
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

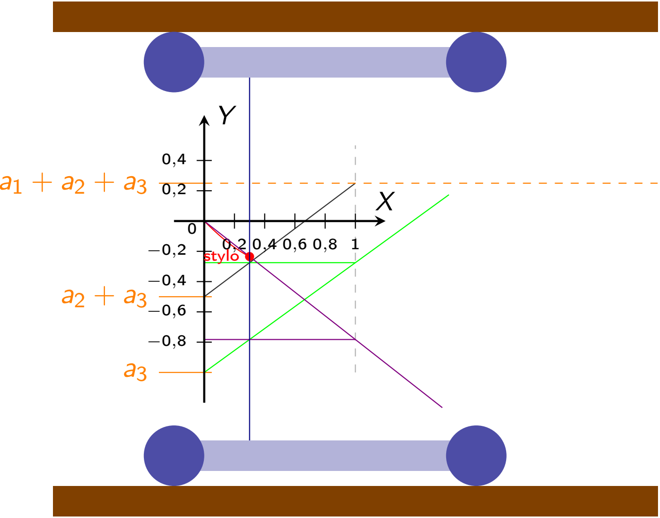
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

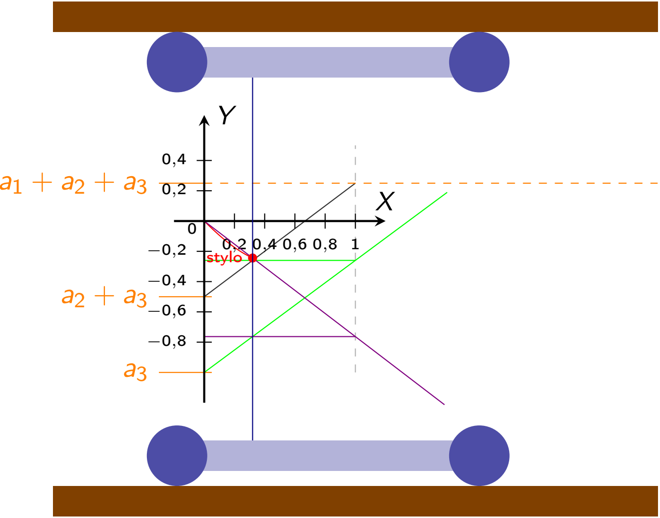
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

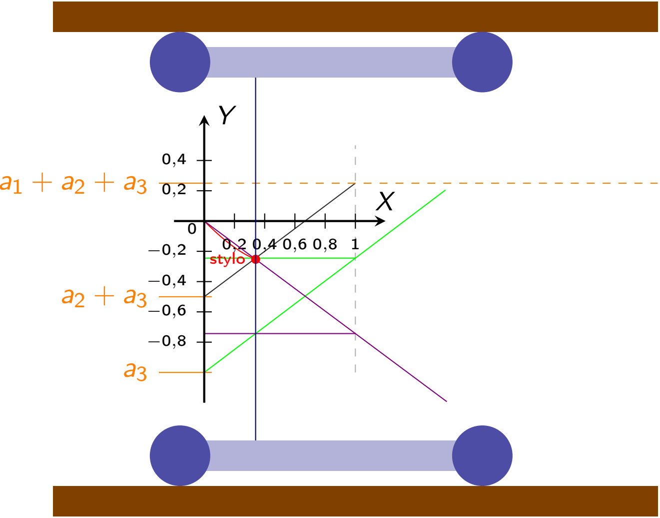
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

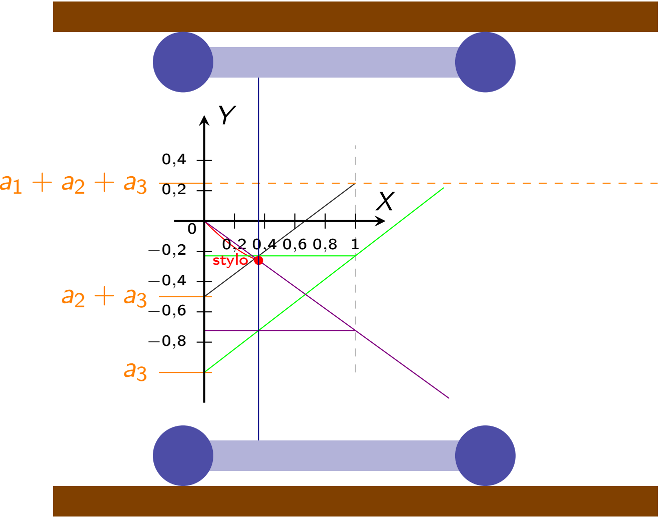
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

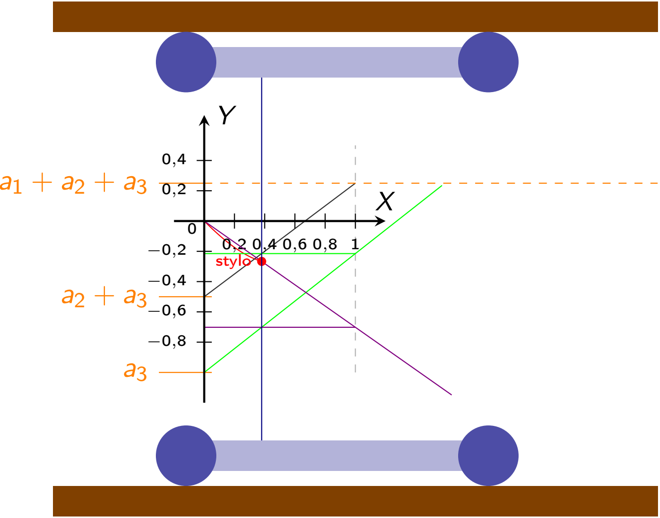
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

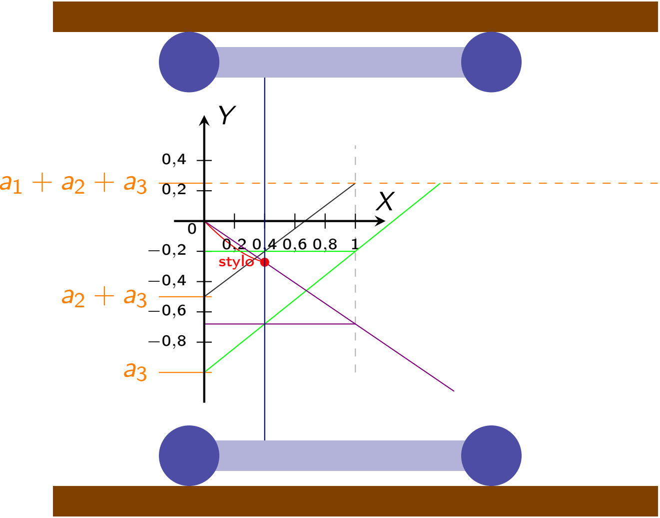
Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

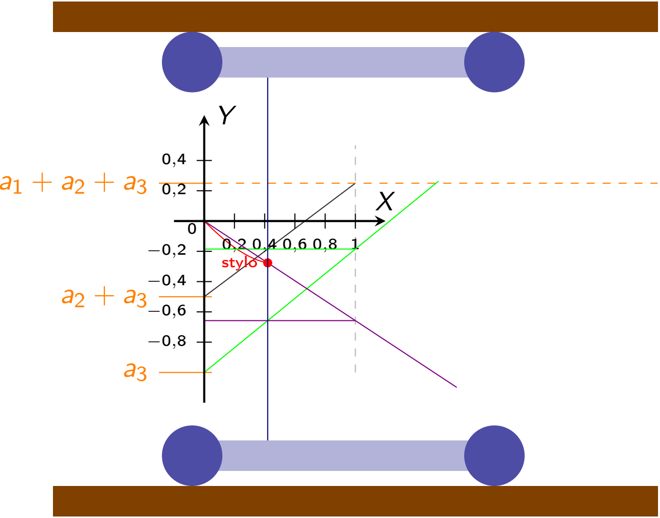


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

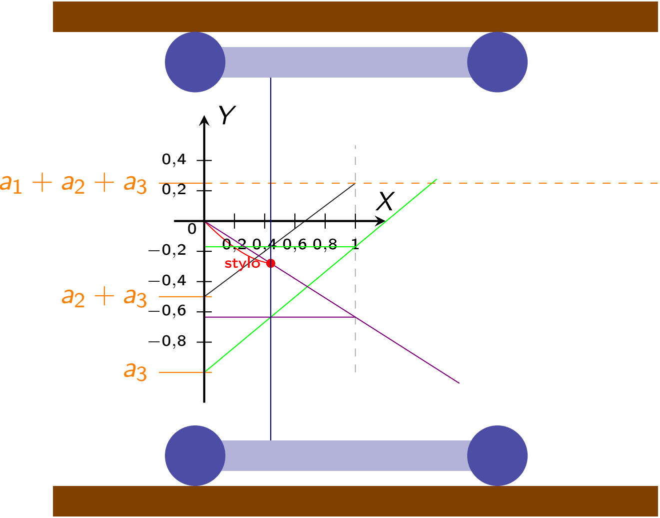
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



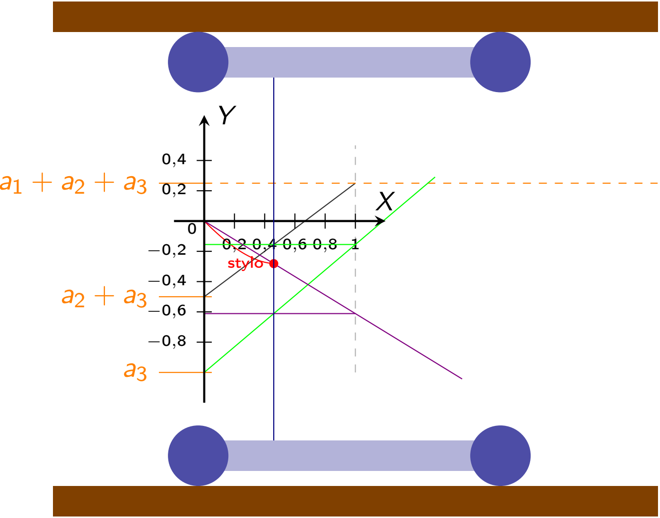
5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 3

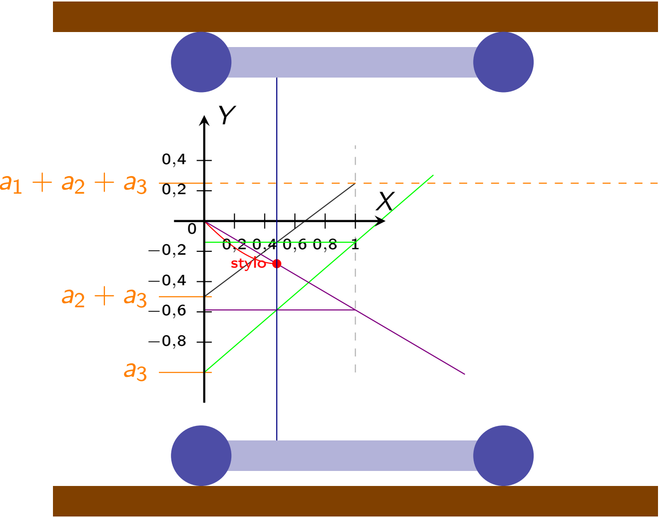


$5^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

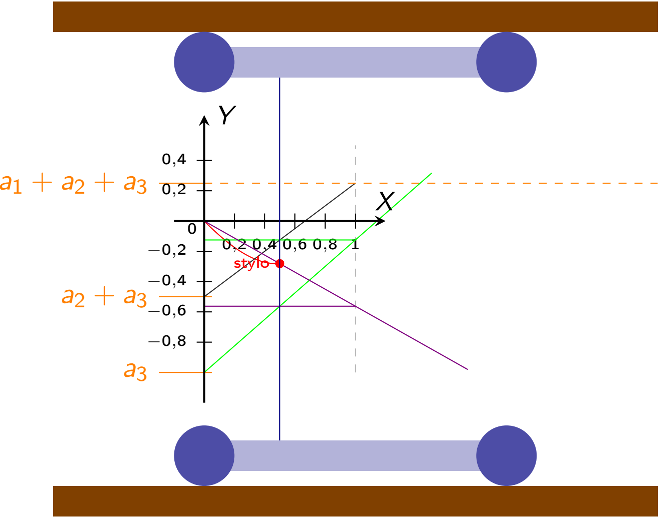
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

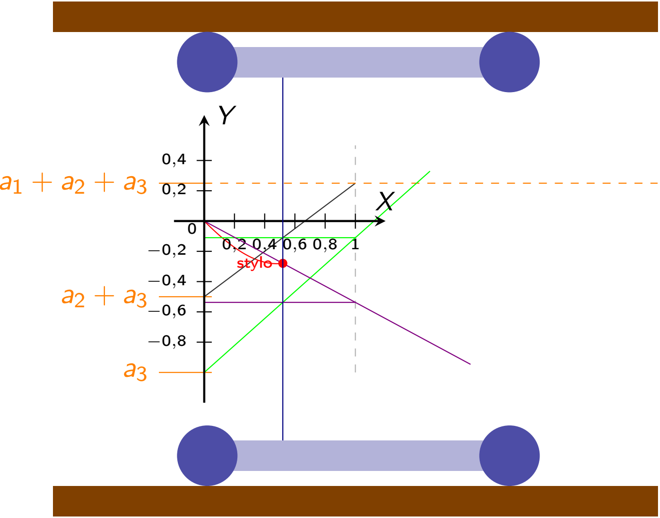
Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

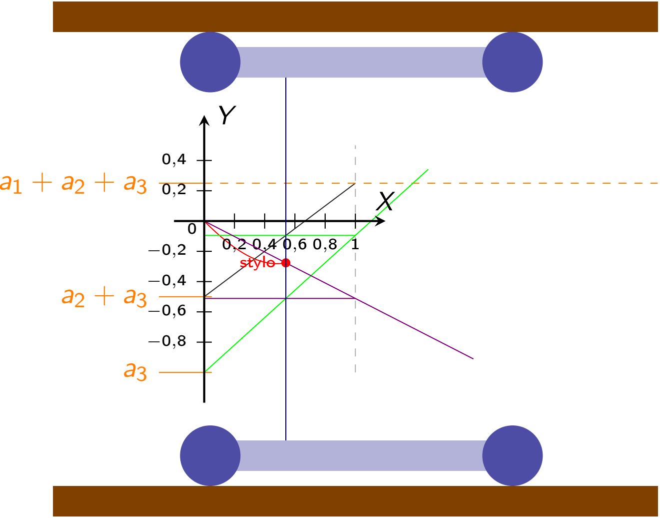
Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

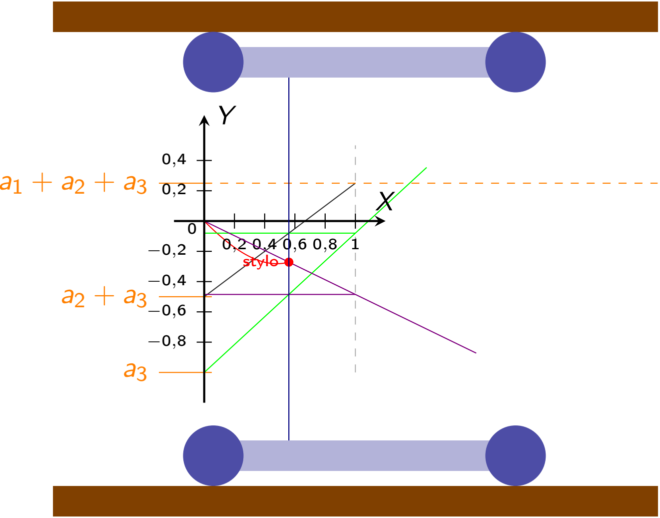


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

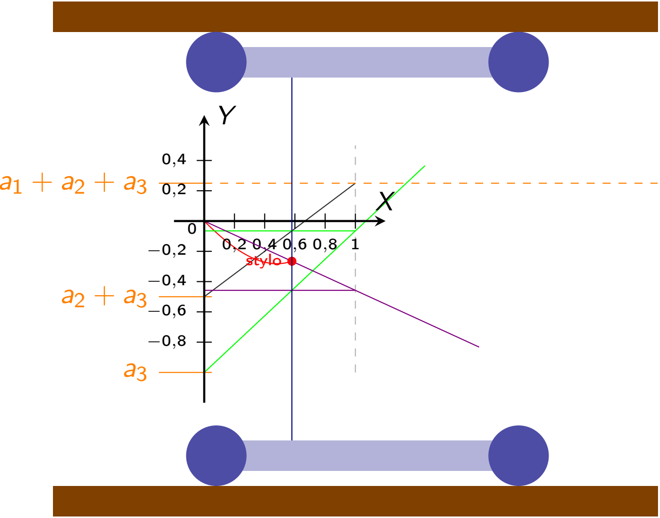


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

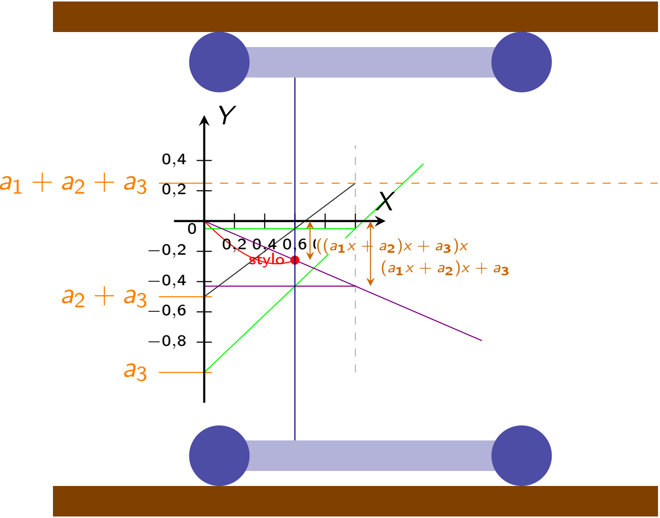


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

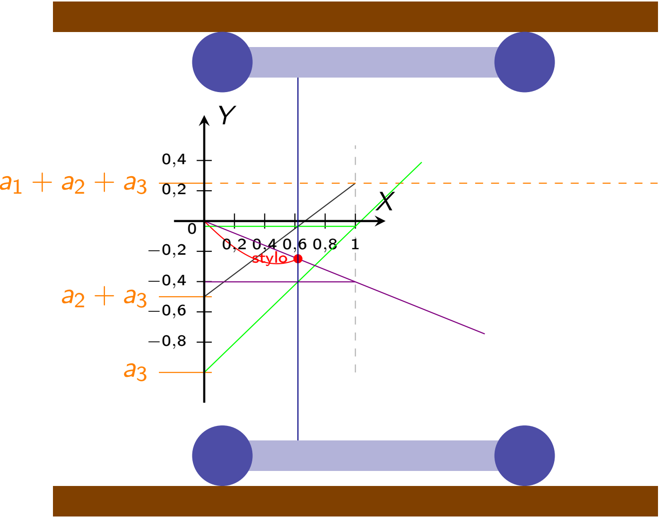
$P(x) =$
$((a_1x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

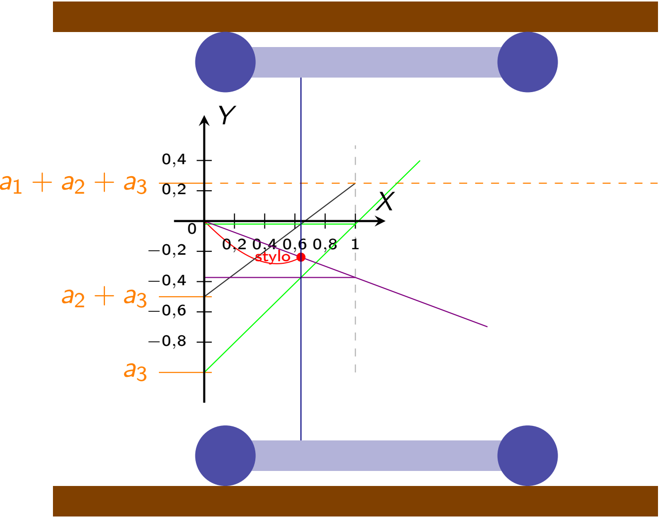


5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



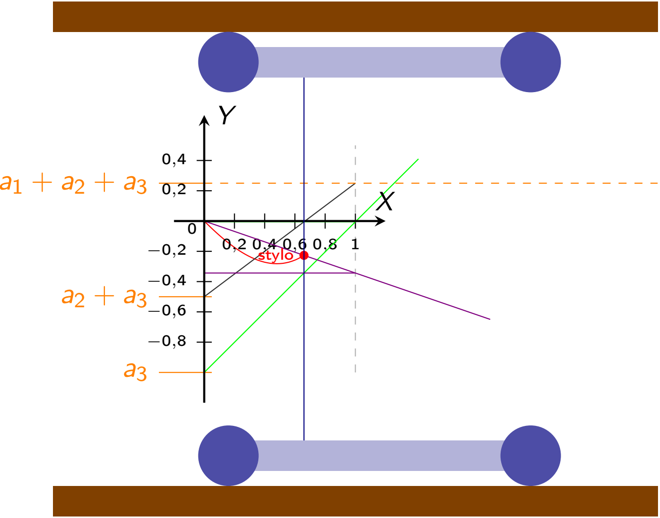
5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 3



5

$5^{\text{ème}}$ exemple :

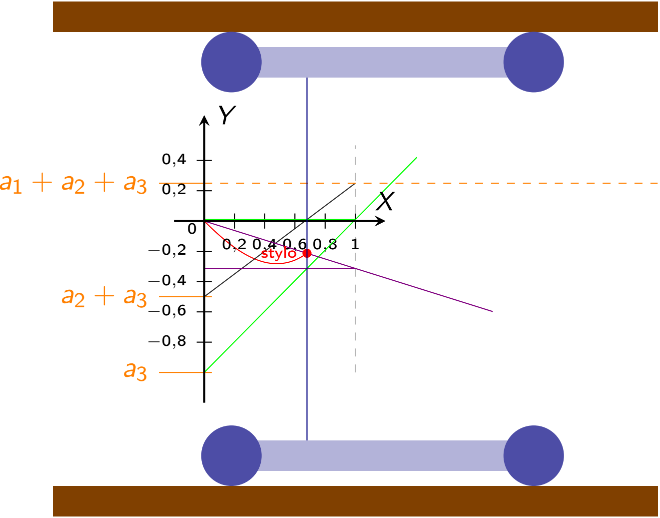
$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

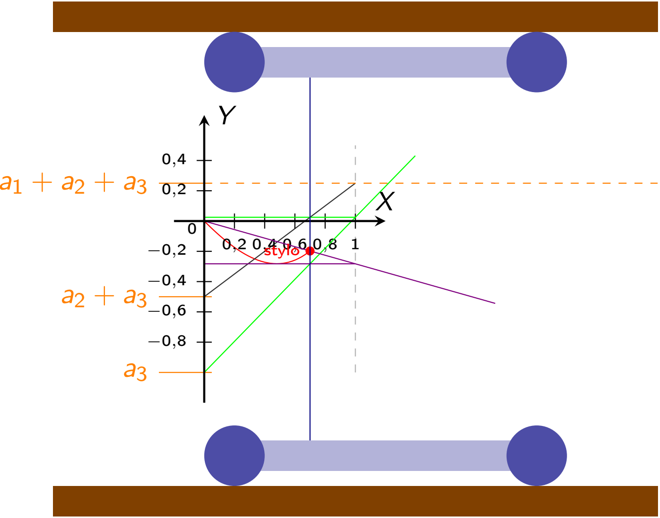


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

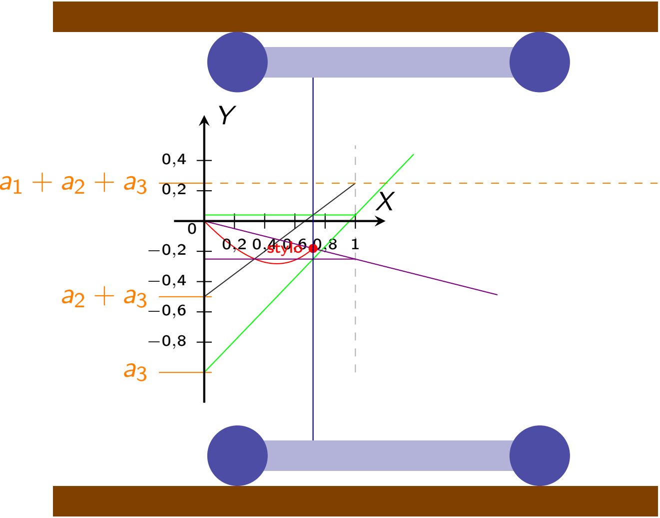
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

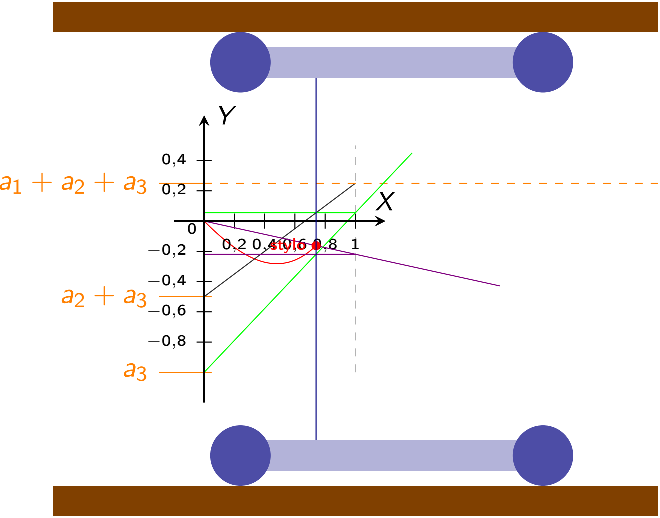
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1\right) x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

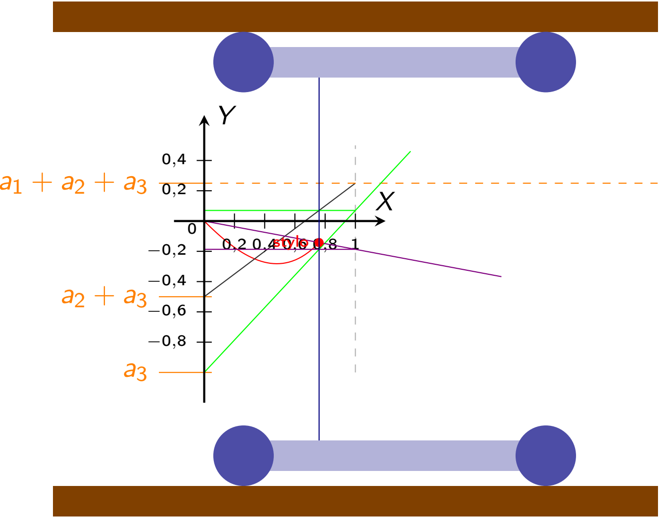


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1x + a_2)x + a_3)x$

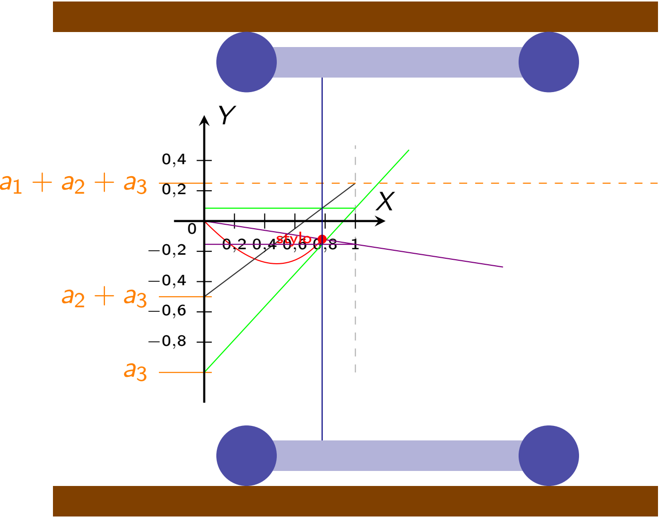
Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

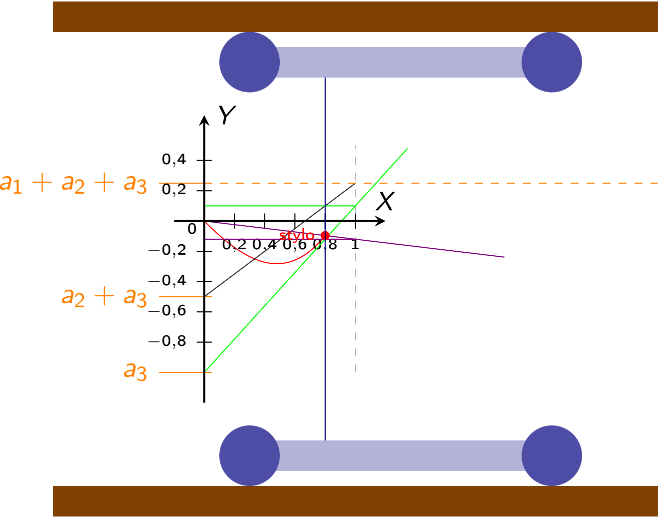
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

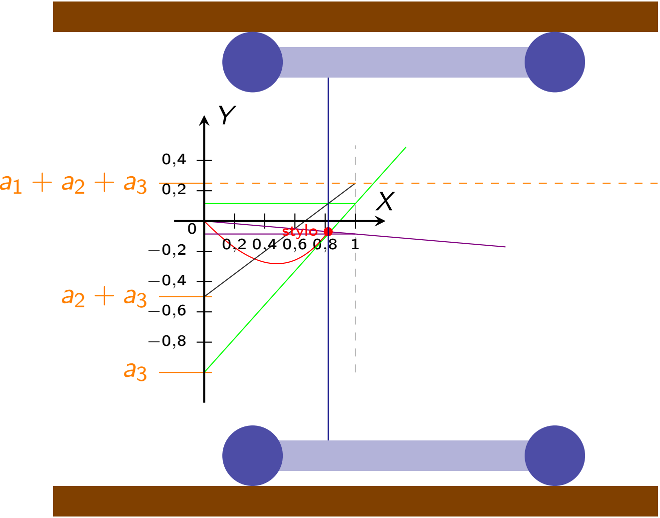
Polynôme de degré 3



5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 3

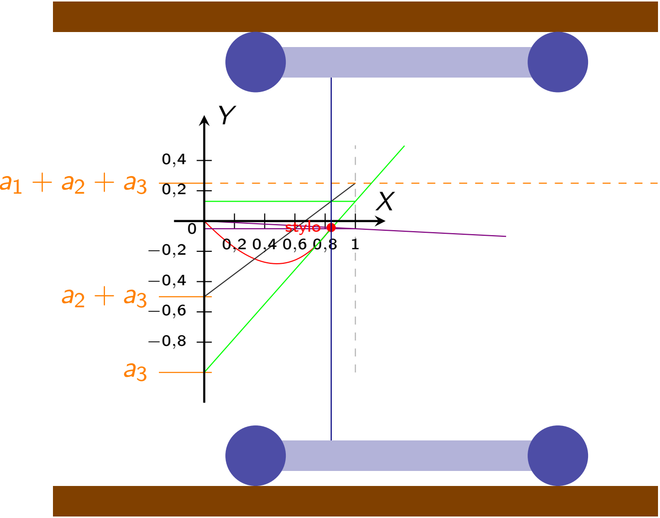


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right) x - 1\right) x$



$5^{\text{ème}}$ exemple :

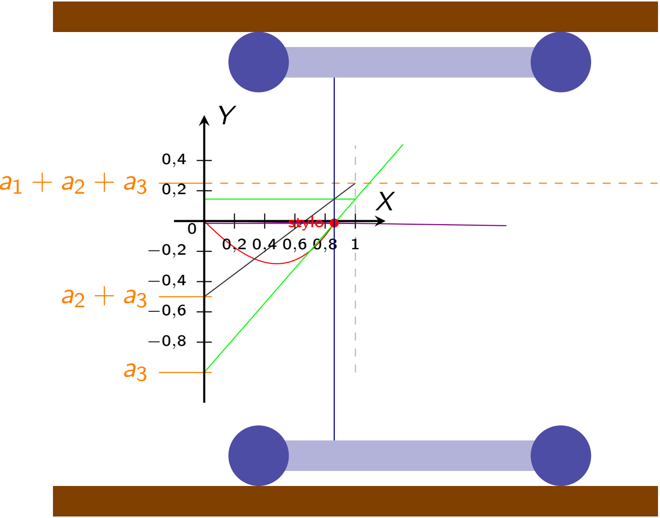
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



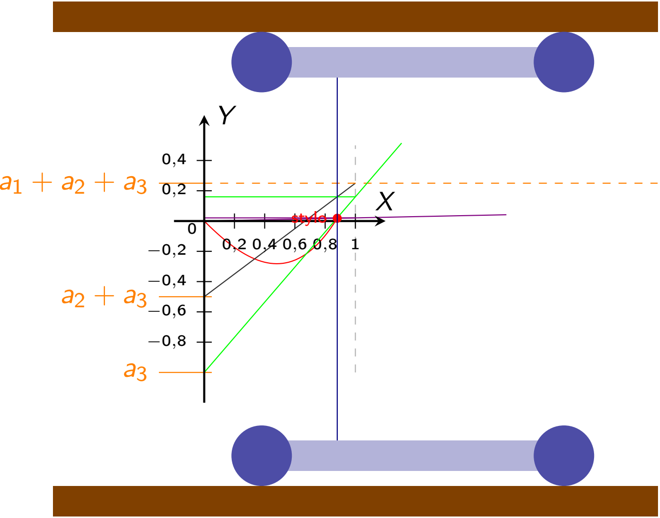
$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine
Polynôme de degré 3

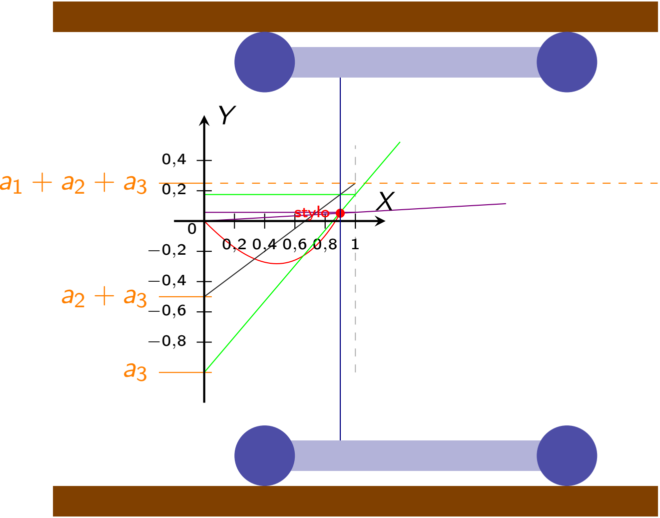


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



5$^{\text{ème}}$ exemple :

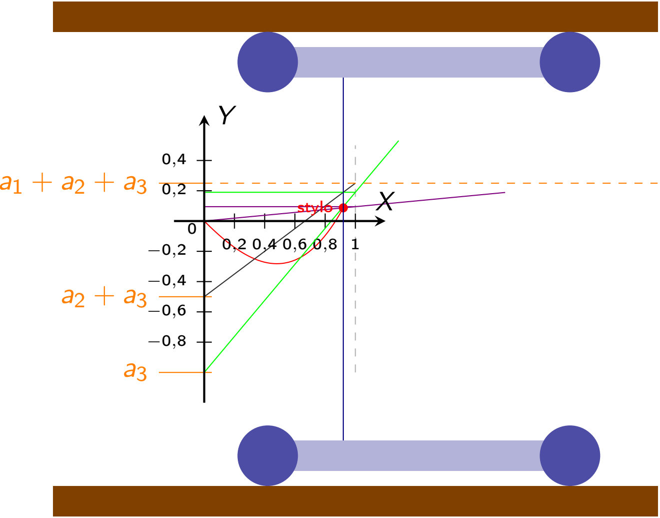
$P(x) =$
$((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) =$
$\left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

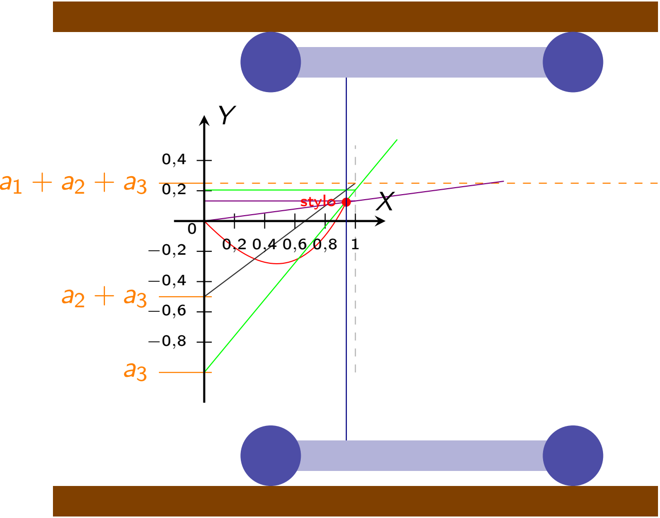
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

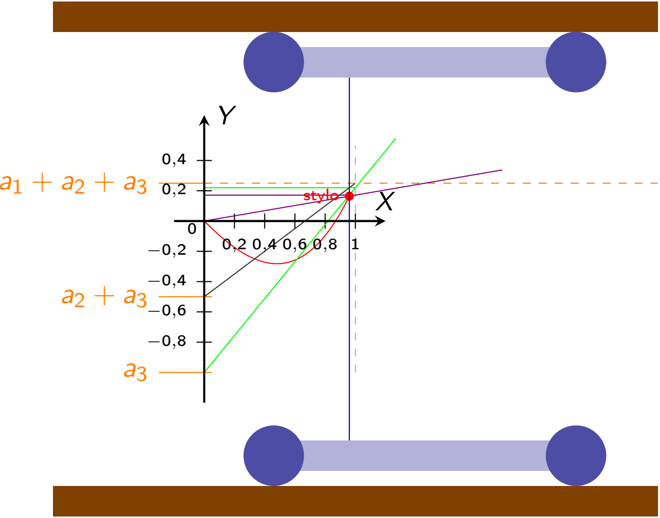


5$^{\text{ème}}$ exemple :
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :
$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3



$5^{\text{ème}}$ exemple :

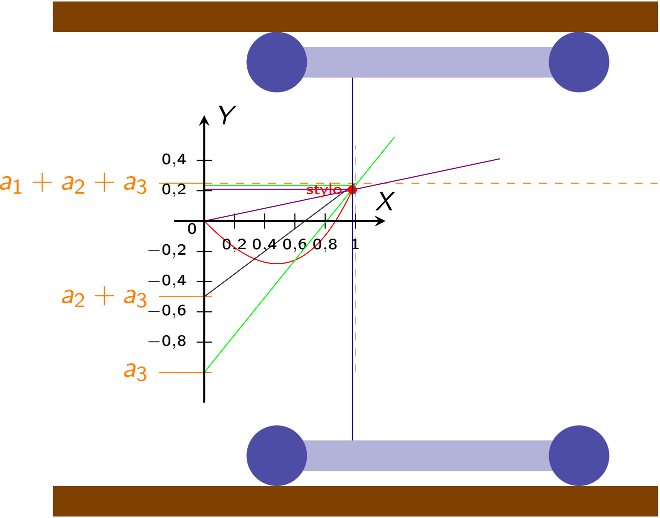
$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré 3

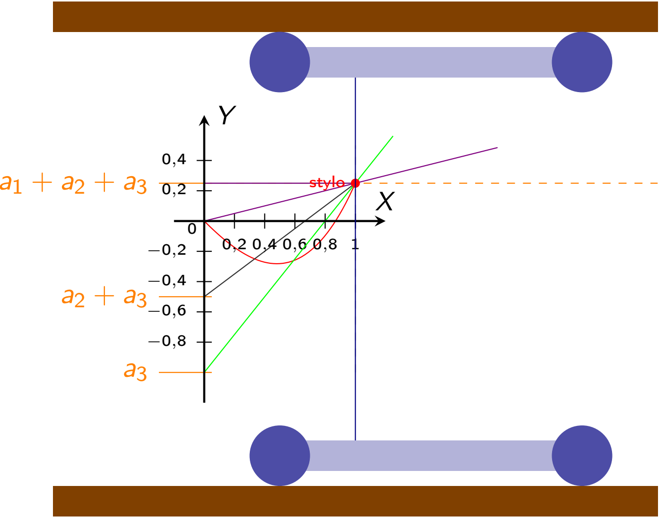


$5^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$



5$^{\text{ème}}$ exemple :

$P(x) = ((a_1 x + a_2)x + a_3)x$

Sur le dessin :

$P(x) = \left(\left(\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}\right)x - 1\right)x$

Fonctionnement de la machine

Polynôme de degré plus élevé

Et on peut continuer comme ça pour un degré arbitraire en alternant

- des multiplications par x grâce au « théorème de Thalès »
- des décalages verticaux pour ajouter des coefficients

Que vient-on de faire ?

Redécouvrir le
Constructeur Universel d'équations
de János András Segner (1759)

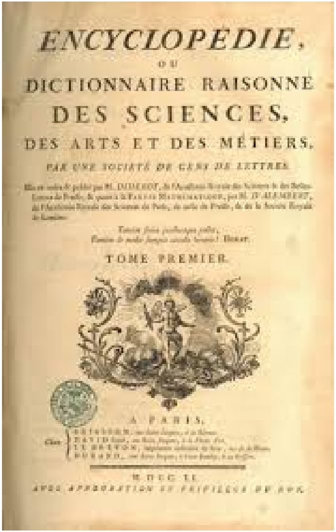
Que vient-on de faire ?

Redécouvrir le
Constructeur Universel d'équations
de János András Segner (1759)

Où le retrouver ?

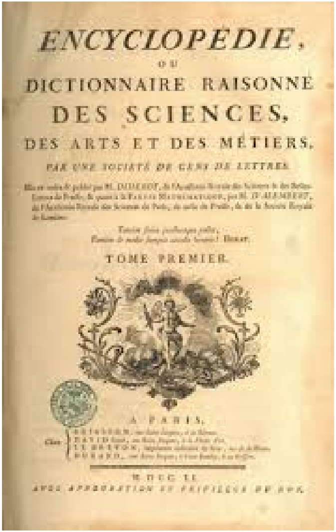
où tout est dit à son sujet...

Où le retrouver ?



où tout est dit à son sujet...

Où le retrouver ?


ENCYCLOPÉDIE,

OU

DICTIONNAIRE RAISONNÉ

DES SCIENCES,

DES ARTS ET DES MÉTIERS,

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES.

TOME PREMIER.

A PARIS,

M DCC LI.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROY.

où tout est dit à son sujet...

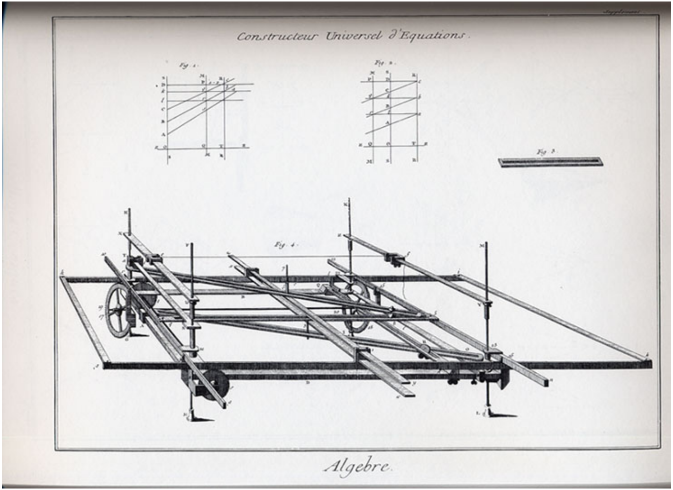
ÉQUATION. *Conſtruction & uſage d'une machine pour trouver les racines de quelque équation que ce puiſſe être.* (*Algebre. Machines.*) M. Paſcal s'eſt fait une réputation dans le monde pour avoir inventé ſa machine arithmétique. Celle dont je vais donner la deſcription n'eſt pas moins ingénieuſe ; & on peut l'appliquer à toutes les *équations* de quelque degré qu'elles ſoient.

Une description géométrique de la méthode...

Soit l'*équation* à réſoudre $a + bx + cxx + dxx$, &c. $= 0$.

Tirez ſur la ligne ZZ priſe pour baſe dans la *figure 1* ou 2 de la *pl. I d'Algebre*, *des planches*, *ſupplément*, les perpendiculaires SS & RR, éloignées l'une de l'autre de telle diſtance qu'il vous plaira. Prenez enſuite ſur la ligne SS de l'une ou de l'autre figure les parties OA, AB, BC, CD, &c. proportionnelles aux coefficiens a, b, c, d, &c., de l'*équation*, obſervant de prendre chacune de ces lignes de bas en haut, à compter de l'extrémité de la derniere lorſque le coefficient qu'elle doit repréſenter eſt poſitif, & dans un ſens contraire lorſqu'il eſt négatif. Cela fait, tirez

accompagnée de planches,



de démonstrations,

Démonſtration. Puiſque les lignes OA, AB, BC, &c. ſont proportionnelles aux coefficiens a, b, c, &c. Suppoſons que la premiere OA ſoit égale au premier coeffi-cient a, ou à telle de ces parties qu'on voudra, n, par exemple, ſeroit $\frac{a}{n}$; alors pour conſerver la proportion ci-deſſus, la ſuivante AB ſera égale à $\frac{b}{n}$, Bc à $\frac{c}{n}$ & cD à $\frac{d}{n}$, &c. Si l'on nomme OQ ou ſon égale DPx, pour lors Dc étant priſe égale à l'unité, Pc ſera égale à $1-x$;

- sur les racines négatives

Nota. Pour avoir les racines négatives, on placera les regles à gauche de *SS* *figure* 2, où elles ſont marquées par les mêmes lettres que dans la premiere figure. Par exemple, on poſera la regle *Cc* de *c* ou *q*, la regle *Bb* de *b* ou *r*, la regle *aA* de *n* ou *s*, vers la gauche, en ſorte que les centres *A*, *B*, des deux dernieres ſe trouvent ſur la ligne fixe *SS*.

- sur les changements d'échelle ou de variable

Il y a encore une choſe à obſerver : c'eſt que ſi l'on a une *équation* comme celle-ci $xxx - Sxx + 1200 \cdot x + 9000 = 0$, dont les coefficiens S, 1200 & 9000 ſont différens l'un de l'autre, qu'il feroit difficile de les prendre ſur la ligne OD, on peut les réduire de la maniere ſuivante : c'eſt de mettre dans l'*équation* à la place de chaque x, $10\,x$, $20\,x$, ou $100\,x$. Je ſuppoſe qu'on mette $20\,x$; pour lors, au lieu de xxx, on aura $8000\,xxx$, au lieu de $S\,xx - 2000\,xx$, &c., & l'*équation*

de considérations,

- sur la nature et le nombre de racines d'un polynôme

1°. Les racines d'une *équation* peuvent être de trois ſortes, poſitives, négatives & impoſſibles ou imaginaires.

2°. Toute *équation* contient autant de racines qu'elle a de degrés.

3°. Les racines imaginaires ſont toujours au nombre de deux.

4°. Que toute *équation* dont le nombre des degrés eſt impair, doit contenir au moins une racine réelle.

5°. Que toute *équation* dont le premier & le dernier termes, après avoir été tranſpoſés, ont des ſignes contraires, contient au moins une racine réelle. Lorſque cela arrive, & que le nombre de ſes dimenſions eſt pair, de même que celui des racines impoſſibles, celui des racines réelles doit l'être pareillement.

des conseils d'utilisation,

9°. Le plus grand coefficient négatif d'une *équation* quelconque, conſidéré comme poſitif, & augmenté de l'unité, excede toujours la plus grande racine poſitive de l'*équation*. Par conſéquent,

10°. Si en place de la quantité inconnue *x* de l'*équation*, vous mettez le coefficient, pris comme poſitif & augmenté de l'unité, moins *x*, toutes les racines deviendront poſitives. Dans ce cas, vous n'aurez beſoin que des regles de la *figure 1*, dont les centres ſont à leurs extrêmités, & elles vous ſuffiront pour tous les cas poſſibles; car vous devez avoir obſervé que les centres de celles de la deuxieme figure ſont autrement diſpoſés.

Voici la deſcription d'une machine pour régler le mouvement des regles dont j'ai parlé : elle n'eſt que pour les *équations* du deuxieme degré ; mais on peut également l'employer pour toutes les autres.

ABCD, *figure 4*, eſt un châſſis de fer ou d'acier, compoſé de quatre barres de fer aſſemblées par leurs extrêmités, qui forment un parallélogramme rectangle de douze pouces de long ſur huit de large, aux quatre coins duquel ſont des appuis *EF*, *GH*, *IK*, & *LM*, ſur leſquels il porte. Sur le côté A, eſt un coulant *N*, qu'on peut arrêter avec une vis dans tel endroit qu'on veut, & ſur lequel la traverſe *NO* tourne ſur ſon centre. Son autre extrêmité tient par le moyen d'une vis avec ſon écroue à la traverſe *PQ*, qui eſt pareillement arrêtée ſur le châſſis aux endroits *P* & *Q*, mais de maniere qu'on peut l'approcher

et une conclusion enthousiaste

des *équations*. Comme il paroît par la dé-
monſtration précédente, qu'en augmen-
tant les barres de cette machine, on peut
l'employer généralement pour toutes les
équations de quelque degré qu'elles puiſſent
être, on peut l'appeller, à juſte titre, un
conſtructeur univerſel d'équations. (*V*)

Bref, tout est dit !

et une conclusion enthousiaste

des *équations*. Comme il paroît par la démonſtration précédente, qu'en augmentant les barres de cette machine, on peut l'employer généralement pour toutes les *équations* de quelque degré qu'elles puiſſent être, on peut l'appeller, à juſte titre, un *conſtructeur univerſel d'équations*. (*V*)

Bref, tout est dit !

Tout est dit, ou presque...

- Rien sur l'attribution de la méthode à Segner

et surtout

- dans la pratique, ça marche ?
  - Oui ! !
  - Mais, à l'époque, convenablement seulement pour les degrés 0 et 1...

Tout est dit, ou presque...

- Rien sur l'attribution de la méthode à Segner

et surtout

- dans la pratique, ça marche ?
  - Oui ! !
  - Mais, à l'époque, convenablement seulement pour les degrés 0 et 1...

Tout est dit, ou presque...

- Rien sur l'attribution de la méthode à Segner

et surtout

- dans la pratique, ça marche ?
  - Oui ! !
  - Mais, à l'époque, convenablement seulement pour les degrés 0 et 1...

Tout est dit, ou presque...

- Rien sur l'attribution de la méthode à Segner

et surtout

- dans la pratique, ça marche ?
  - Oui ! !
  - Mais, à l'époque, convenablement seulement pour les degrés 0 et 1...

Tout est dit, ou presque...

- Rien sur l'attribution de la méthode à Segner

et surtout

- dans la pratique, ça marche ?
  - Oui ! !
  - Mais, à l'époque, convenablement seulement pour les degrés 0 et 1...

Depuis, il y a eu

Réalisé dans le cadre de l'exposition *Au delà du compas, la géométrie des courbes*, une version de l'instrument permettant le tracé de polynômes de degré 3 pour le musée *Il Giardino de Archimede*, à Florence.

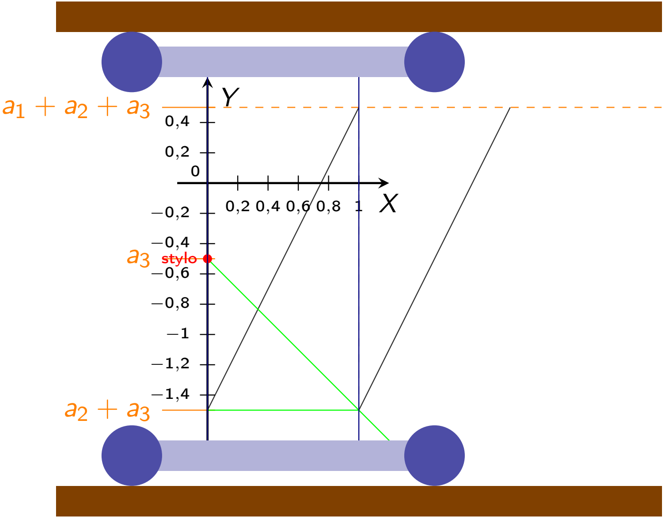
et...

Pour une version plus artisanale

Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

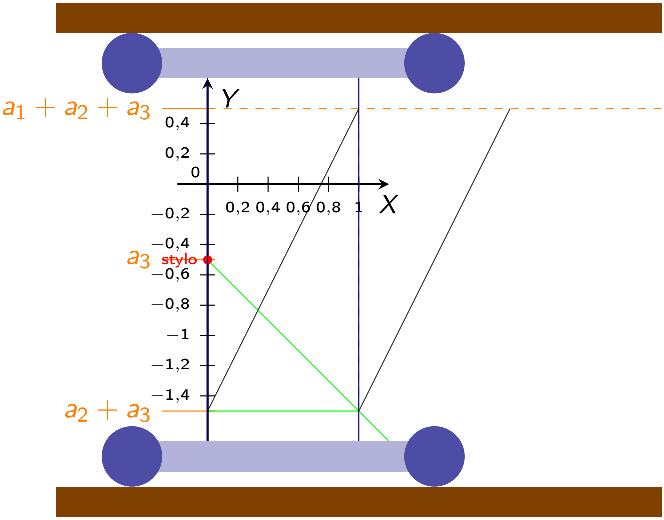
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

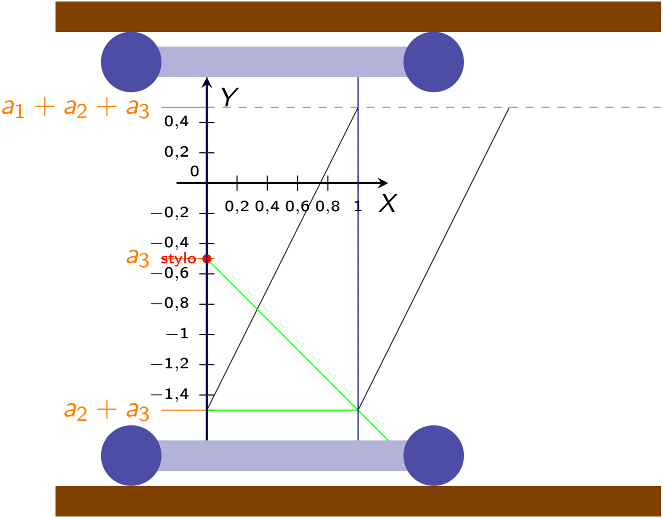
$\varphi \in [0,2]$, On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

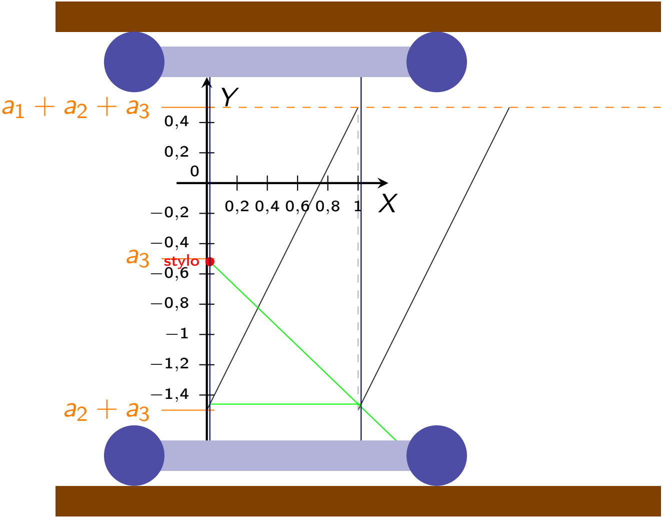
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

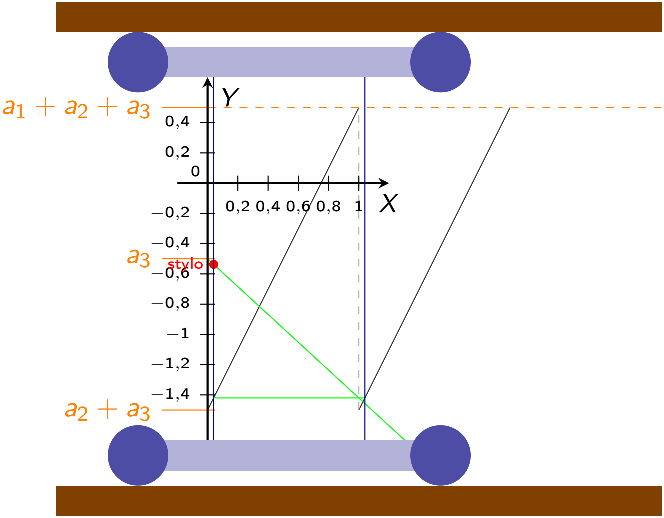
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

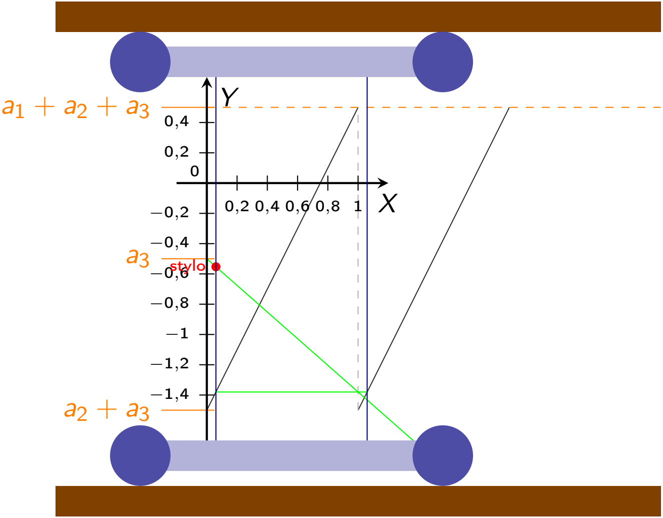
Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

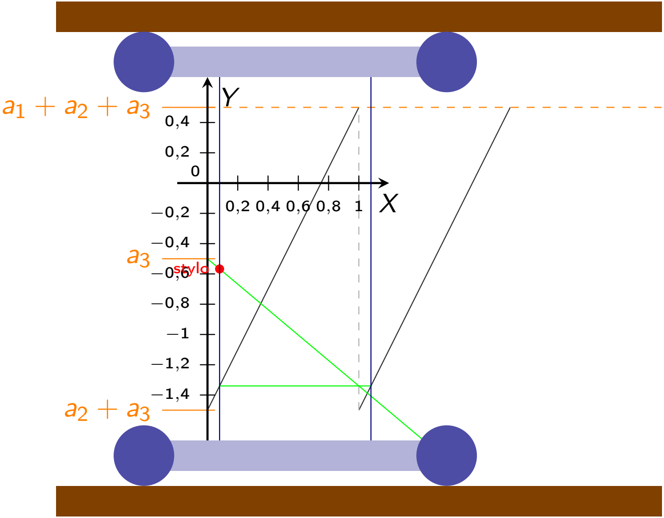
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

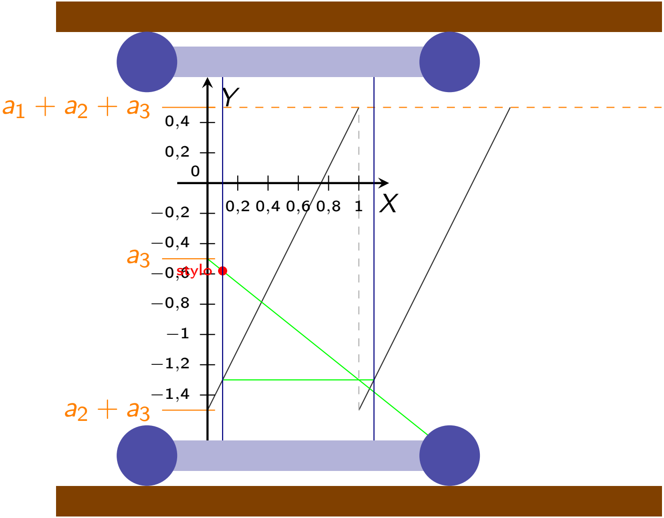
Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

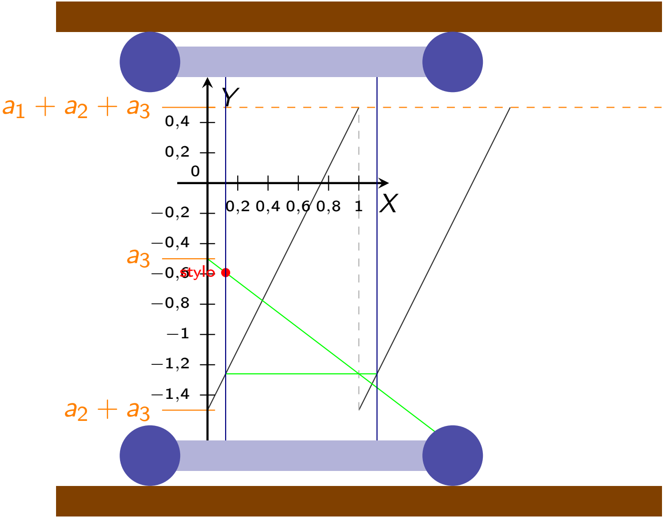
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

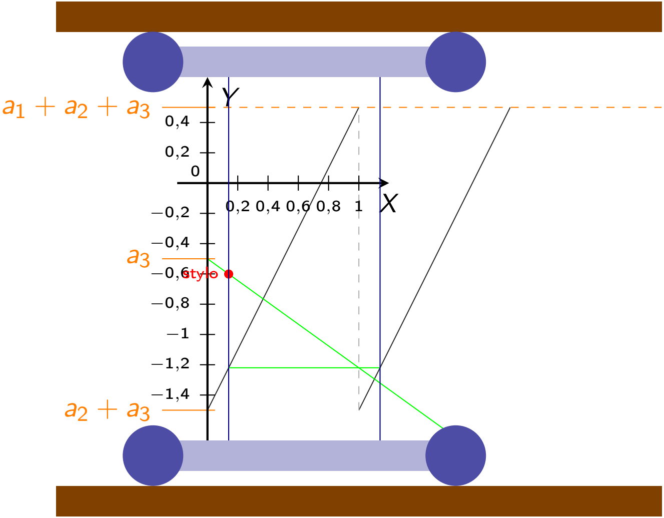
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

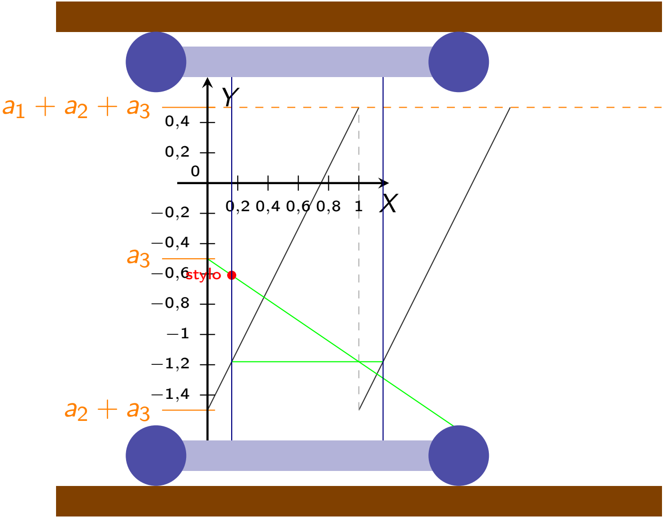
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

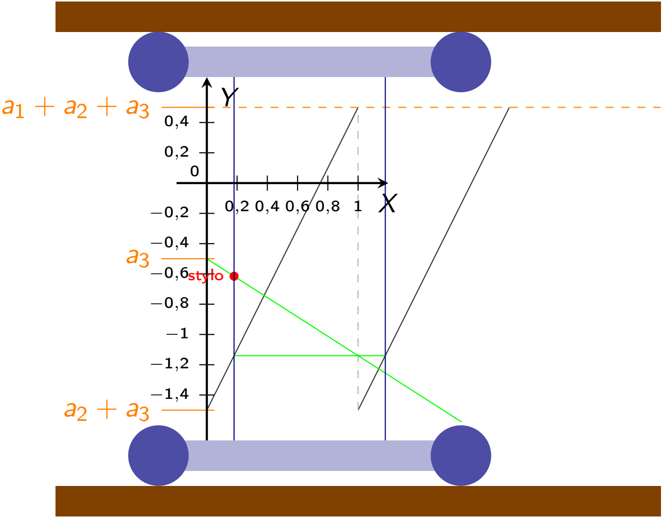
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

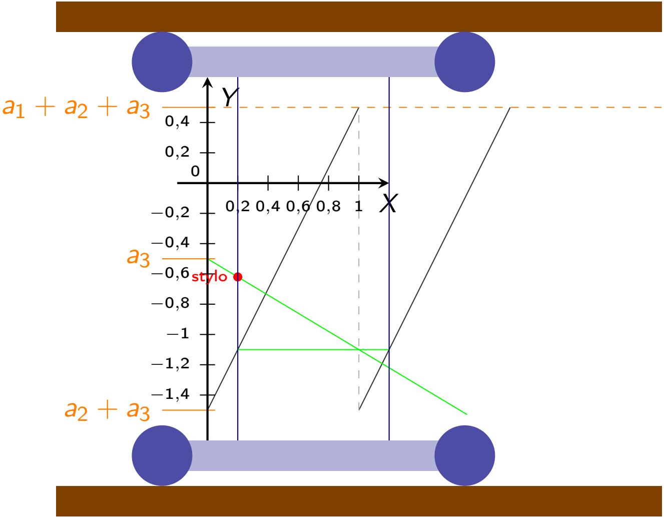
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

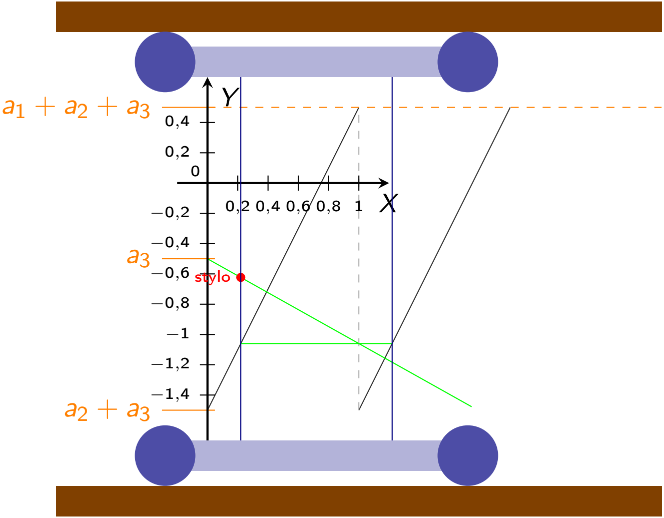
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

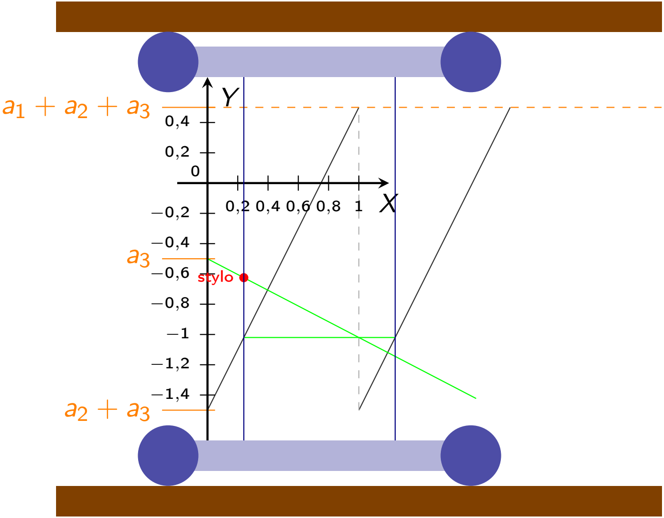
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

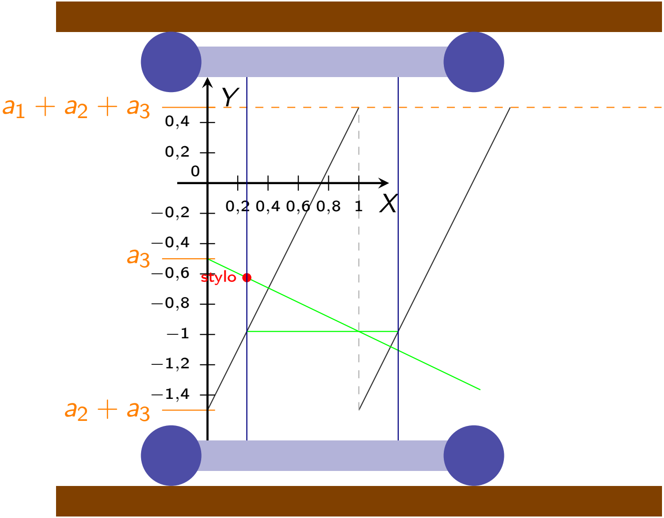
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

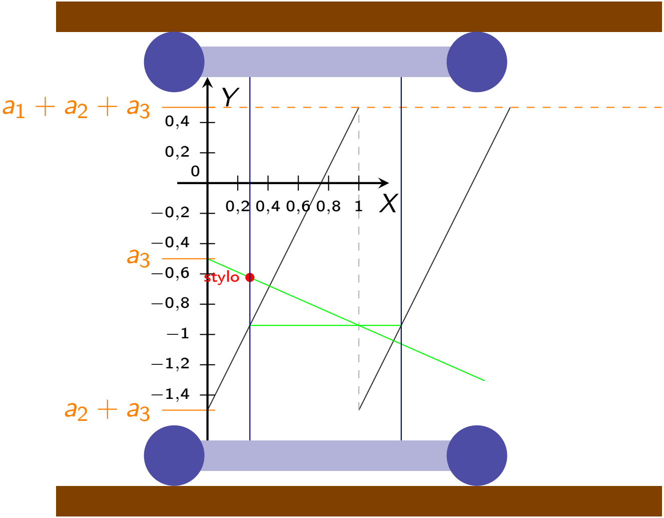
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

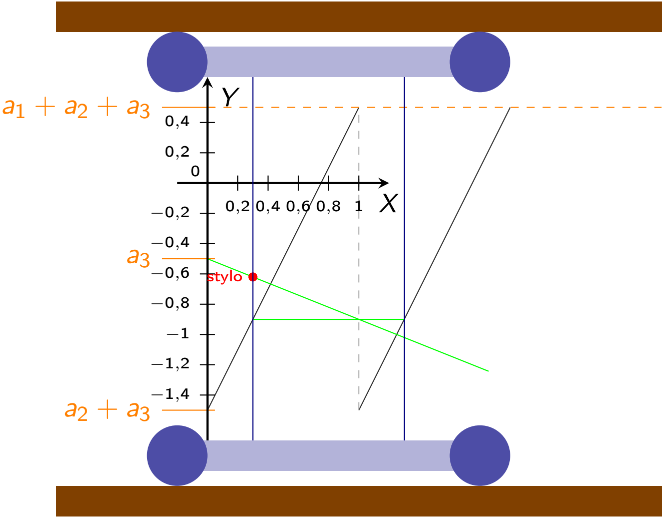
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

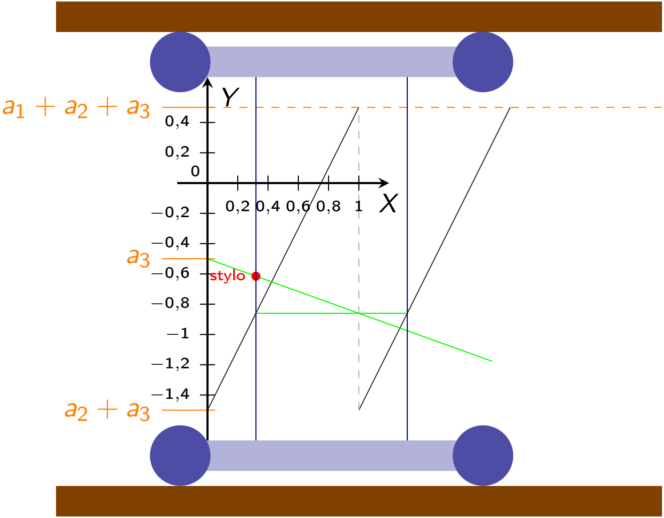
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

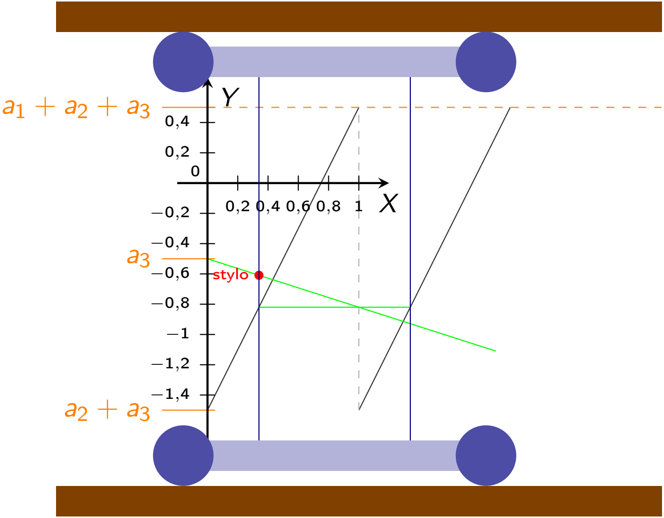
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution
de $x^2 - x - 1 = 0$

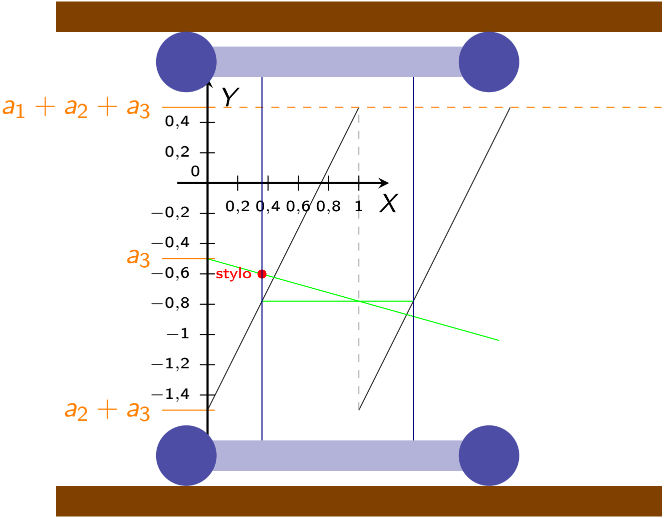
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

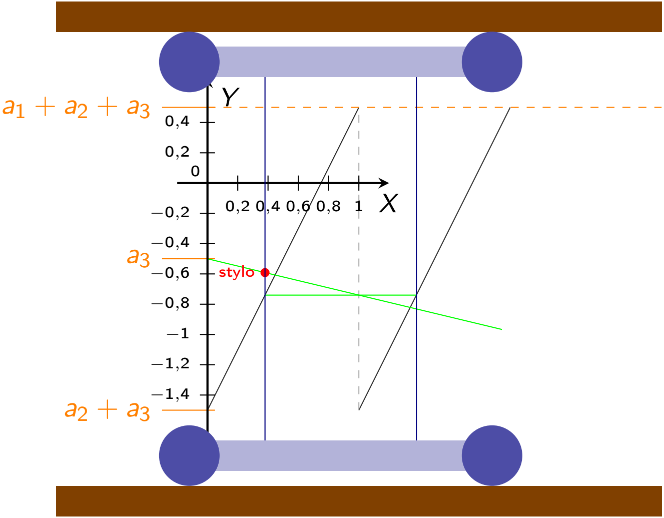
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

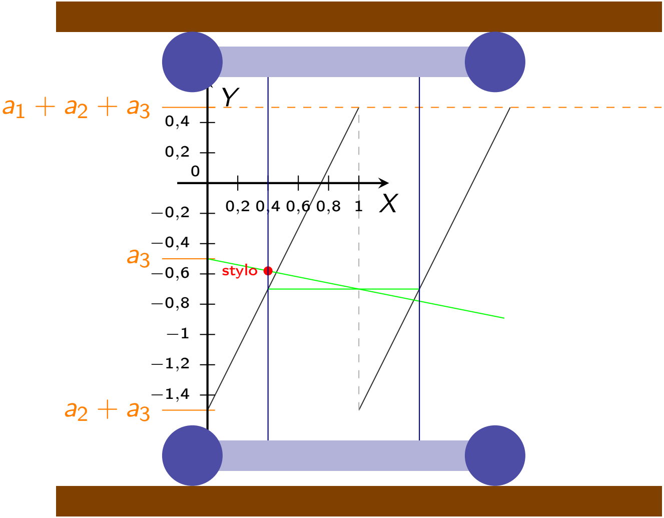
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

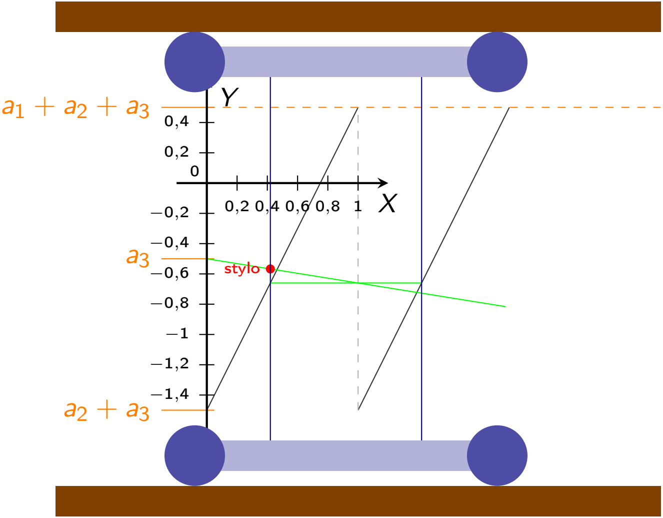
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

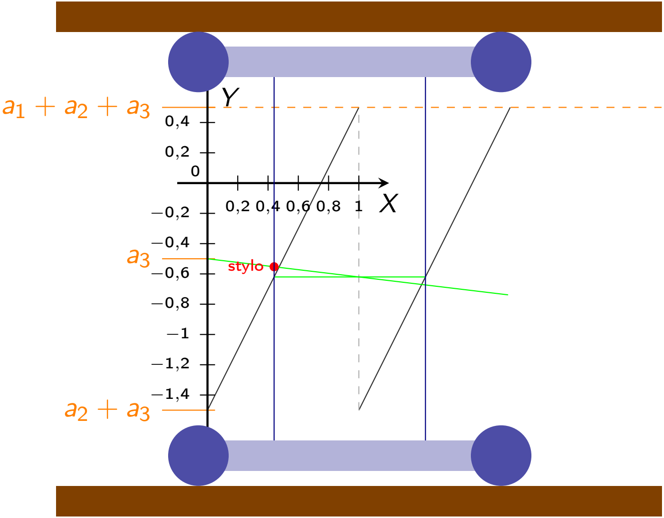
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

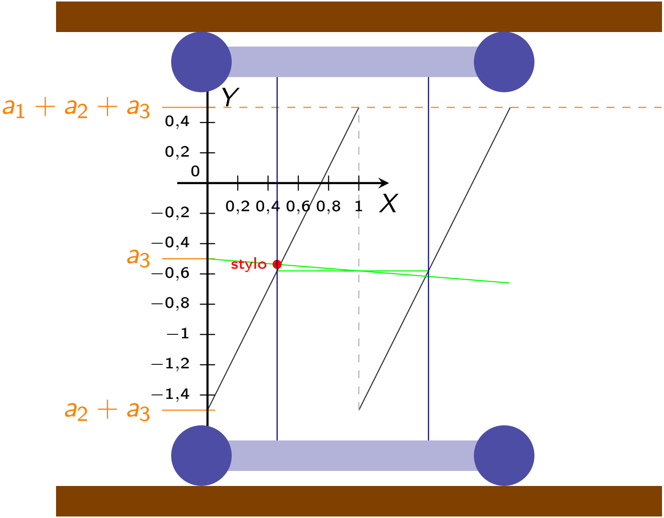
Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



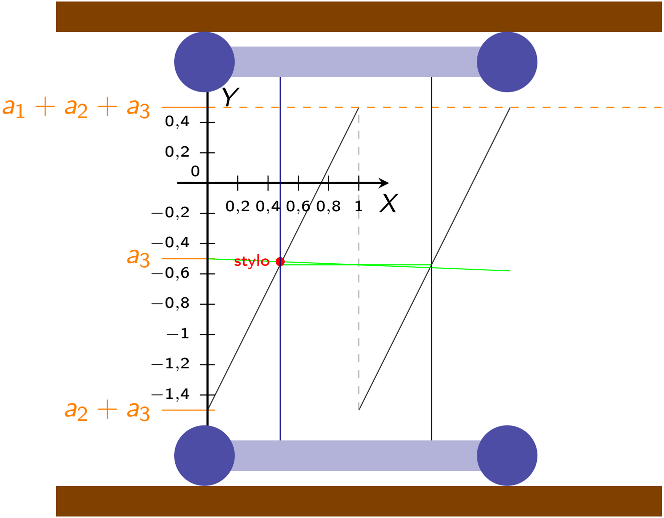
Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

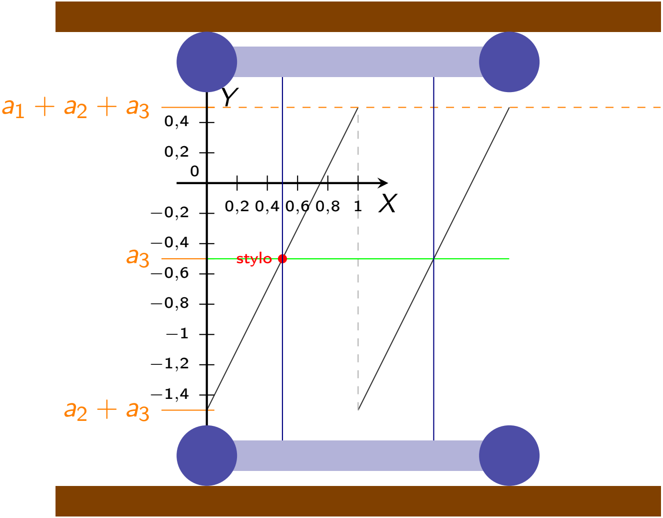
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

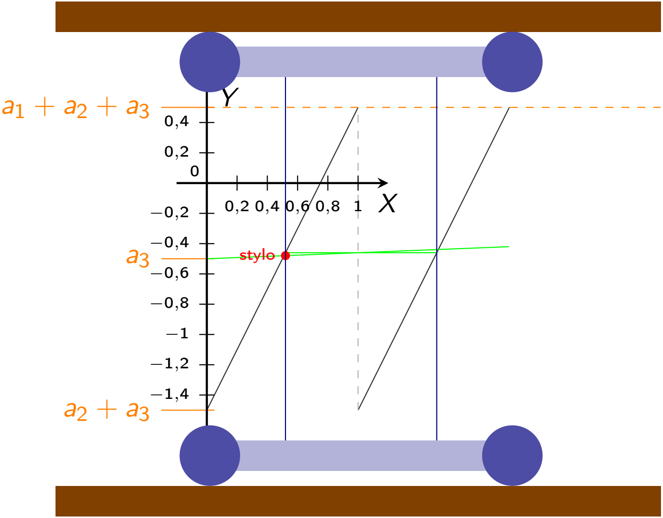
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

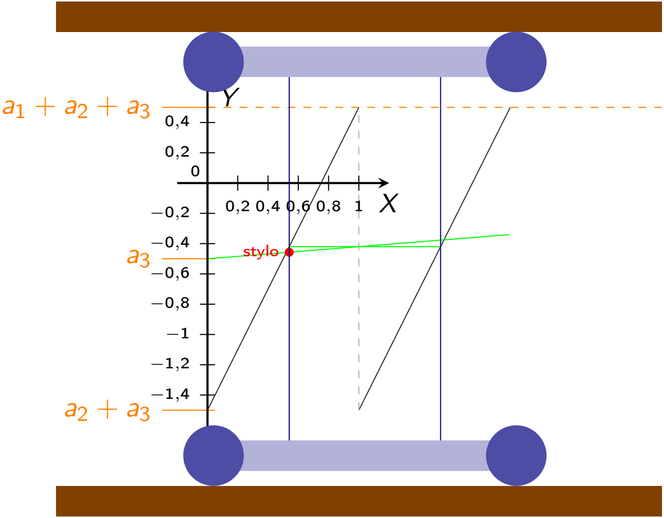
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

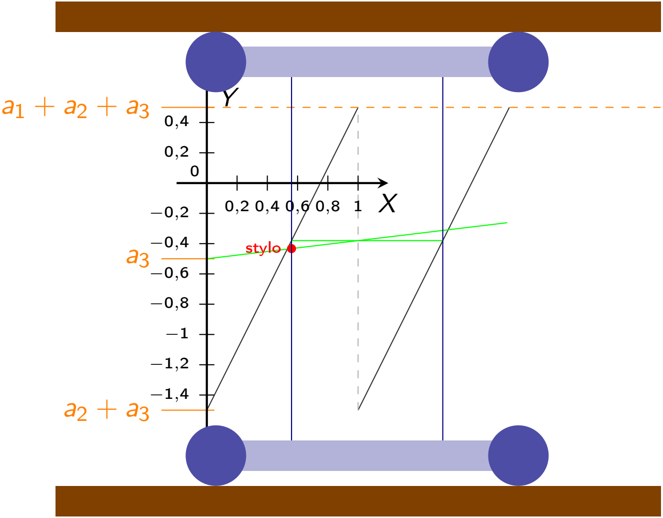
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

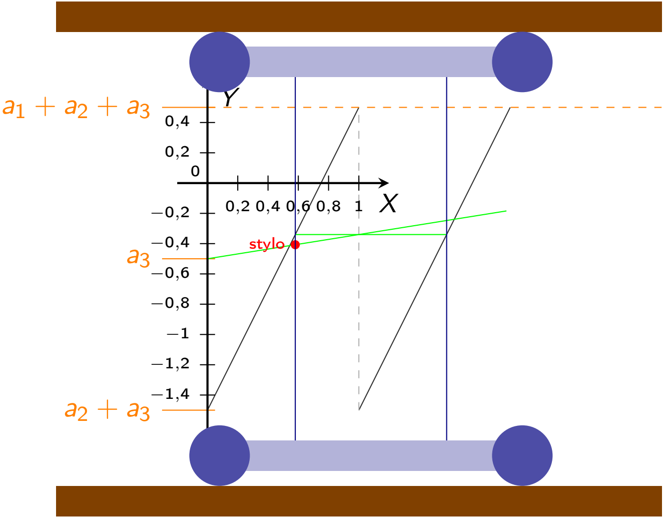
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

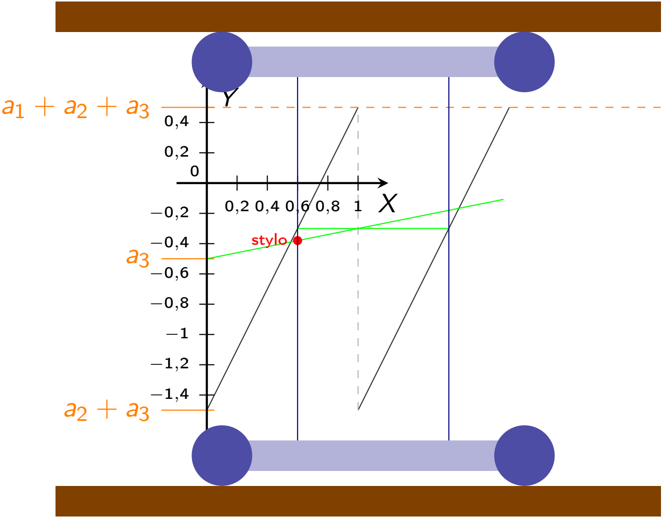
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

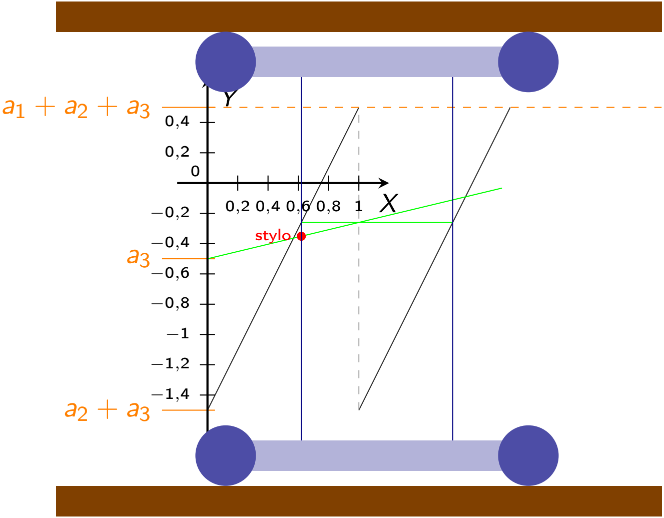
Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



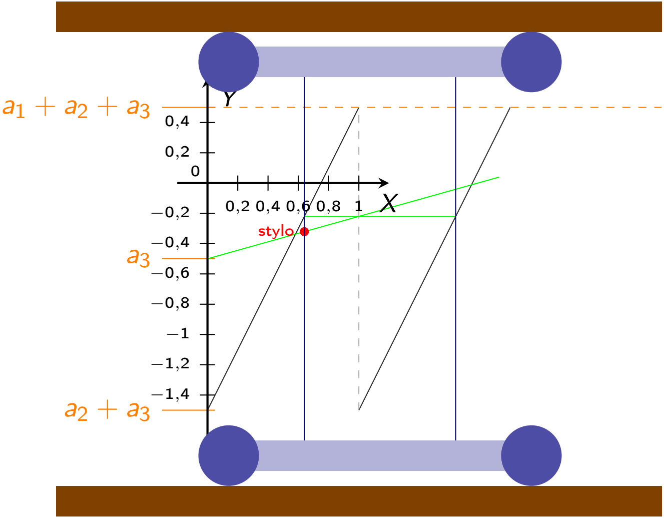
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle [0,1] où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

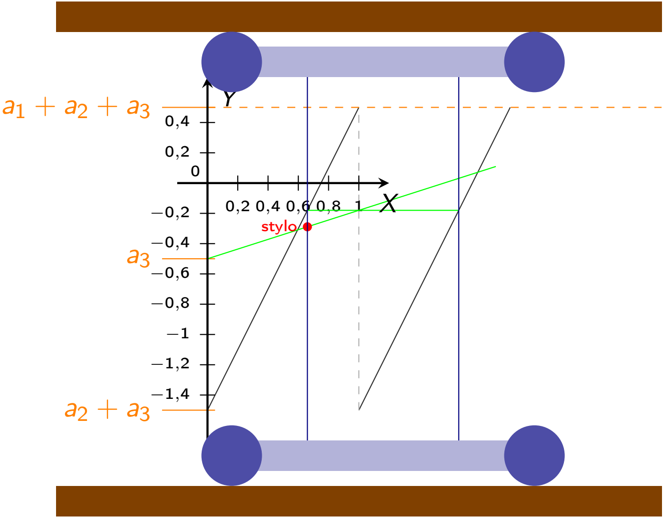
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

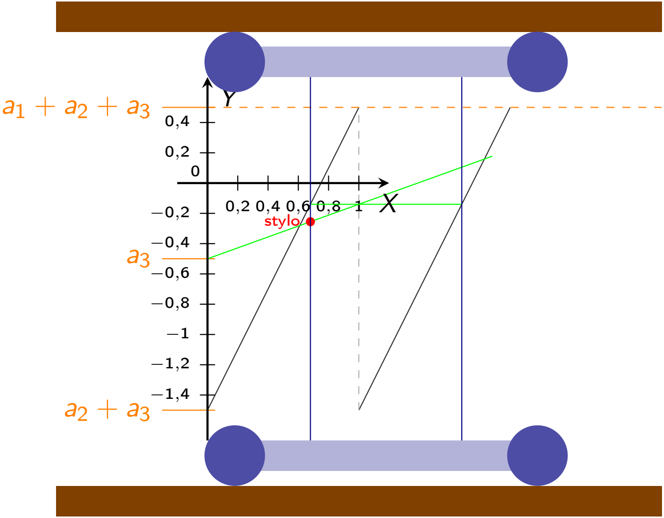
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution
de $x^2 - x - 1 = 0$

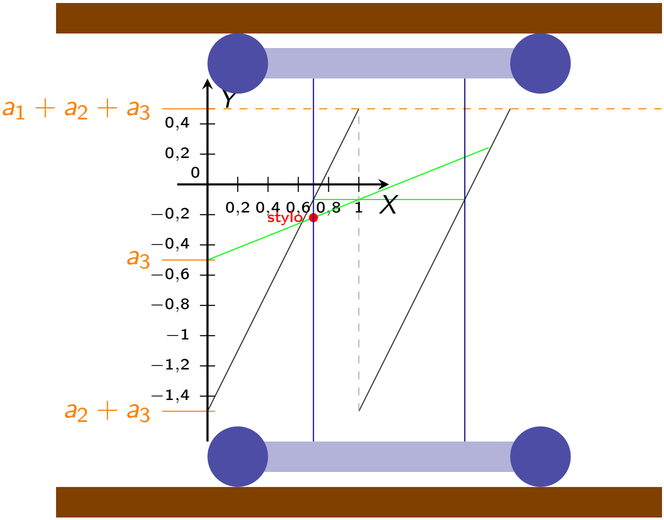
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à
l'intervalle $[0,1]$ où
on considère le
polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

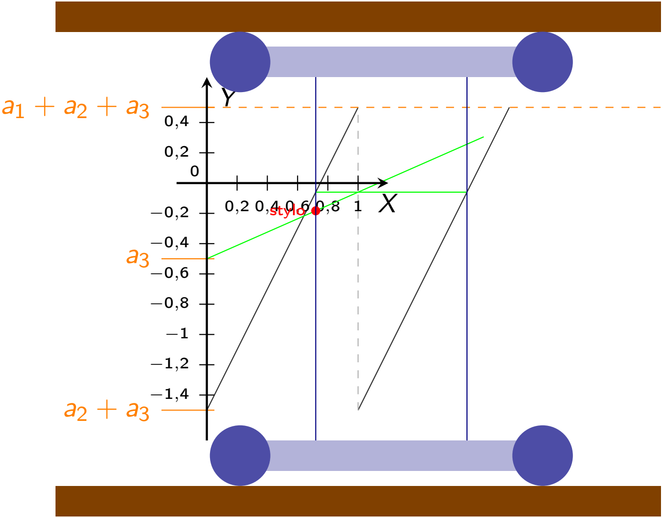
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

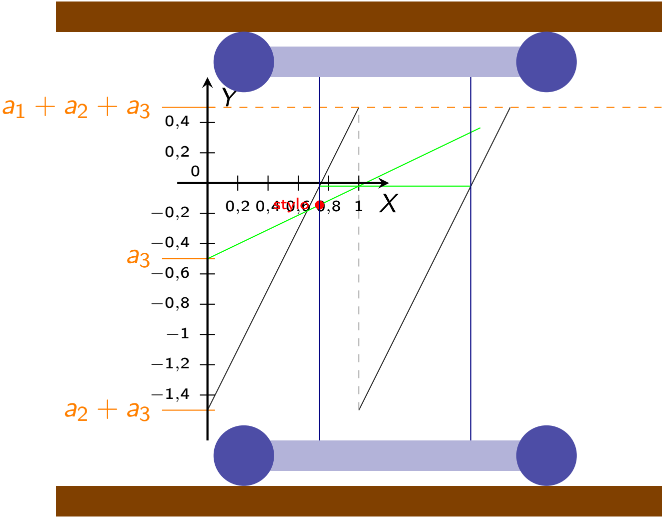
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

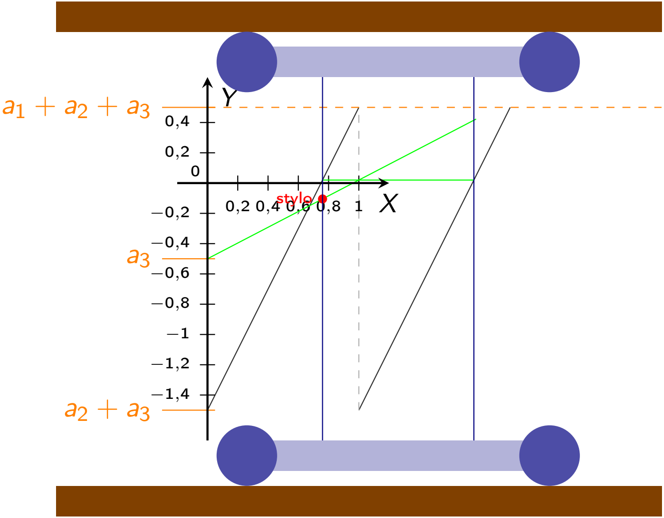
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

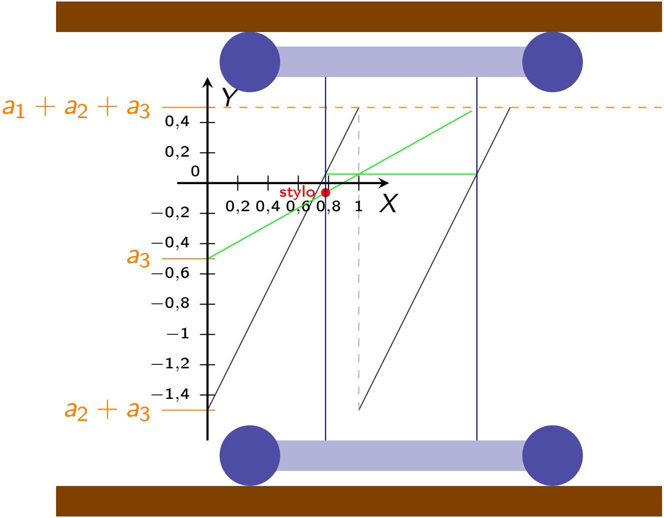
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

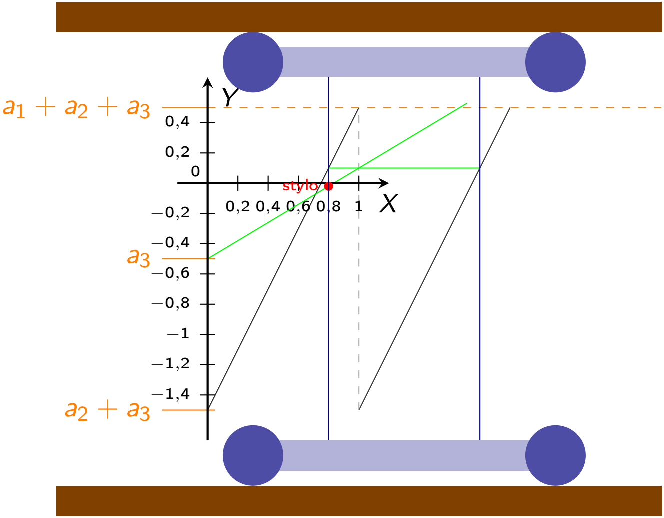
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

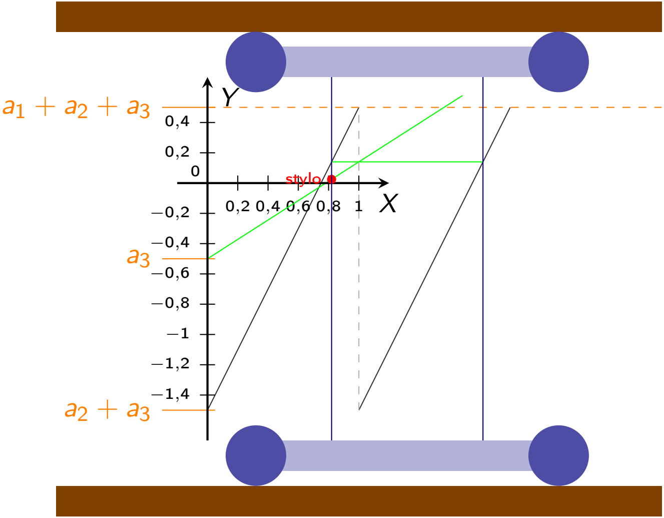
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

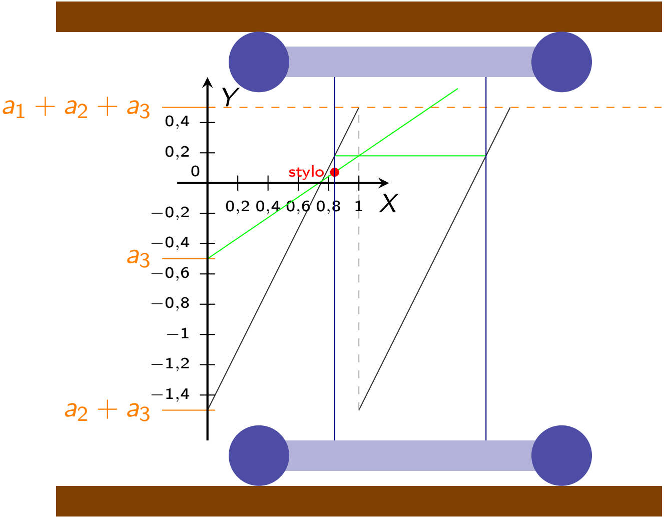
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

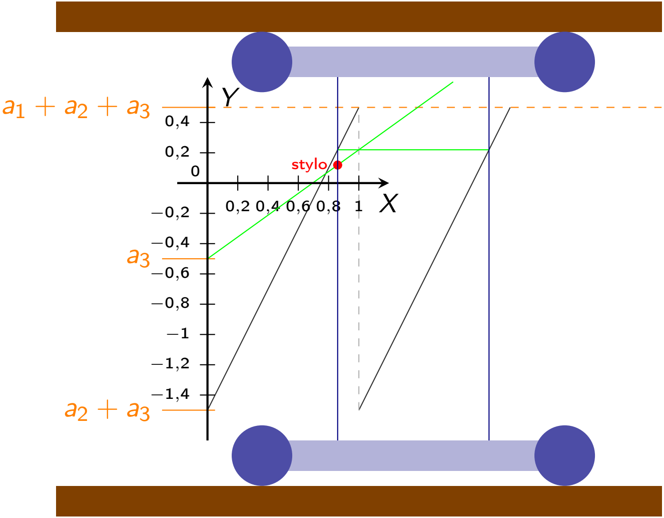
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

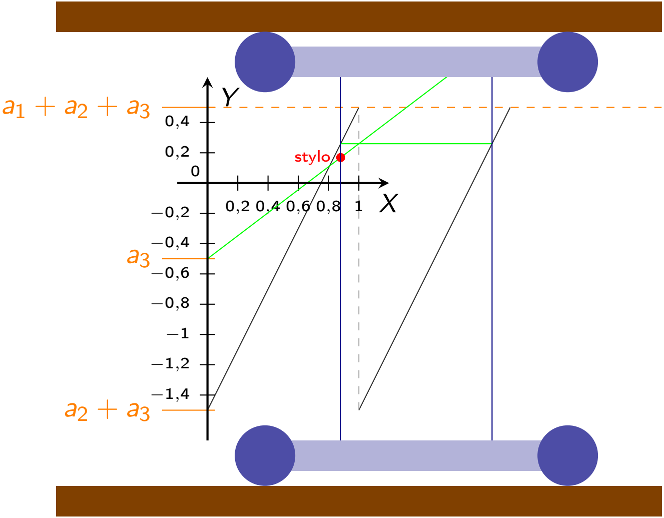
$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

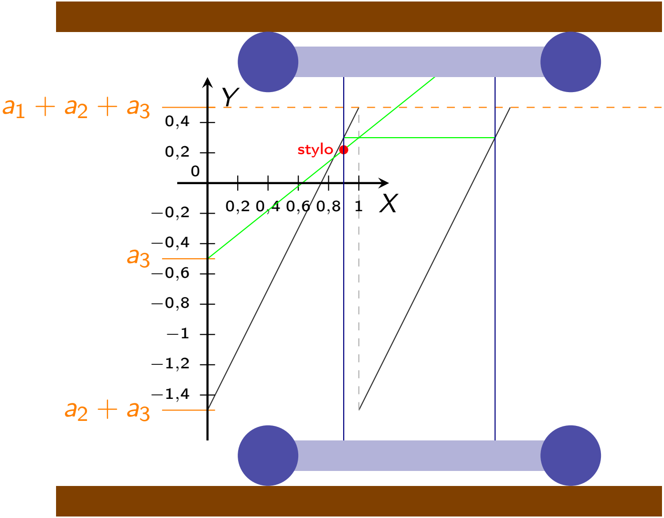
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

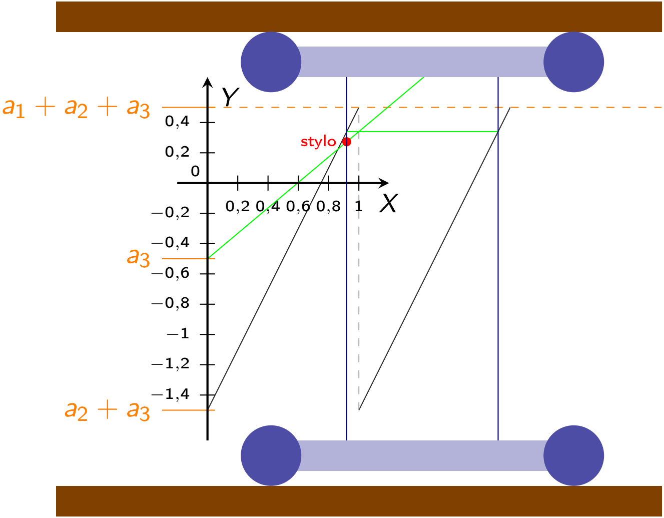
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

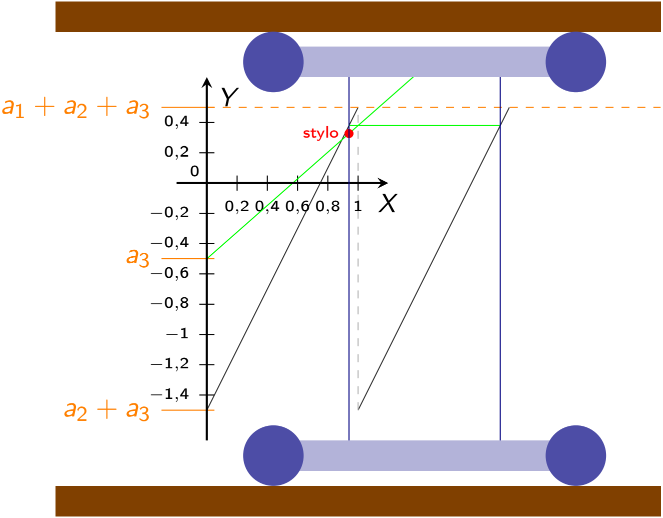
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution
de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0,2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0,1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



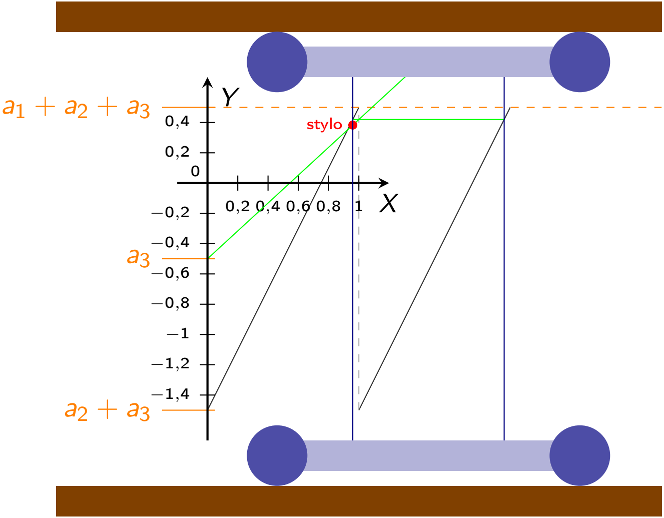
Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

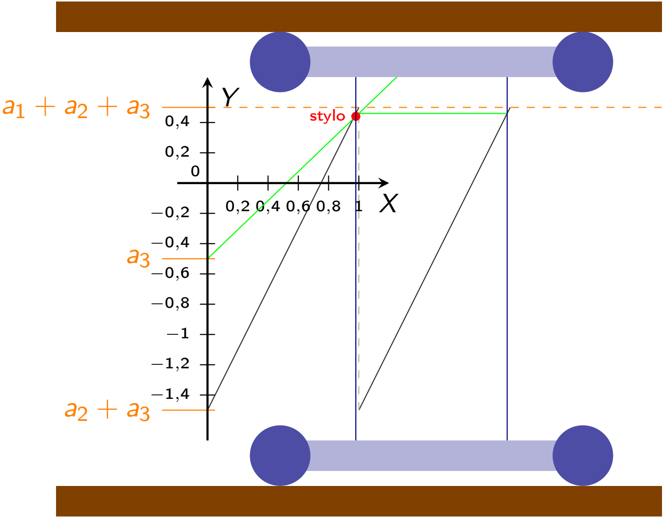
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or
$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

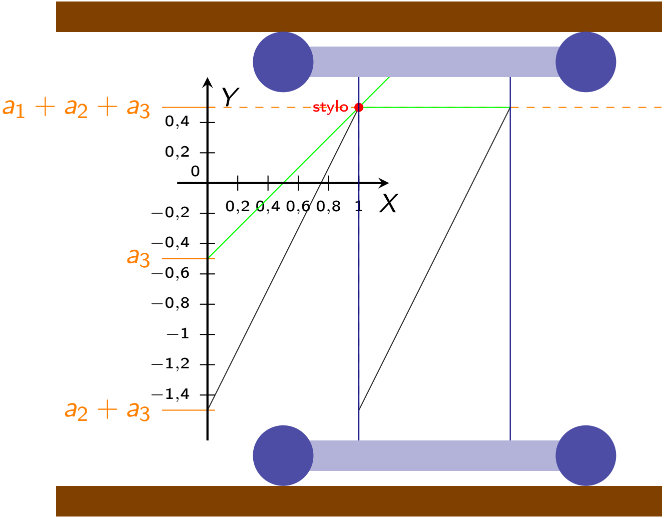
$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme
$2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Machine construite artisanalement

Nombre d'or $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, solution de $x^2 - x - 1 = 0$

$\varphi \in [0{,}2]$,
On se ramène à l'intervalle $[0{,}1]$ où on considère le polynôme $2x^2 - x - \frac{1}{2}$



Au passage

On a vu que la construction utilise la réécriture d'un polynôme

$$a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \cdots + a_n x + a_{n+1}$$

sous la forme

$$(((a_1 x + a_2)x + a_3)x + \ldots a_n)x + a_{n+1}$$

Cette méthode sera plus tard baptisée « méthode de Hörner » (1819), elle présente aussi l'avantage de réduire le nombre d'opérations nécessaires à l'évaluation du polynome :
au lieu de $\frac{n(n+1)}{2}$ multiplications et n additions
elle permet de se contenter de n multiplications et n additions.

Au passage

On a vu que la construction utilise la réécriture d'un polynôme

$$a_1x^n + a_2x^{n-1} + \cdots + a_nx + a_{n+1}$$

sous la forme

$$(((a_1x + a_2)x + a_3)x + \ldots a_n)x + a_{n+1}$$

Cette méthode sera plus tard baptisée « méthode de Hörner » (1819), elle présente aussi l'avantage de réduire le nombre d'opérations nécessaires à l'évaluation du polynome :
au lieu de $\frac{n(n+1)}{2}$ multiplications et n additions
elle permet de se contenter de n multiplications et n additions.

Construction à la règle et au compas

- Les points $O(0;0)$ et $I(1;0)$ sont constructibles.
- On construit d'autres points comme intersections cercle(s) ou droite(s) basés sur les points déjà construits.
  - La règle est non graduée et ne sert qu'à tracer des droites passant par deux points déjà construits.
  - Le compas permet de tracer des cercles centrés en les points construits et dont les rayons sont des distances entre deux points déjà construits.
- Les points ainsi construits sont dites *constructibles*.
- Les coordonnées de ces points sont les *nombres constructibles*.

Construction à la règle et au compas

- Les points $O(0;0)$ et $I(1;0)$ sont constructibles.
- On construit d'autres points comme intersections cercle(s) ou droite(s) basés sur les points déjà construits.
  - La règle est non graduée et ne sert qu'à tracer des droites passant par deux points déjà construits.
  - Le compas permet de tracer des cercles centrés en les points construits et dont les rayons sont des distances entre deux points déjà construits.
- Les points ainsi construits sont dites *constructibles*.
- Les coordonnées de ces points sont les *nombres constructibles*.

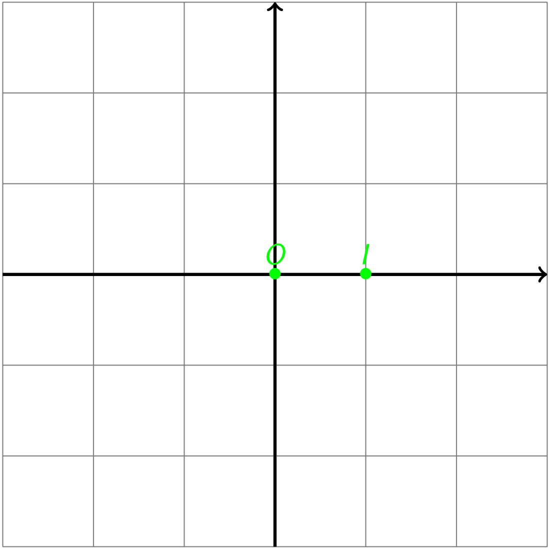
Construction à la règle et au compas

- Les points $O(0;0)$ et $I(1;0)$ sont constructibles.
- On construit d'autres points comme intersections cercle(s) ou droite(s) basés sur les points déjà construits.
  - La règle est non graduée et ne sert qu'à tracer des droites passant par deux points déjà construits.
  - Le compas permet de tracer des cercles centrés en les points construits et dont les rayons sont des distances entre deux points déjà construits.
- Les points ainsi construits sont dites *constructibles*.
- Les coordonnées de ces points sont les *nombres constructibles*.

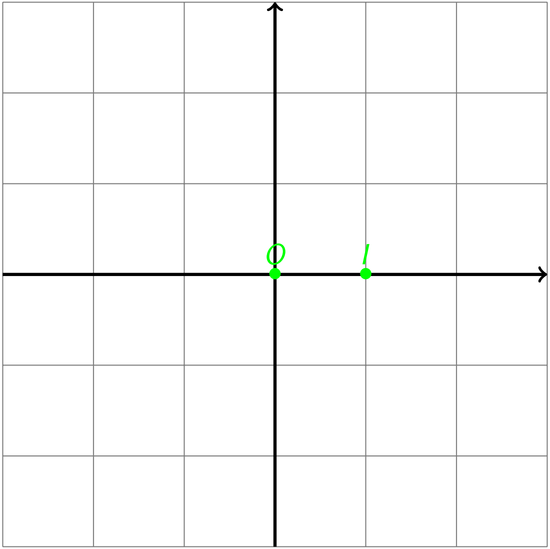
Construction à la règle et au compas

- Les points $O(0;0)$ et $I(1;0)$ sont constructibles.
- On construit d'autres points comme intersections cercle(s) ou droite(s) basés sur les points déjà construits.
  - La règle est non graduée et ne sert qu'à tracer des droites passant par deux points déjà construits.
  - Le compas permet de tracer des cercles centrés en les points construits et dont les rayons sont des distances entre deux points déjà construits.
- Les points ainsi construits sont dites *constructibles*.
- Les coordonnées de ces points sont les *nombres constructibles*.

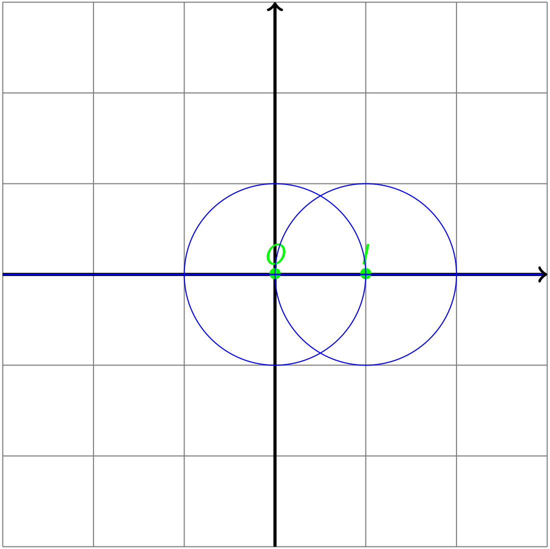
$C_0 = \{O, I\}$



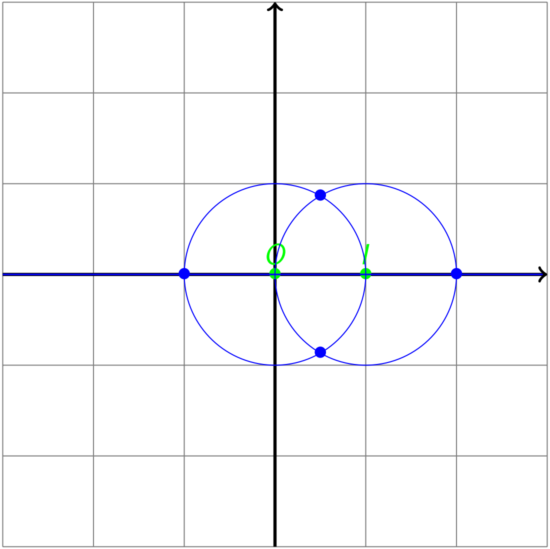
C_1 ?



C_1 ?

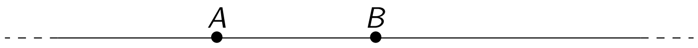


C_1 ?



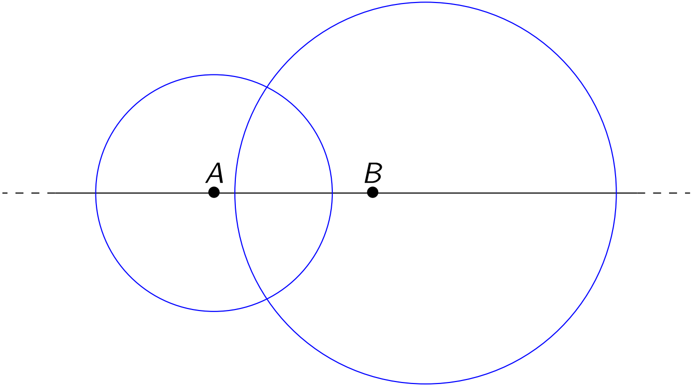
Que peut-on construire avec une règle et un compas ?

- Des droites
- Des cercles
- Des points
- Des perpendiculaires



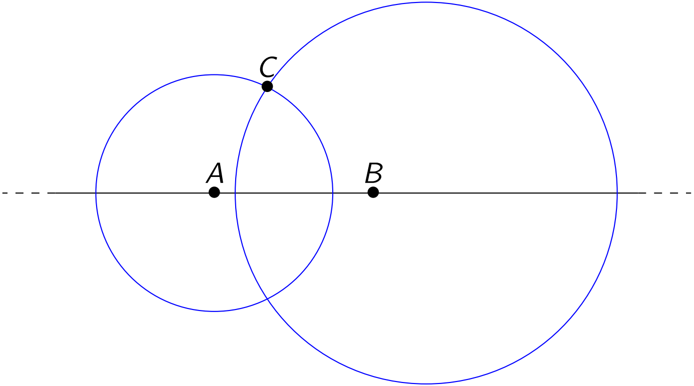
Que peut-on construire avec une règle et un compas ?

- Des droites
- Des cercles
- Des points
- Des perpendiculaires



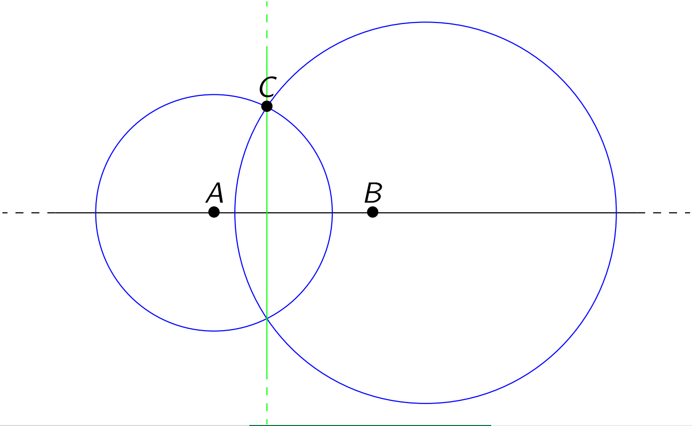
Que peut-on construire avec une règle et un compas ?

- Des droites
- Des cercles
- Des points
- Des perpendiculaires



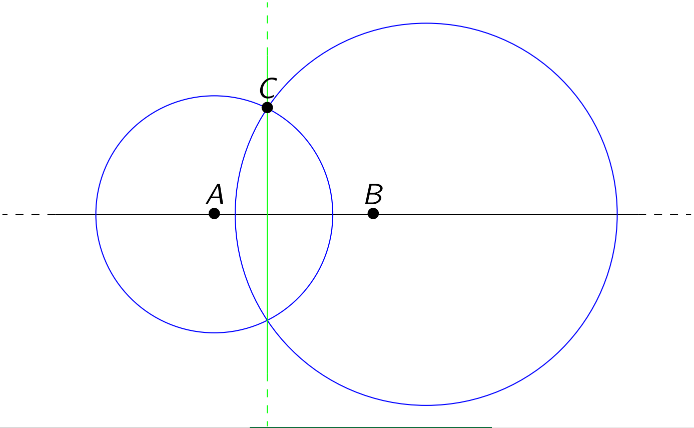
Que peut-on construire avec une règle et un compas ?

- Des droites
- Des cercles
- Des points
- Des perpendiculaires

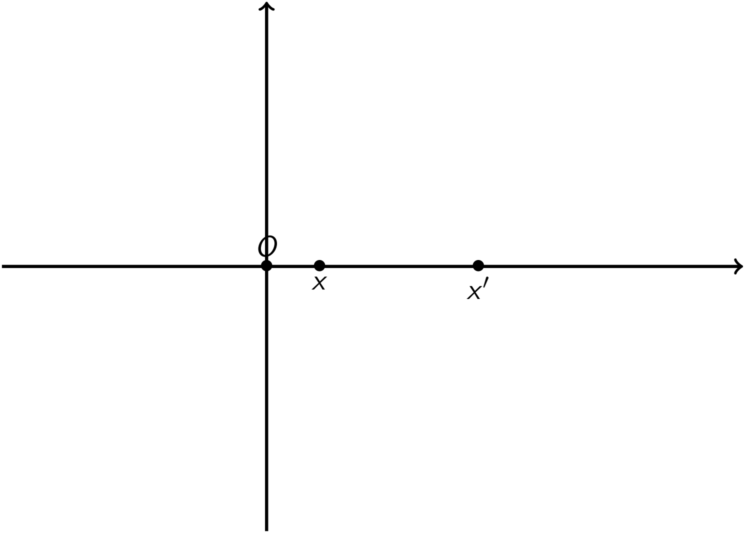


Que peut-on construire avec une règle et un compas ?

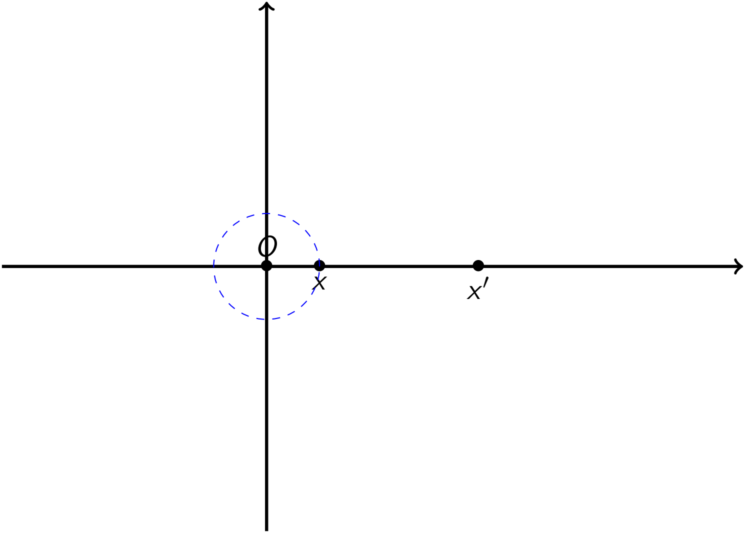
- Des droites
- Des cercles
- Des points
- Des perpendiculaires



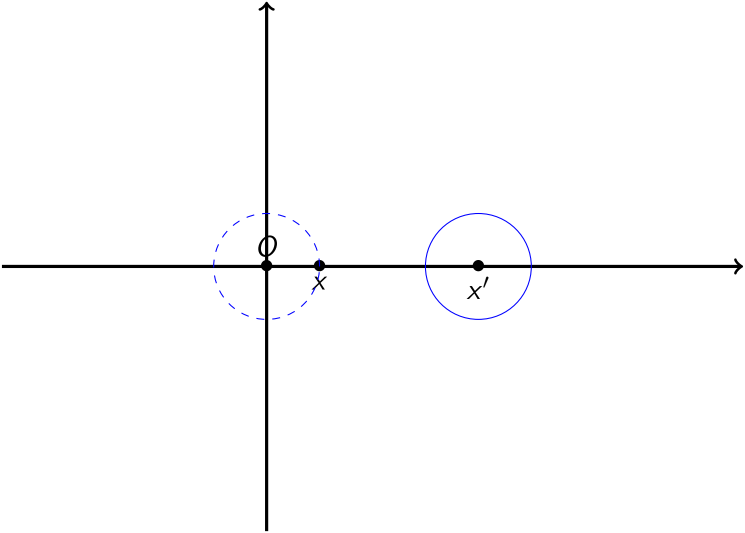
Addition de deux nombres constructibles



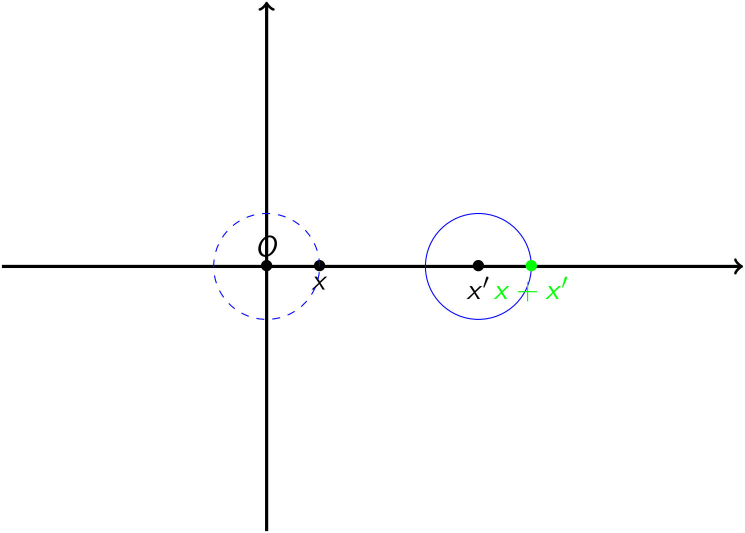
Addition de deux nombres constructibles



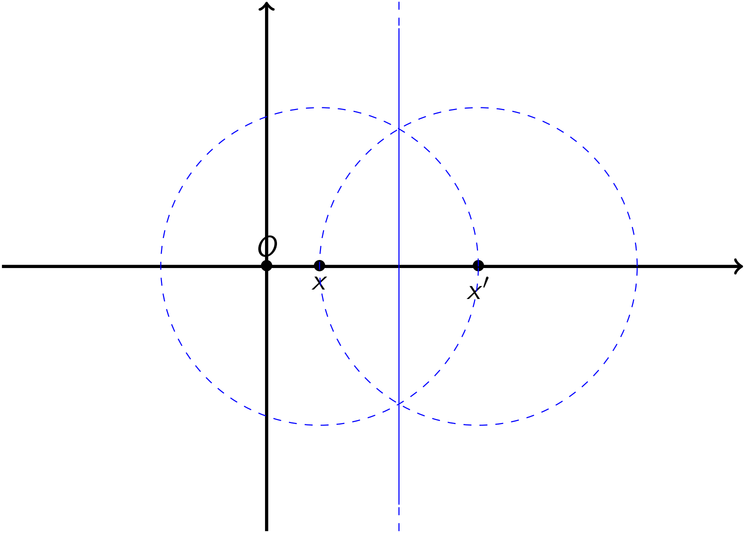
Addition de deux nombres constructibles



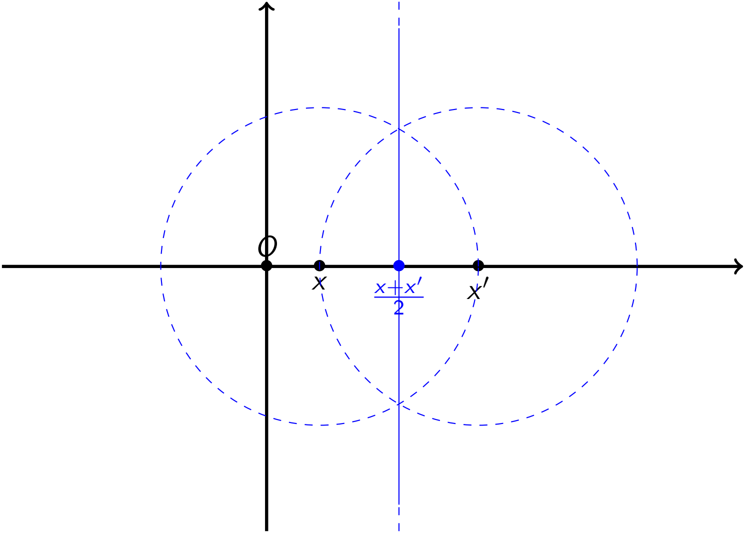
Addition de deux nombres constructibles



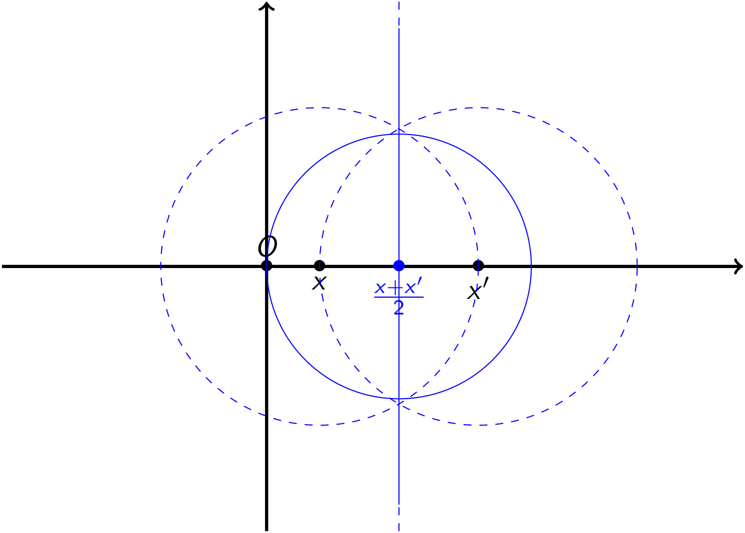
Addition de deux nombres constructibles



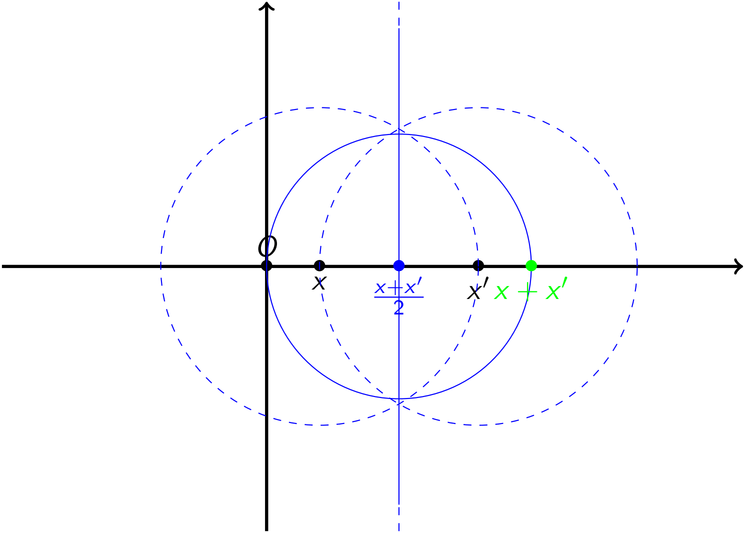
Addition de deux nombres constructibles



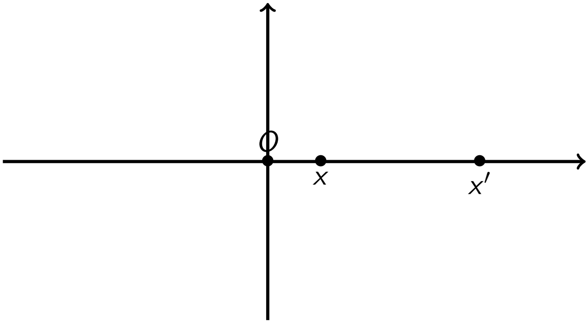
Addition de deux nombres constructibles



Addition de deux nombres constructibles



Différence de deux nombres constructibles

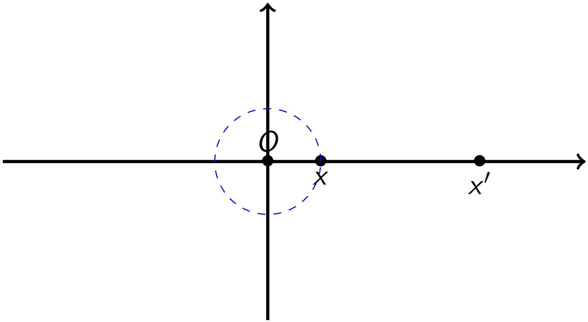


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

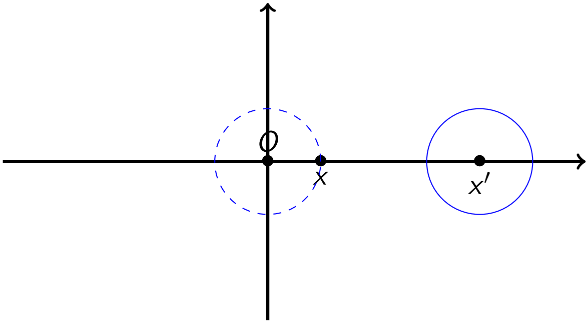


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

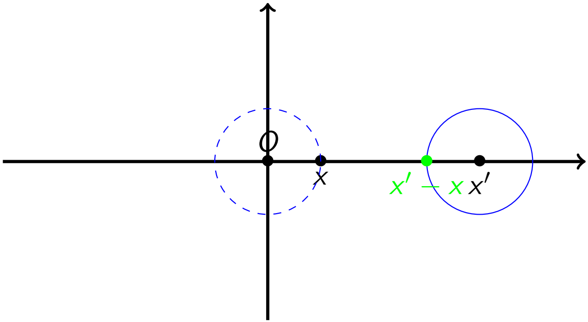


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

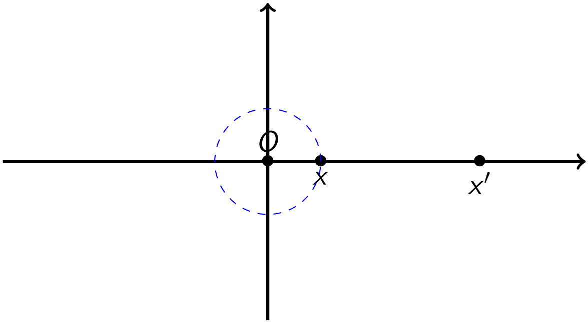


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

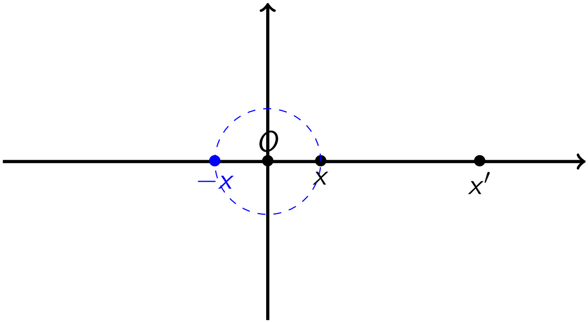


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

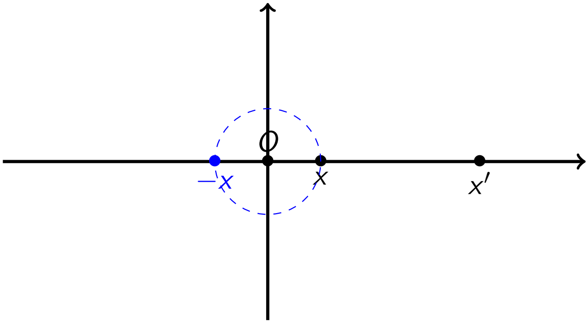


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

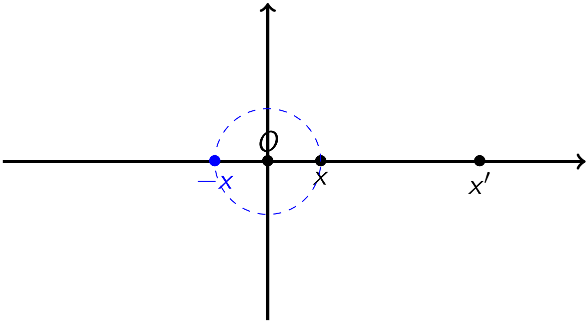


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

Différence de deux nombres constructibles

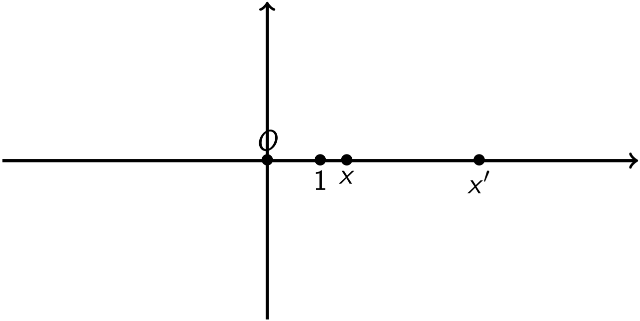


Autre méthode : l'opposé $-x$ d'un nombre constructible est constructible.

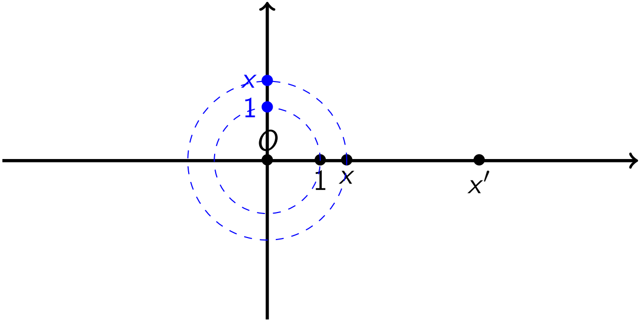
De plus, on sait additionner deux nombres constructibles.

Donc, $x' - x = x' + (-x)$ est constructible.

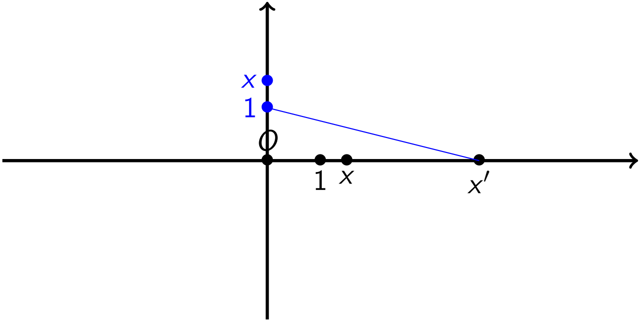
Multiplication de deux nombres constructibles



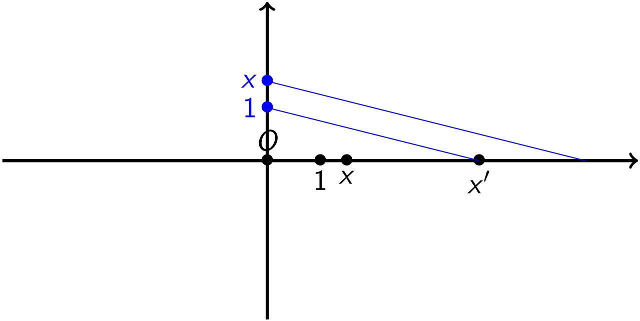
Multiplication de deux nombres constructibles



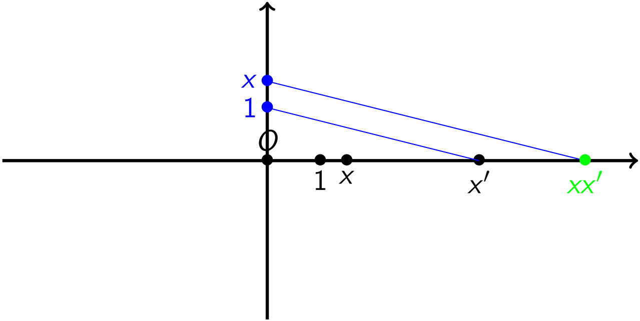
Multiplication de deux nombres constructibles



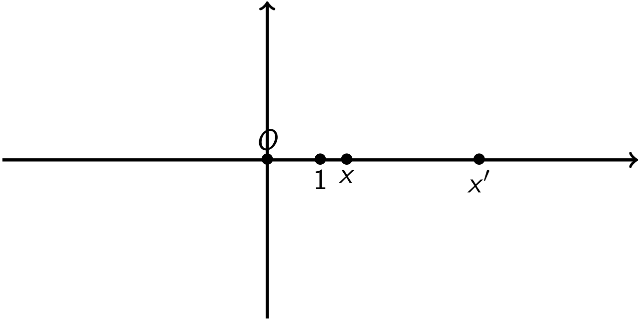
Multiplication de deux nombres constructibles



Multiplication de deux nombres constructibles

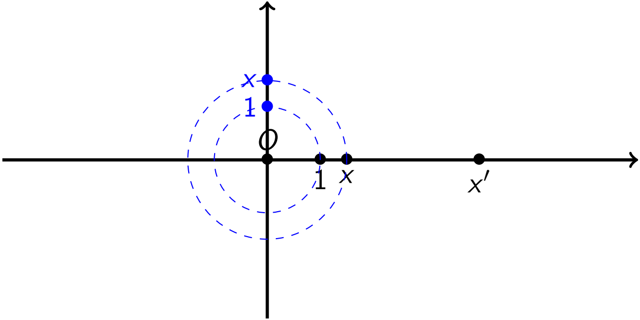


Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



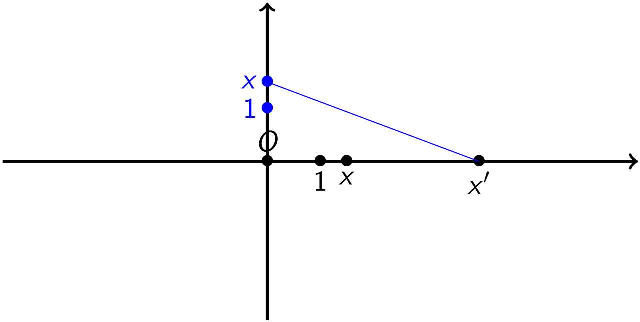
En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



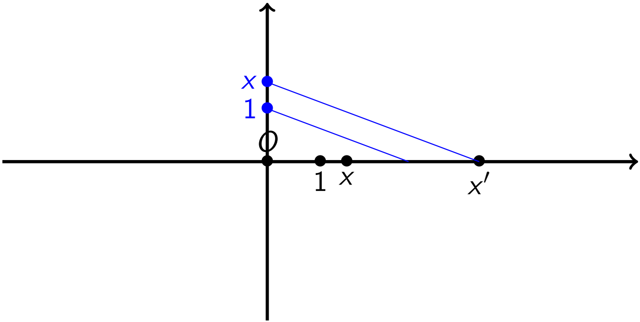
En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



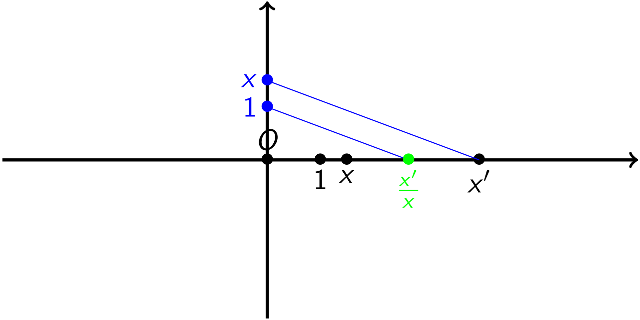
En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



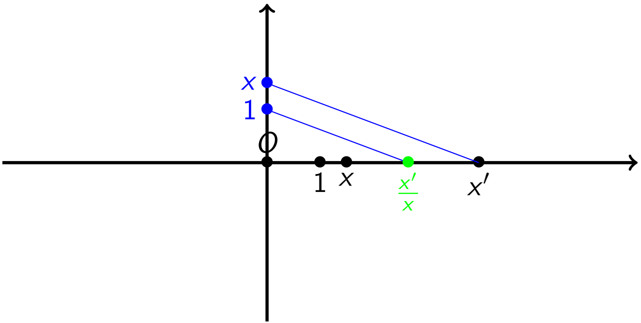
En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quotient de deux nombres constructibles $\frac{x'}{x}, x \neq 0$



En particulier, l'inverse d'un nombre constructible (non nul) est constructible.

Quelques ensembles de nombres constructibles

- $\mathbb{N}$: l'ensemble des entiers naturels
- $\mathbb{Z}$: l'ensemble des entiers relatifs
- $\mathbb{Q}$: l'ensemble des rationnels

Quelques ensembles de nombres constructibles

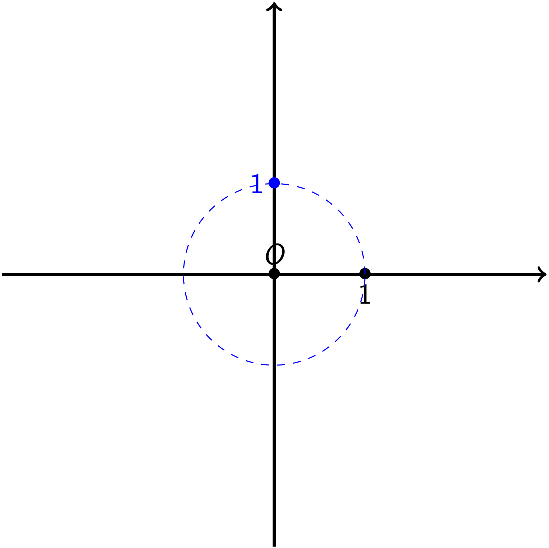
- $\mathbb{N}$: l'ensemble des entiers naturels
- $\mathbb{Z}$: l'ensemble des entiers relatifs
- $\mathbb{Q}$: l'ensemble des rationnels

Quelques ensembles de nombres constructibles

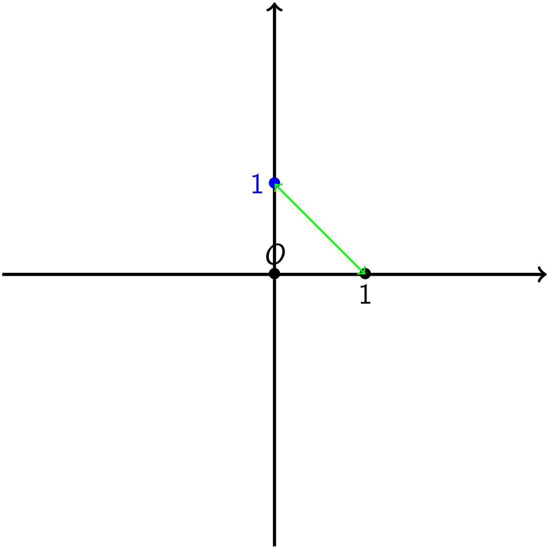
- $\mathbb{N}$: l'ensemble des entiers naturels
- $\mathbb{Z}$: l'ensemble des entiers relatifs
- $\mathbb{Q}$: l'ensemble des rationnels

$\sqrt{2}$ est-elle constructible ?

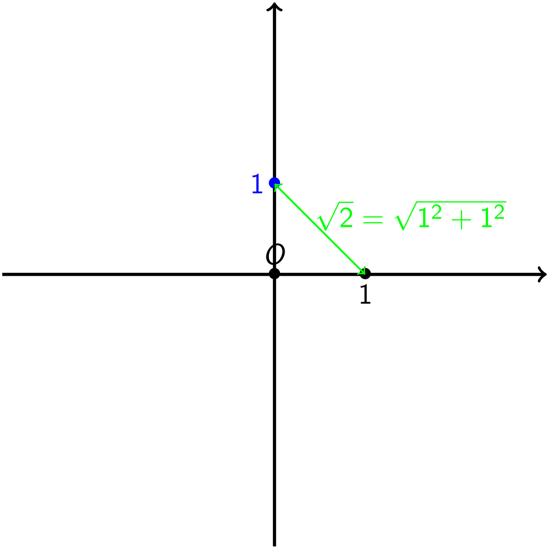
$\sqrt{2}$ est-elle constructible ?



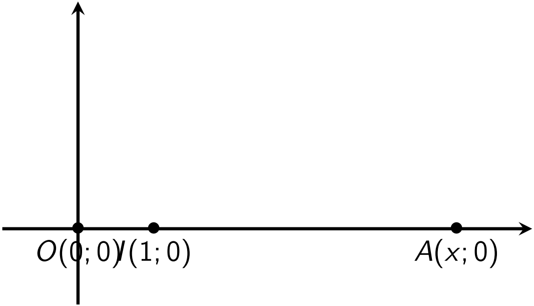
$\sqrt{2}$ est-elle constructible ?



$\sqrt{2}$ est-elle constructible ?



Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



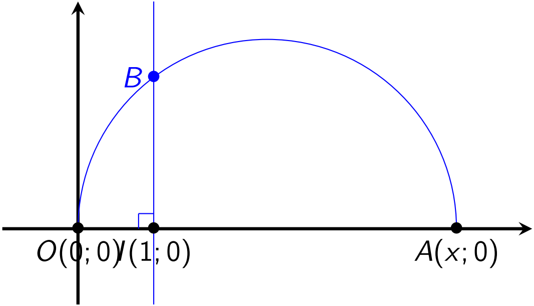
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



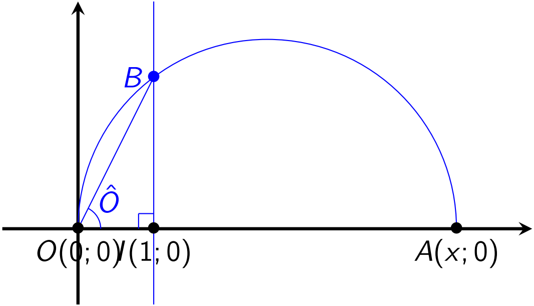
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



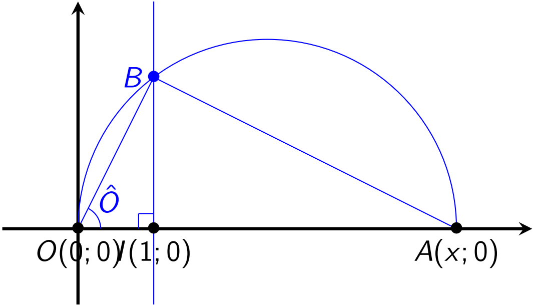
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



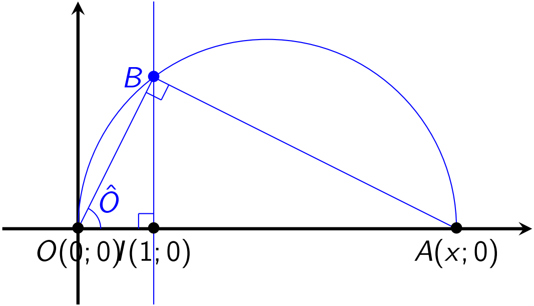
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



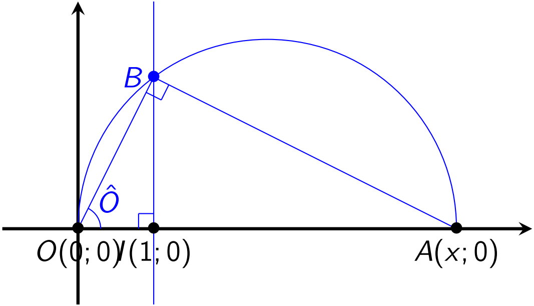
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



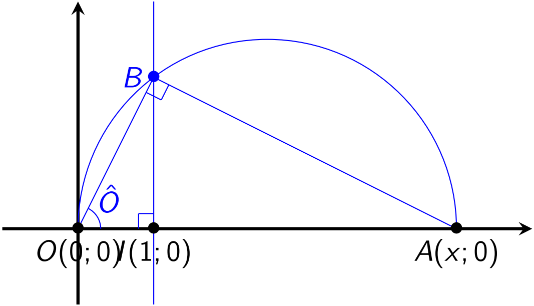
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



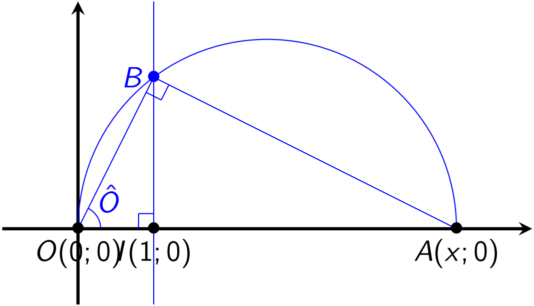
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



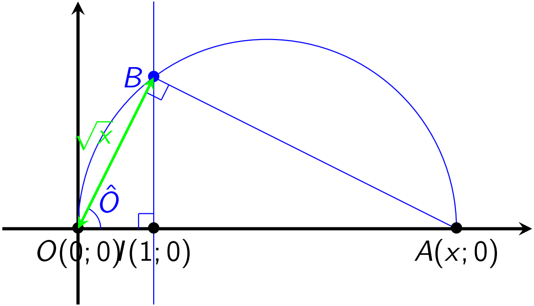
On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Construction de $\sqrt{x}$, $x > 1$ constructible



On a : $\cos(\hat{O}) = \frac{OI}{OB} = \frac{1}{OB}$ et $\cos(\hat{O}) = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{x}$

donc $\frac{1}{OB} = \frac{OB}{x}$

soit $OB^2 = x$

donc $OB = \sqrt{x}$

Constructibilité de $\sqrt{x}$, $x \in]0,1[$ constructible

- Si $x \in]0,1[$ est constructible, alors $\frac{1}{x} > 1$ est constructible (car l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible).
- Ainsi, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ est constructible grâce à la démarche précédente.
- Puisque $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et puisque l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible, $\sqrt{x}$ est constructible.

Constructibilité de $\sqrt{x}$, $x \in]0,1[$ constructible

- Si $x \in]0,1[$ est constructible, alors $\frac{1}{x} > 1$ est constructible (car l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible).
- Ainsi, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ est constructible grâce à la démarche précédente.
- Puisque $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et puisque l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible, $\sqrt{x}$ est constructible.

Constructibilité de $\sqrt{x}$, $x \in]0,1[$ constructible

- Si $x \in]0,1[$ est constructible, alors $\frac{1}{x} > 1$ est constructible (car l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible).

- Ainsi, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ est constructible grâce à la démarche précédente.

- Puisque $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et puisque l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible, $\sqrt{x}$ est constructible.

Constructibilité de $\sqrt{x}$, $x \in]0,1[$ constructible

- Si $x \in]0,1[$ est constructible, alors $\frac{1}{x} > 1$ est constructible (car l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible).

- Ainsi, $\sqrt{\frac{1}{x}}$ est constructible grâce à la démarche précédente.

- Puisque $\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$ et puisque l'inverse d'un nombre constructible non nul est constructible, $\sqrt{x}$ est constructible.

Duplication du cube : $\sqrt[3]{2}$ est-elle constructible ?

Duplication du cube : $\sqrt[3]{2}$ est-elle constructible ?

Les trois grands problèmes de l'Antiquité :

- Duplication du cube
- Trisection de l'angle
- Quadrature du cercle

Duplication du cube : $\sqrt[3]{2}$ est-elle constructible ?

Les trois grands problèmes de l'Antiquité :

- Duplication du cube
- Trisection de l'angle
- Quadrature du cercle

Duplication du cube : $\sqrt[3]{2}$ est-elle constructible ?

Les trois grands problèmes de l'Antiquité :

- Duplication du cube
- Trisection de l'angle
- Quadrature du cercle

Duplication du cube : $\sqrt[3]{2}$ est-elle constructible ?

Les trois grands problèmes de l'Antiquité :

- Duplication du cube
- Trisection de l'angle
- Quadrature du cercle

Théorème de Wantzel (1837) et quelques conséquences

Théorème

Le nombre réel x est constructible si et seulement s'il existe une suite finie de corps L_i telle que

1. $L_0 = \mathbb{Q}$;
2. L_{i+1} est une extension quadratique de L_i pour $0 \leq i \leq n-1$;
3. le réel x appartient à L_n.

Corollaire

Pour qu'un nombre soit constructible, il est nécessaire que le degré du polynôme de plus petit degré parmi tous les polynômes à coefficients dans $\mathbb{Q}$ s'annulant en x (polynôme minimal sur $\mathbb{Q}$ de x) soit une puissance de 2.

$\sqrt[3]{2}$ n'est pas constructible.

Théorème de Wantzel (1837) et quelques conséquences

Théorème

Le nombre réel x est constructible si et seulement s'il existe une suite finie de corps L_i telle que

1. $L_0 = \mathbb{Q}$;
2. L_{i+1} est une extension quadratique de L_i pour $0 \leq i \leq n-1$;
3. le réel x appartient à L_n.

Corollaire

Pour qu'un nombre soit constructible, il est nécessaire que le degré du polynôme de plus petit degré parmi tous les polynômes à coefficients dans $\mathbb{Q}$ s'annulant en x (polynôme minimal sur $\mathbb{Q}$ de x) soit une puissance de 2.

$\sqrt[3]{2}$ n'est pas constructible.

Théorème de Wantzel (1837) et quelques conséquences

Théorème

Le nombre réel x est constructible si et seulement s'il existe une suite finie de corps L_i telle que

1. $L_0 = \mathbb{Q}$;
2. L_{i+1} est une extension quadratique de L_i pour $0 \leq i \leq n-1$;
3. le réel x appartient à L_n.

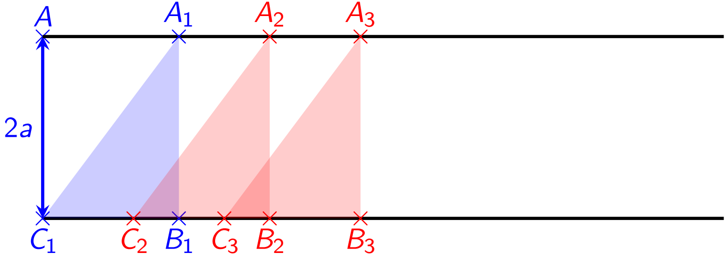
Corollaire

Pour qu'un nombre soit constructible, il est nécessaire que le degré du polynôme de plus petit degré parmi tous les polynômes à coefficients dans $\mathbb{Q}$ s'annulant en x (polynôme minimal sur $\mathbb{Q}$ de x) soit une puissance de 2.

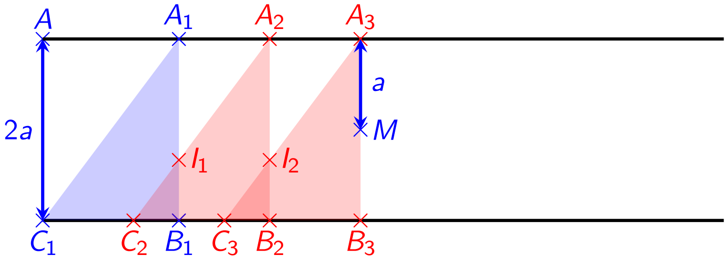
$\sqrt[3]{2}$ n'est pas constructible.

Mésolabe d'Eratosthene

Alternative au « constructeur d'équation » dans le cas de $\sqrt[3]{2}$



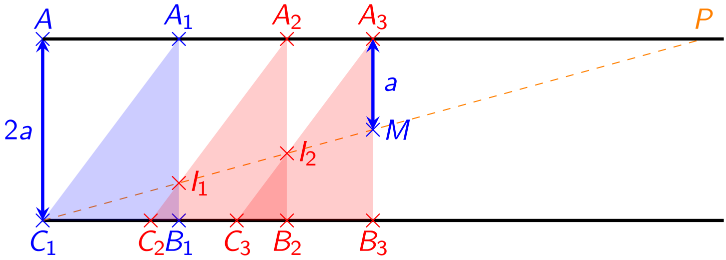
$A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$ sont superposables ; $A_1B_1C_1$ est fixe.



$A_1B_1C_1$,$A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$ sont superposables ; $A_1B_1C_1$ est fixe.
On déplace les triangles rouges pour aligner C_1,I_1,I_2 et M.

Mésolabe d'Eratosthene

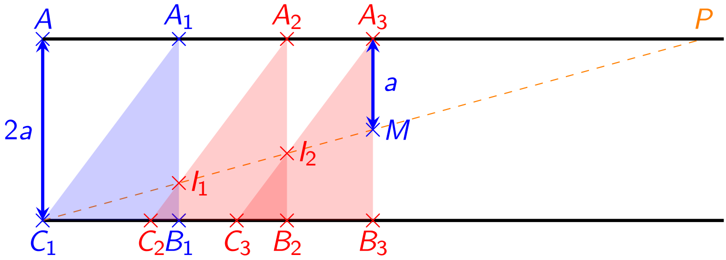
Alternative au « constructeur d'équation » dans le cas de $\sqrt[3]{2}$



$A_1B_1C_1$,$A_2B_2C_2$ et $A_3B_3C_3$ sont superposables ; $A_1B_1C_1$ est fixe.
On déplace les triangles rouges pour aligner C_1,I_1,I_2 et M.

Mésolabe d'Eratosthene

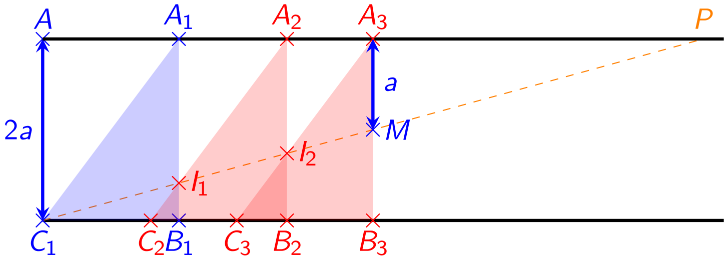
Alternative au « constructeur d'équation » dans le cas de $\sqrt[3]{2}$



On observe que $\quad \frac{A_2 I_2}{A_3 M} = \frac{PA_2}{PA_3} = \frac{PI_1}{PI_2} = \frac{A_1 I_1}{A_2 I_2} = \frac{PA_1}{PA_2} = \frac{PC_1}{PI_1} = \frac{AC_1}{A_1 I_1}$

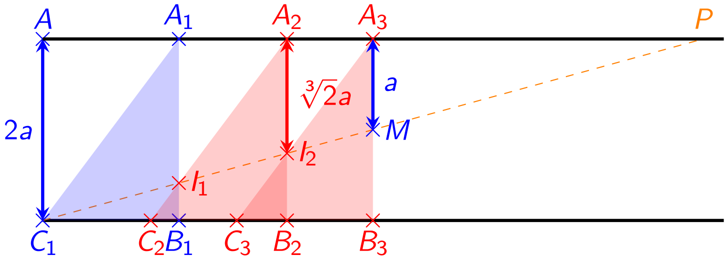
Mésolabe d'Eratosthene

Alternative au « constructeur d'équation » dans le cas de $\sqrt[3]{2}$



On observe que $$\frac{A_2 I_2}{A_3 M} = \frac{PA_2}{PA_3} = \frac{PI_1}{PI_2} = \frac{A_1 I_1}{A_2 I_2} = \frac{PA_1}{PA_2} = \frac{PC_1}{PI_1} = \frac{AC_1}{A_1 I_1}$$

et donc $$\left(\frac{A_2 I_2}{A_3 M}\right)^3 = \frac{A_2 I_2}{A_3 M}\frac{A_1 I_1}{A_2 I_2}\frac{AC_1}{A_1 I_1} = \frac{AC_1}{A_3 M} = 2.$$



On observe que $$\frac{A_2I_2}{A_3M} = \frac{PA_2}{PA_3} = \frac{PI_1}{PI_2} = \frac{A_1I_1}{A_2I_2} = \frac{PA_1}{PA_2} = \frac{PC_1}{PI_1} = \frac{AC_1}{A_1I_1}$$

et donc $$\left(\frac{A_2I_2}{A_3M}\right)^3 = \frac{A_2I_2}{A_3M}\frac{A_1I_1}{A_2I_2}\frac{AC_1}{A_1I_1} = \frac{AC_1}{A_3M} = 2.$$

On réalise ainsi la duplication du cube et la construction de $\sqrt[3]{2}$