

# Paradoxe de Zénon.

Sébastien Laurent



UNION EUROPEENNE

RÉGION  
BOURGOGNE  
FRANCHE  
COMTE

avec le Fonds européen de développement régional (FEDER)

- 1 Présentation du paradoxe
- 2 Explication mathématique
- 3 Conclusion

# Zénon d'Élée



Fresque réalisée en 1588-1595, attribuée à Bartolomeo Carducci ou Pellegrino Tibaldi

Zénon d'Élée (490-430 avant J.C.)

- Philosophe grec
- Vivant à Élée (sud de l'Italie)
- S'opposait aux pythagoriciens sur la question de la divisibilité du mouvement.
  - A énoncé des paradoxes pour contredire les pythagoriciens.

# Zénon d'Élée



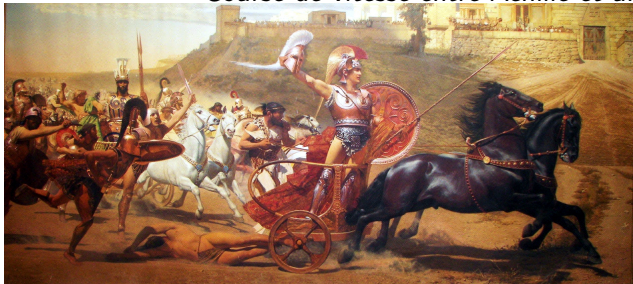
Fresque réalisée en 1588-1595, attribuée à Bartolomeo Carducci ou Pellegrino Tibaldi

Zénon d'Élée (490-430 avant J.C.)

- Philosophe grec
- Vivant à Élée (sud de l'Italie)
- S'opposait aux pythagoriciens sur la question de la divisibilité du mouvement.
  - A énoncé des paradoxes pour contredire les pythagoriciens.

# Paradoxe d'Achille et la tortue

## Course de vitesse entre Achille et une tortue



Achille triomphant exhibe le cadavre d'Hector devant la muraille de Troie  
Franz Matsch, 1892



© CC-BY-SA-3.0  
de Wikimedia Commons

- Pour simplifier, disons qu'Achille est deux fois plus rapide que la tortue.
- Beau joueur, Achille laisse la tortue partir avec un mètre d'avance.
- Zénon « prouve » qu'Achille ne parvient jamais à dépasser la tortue

# Paradoxe d'Achille et la tortue

## Course de vitesse entre Achille et une tortue



Achille triomphant exhibe le cadavre d'Hector devant la muraille de Troie  
Franz Matsch, 1892



© CC-BY-SA-3.0  
de Wikimedia Commons

- Pour simplifier, disons qu'Achille est deux fois plus rapide que la tortue.
- Beau joueur, Achille laisse la tortue partir avec un mètre d'avance.
- Zénon « prouve » qu'Achille ne parvient jamais à dépasser la tortue

# Paradoxe d'Achille et la tortue

## Course de vitesse entre Achille et une tortue



Achille triomphant exhibe le cadavre d'Hector devant la muraille de Troie  
Franz Matsch, 1892

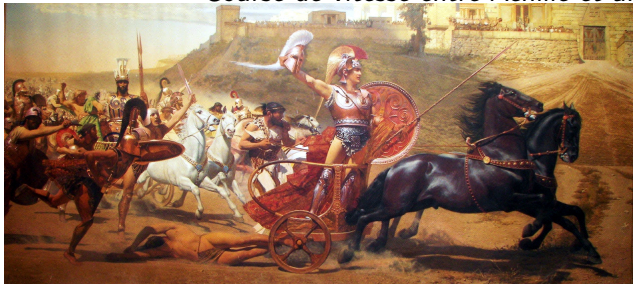


© CC-BY-SA-3.0  
de Wikimedia Commons

- Pour simplifier, disons qu'Achille est deux fois plus rapide que la tortue.
- Beau joueur, Achille laisse la tortue partir avec un mètre d'avance.
- Zénon « prouve » qu'Achille ne parvient jamais à dépasser la tortue

# Paradoxe d'Achille et la tortue

## Course de vitesse entre Achille et une tortue



Achille triomphant exhibe le cadavre d'Hector devant la muraille de Troie  
Franz Matsch, 1892



© CC-BY-SA-3.0  
de Wikimedia Commons

- Pour simplifier, disons qu'Achille est deux fois plus rapide que la tortue.
- Beau joueur, Achille laisse la tortue partir avec un mètre d'avance.
- Zénon « *prouve* » qu'Achille ne parvient jamais à dépasser la tortue

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

①



①

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !



# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

①



①

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

①



①

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

①



①

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !



# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0



0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



0



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

0

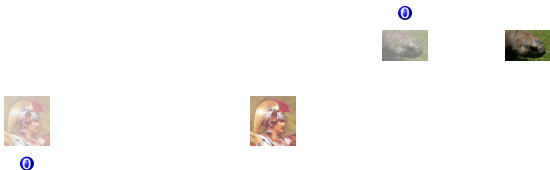


0

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



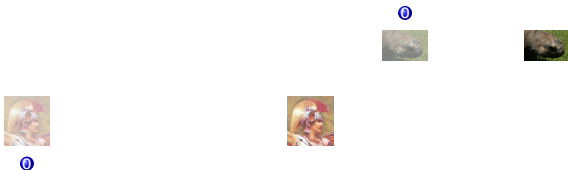
0



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

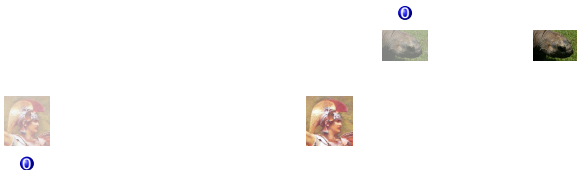
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

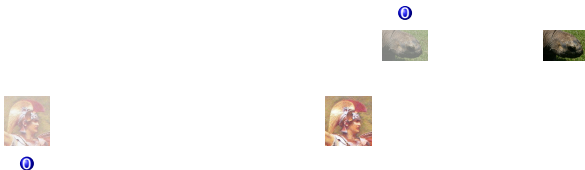


On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !



# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



0



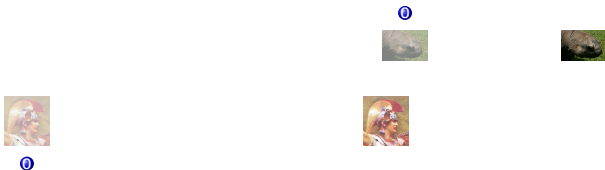
1



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



0



1



0



1

On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



0



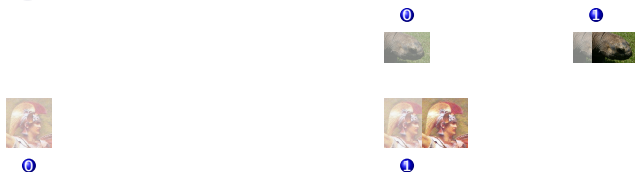
1



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

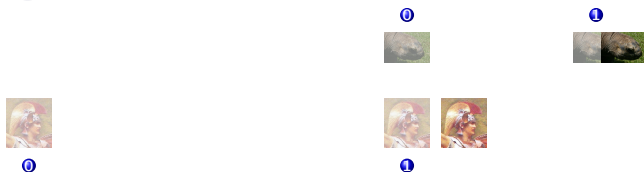
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

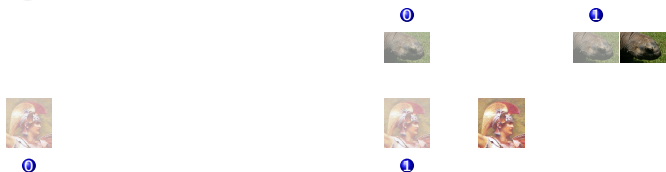


On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !



# L'argument de Zénon

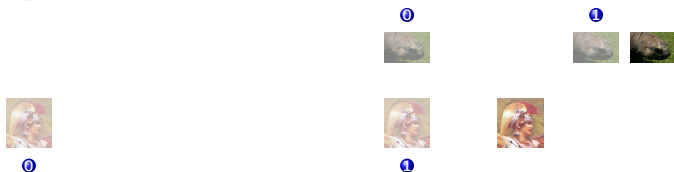
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

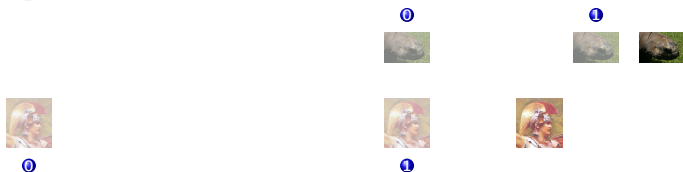
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

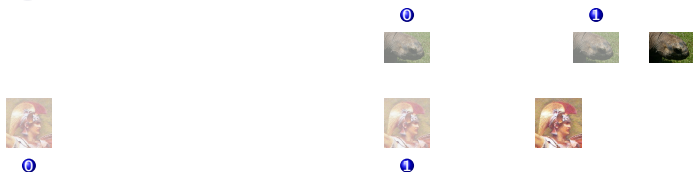
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

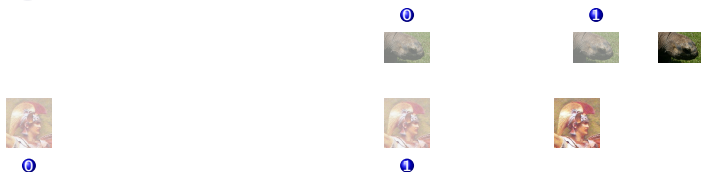
- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc

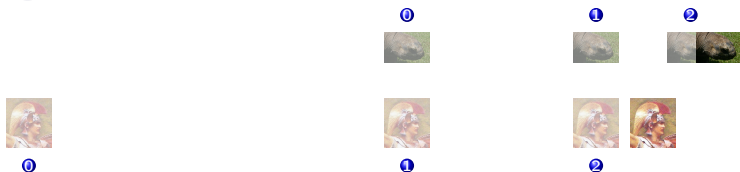


On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !



# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteigne la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# L'argument de Zénon

- 1 Le temps qu'Achille parcourt 1 mètre et atteint la position d'où est partie la tortue, celle-ci a franchi 50cm.
- 2 Le temps qu'Achille ait franchi ces 50cm, la tortue a avancé de 25cm.
- 3 Le temps qu'Achille ait franchi ces 25cm, la tortue a avancé de 12,5cm.
- 4 etc



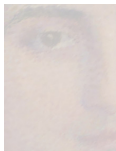
On a ainsi une infinité d'étapes où la tortue est toujours devant Achille. Achille ne dépasse donc jamais la tortue !

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



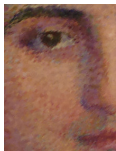
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



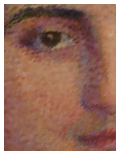
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



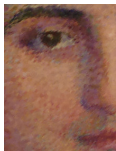
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

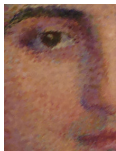


# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



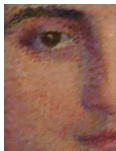
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



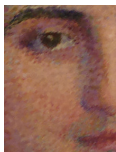
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



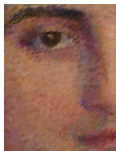
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



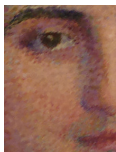
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



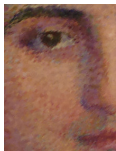
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



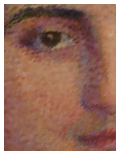
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



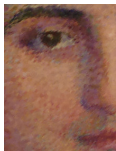
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

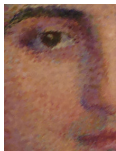


# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



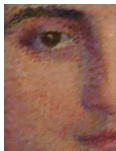
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



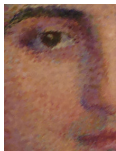
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



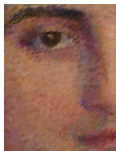
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



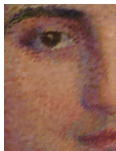
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



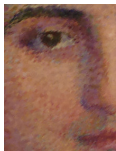
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



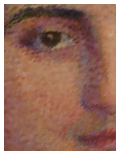
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



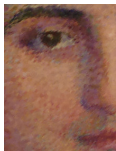
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

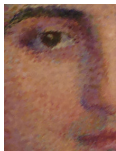


# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



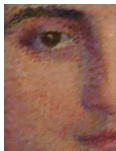
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



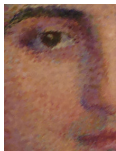
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



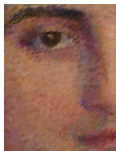
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



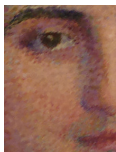
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



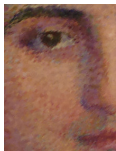
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



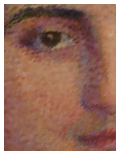
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



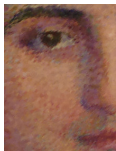
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

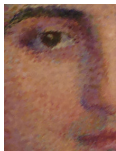


# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



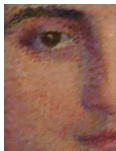
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



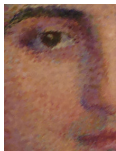
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



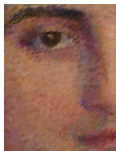
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



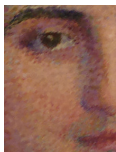
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



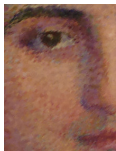
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



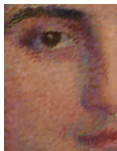
- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Pourquoi énoncer ce paradoxe ?

## Atomisme

Peut-on couper la matière en morceaux arbitrairement petit ?

- Les atomistes pensaient que non, que la matière est constitué de petits grains indivisibles.



Portrait de Madame Marthe – Hippolyte Petitjean  
1899

## Décomposabilité du mouvement

Peut-on décomposer le mouvement en étapes arbitrairement petites ?

- Zénon pensait que non et a énoncé des paradoxes pour le prouver



- On va voir que son argumentation est erronée, et ne prouve pas l'indécomposabilité du mouvement.

# Plan

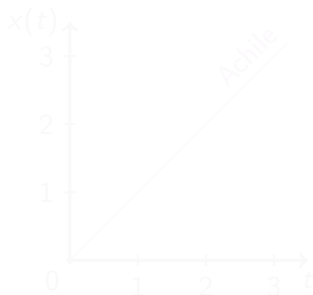
- 1 Présentation du paradoxe
  - Contexte
  - Énoncé
  - Motivation
- 2 Explication mathématique
  - Fonctions affines
  - Calculs explicites
  - Sommes infinies
- 3 Conclusion
  - « Résoudre » des paradoxes ?
  - Que déduire du/des paradoxe(s) de Zénon



## Calculs mathématiques

## fonctions affines

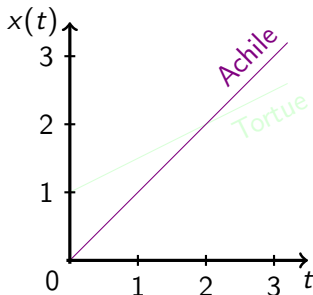
- Si Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ , alors
  - Au bout de  $t$  secondes Achille a parcouru  $t$  mètres. Sa position est donc  $x_A(t) = t$ .
  - Au bout de  $t$  secondes la tortue a parcouru  $\frac{t}{2}$  mètres. Elle était partie avec un mètre d'avance. Sa position est donc  $x_T(t) = 1 + \frac{t}{2}$ .



## Calculs mathématiques

## fonctions affines

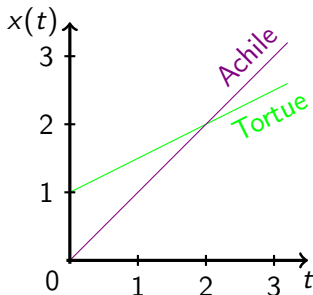
- Si Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ , alors
  - Au bout de  $t$  secondes Achille a parcouru  $t$  mètres. Sa position est donc  $x_A(t) = t$ .
  - Au bout de  $t$  secondes la tortue a parcouru  $\frac{t}{2}$  mètres. Elle était partie avec un mètre d'avance. Sa position est donc  $x_T(t) = 1 + \frac{t}{2}$ .



## Calculs mathématiques

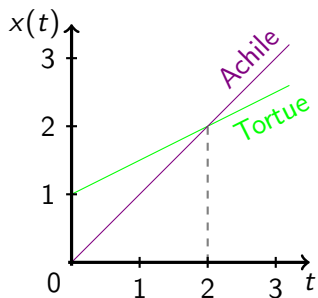
## fonctions affines

- Si Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ , alors
  - Au bout de  $t$  secondes Achille a parcouru  $t$  mètres. Sa position est donc  $x_A(t) = t$ .
  - Au bout de  $t$  secondes la tortue a parcouru  $\frac{t}{2}$  mètres. Elle était partie avec un mètre d'avance. Sa position est donc  $x_T(t) = 1 + \frac{t}{2}$ .



## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à 1m/s et la tortue à 0,5m/s.

- ① Au bout d'une seconde Achille a parcouru 1m et atteint la position initiale de la tortue.
- ② 0,5s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ③ 0,25s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ④ 0,125s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé : s

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

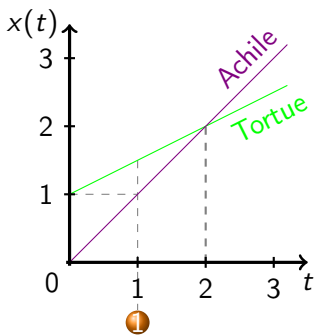
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2\text{s.}$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ .

① Au bout d'une seconde Achille a parcouru  $1\text{m}$  et atteint la position initiale de la tortue.

②  $0,5\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

③  $0,25\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

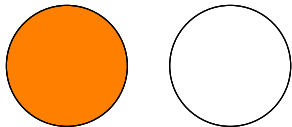
④  $0,125\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé :  $1\text{s}$

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

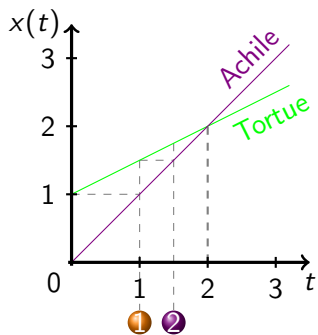
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2\text{s}.$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à 1m/s et la tortue à 0,5m/s.

① Au bout d'une seconde Achille a parcouru 1m et atteint la position initiale de la tortue.

② 0,5s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

③ 0,25s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

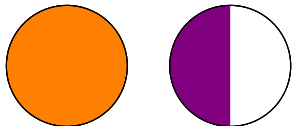
④ 0,125s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé :  $1 + \frac{1}{2} = 1,5s$

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

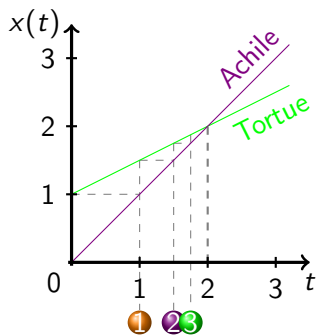
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2s.$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ .

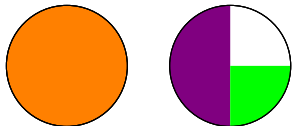
- ① Au bout d'une seconde Achille a parcouru  $1\text{m}$  et atteint la position initiale de la tortue.
- ②  $0,5\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ③  $0,25\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ④  $0,125\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1,75\text{s}$

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

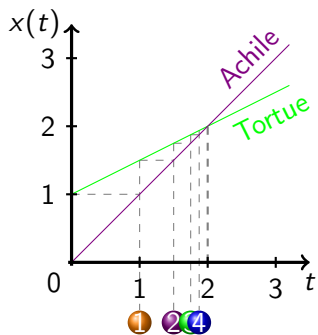
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2\text{s}.$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ .

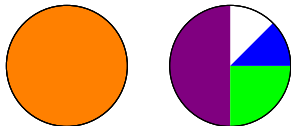
- ① Au bout d'une seconde Achille a parcouru  $1\text{m}$  et atteint la position initiale de la tortue.
- ②  $0,5\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ③  $0,25\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ④  $0,125\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1,875\text{s}$

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2\text{s}.$$

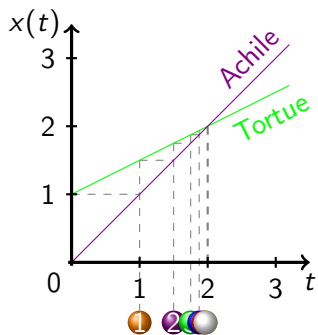
La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.





## Calculs mathématiques

durée des étapes



Achille court à 1m/s et la tortue à 0,5m/s.

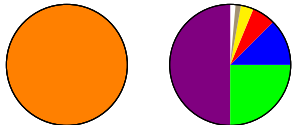
- ① Au bout d'une seconde Achille a parcouru 1m et atteint la position initiale de la tortue.
- ② 0,5s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ③ 0,25s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ④ 0,125s plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

temps écoulé :  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

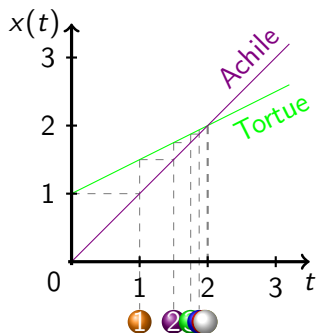
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 2\text{s.}$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



## Calculs mathématiques

durée des étapes



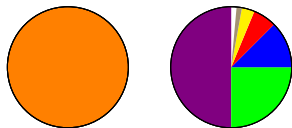
Achille court à  $1\text{m/s}$  et la tortue à  $0,5\text{m/s}$ .

- ① Au bout d'une seconde Achille a parcouru  $1\text{m}$  et atteint la position initiale de la tortue.
- ②  $0,5\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ③  $0,25\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.
- ④  $0,125\text{s}$  plus tard, Achille a atteint la position précédente de la tortue.

Bien qu'il y ait une *infinité* de telles étapes, elles finissent toutes avant

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n} = 2\text{s}.$$

La course continue même *après* cette *infinité* d'étapes, et Achille double alors la tortue.



# Plan

- 1 Présentation du paradoxe
  - Contexte
  - Énoncé
  - Motivation
- 2 Explication mathématique
  - Fonctions affines
  - Calculs explicites
  - Sommes infinies
- 3 Conclusion
  - « Résoudre » des paradoxes ?
  - Que déduire du/des paradoxe(s) de Zénon

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.



# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.

# Paradoxes de Zénon

**Paradoxe** : affirmation surprenante, contraire à l'*intuition*.

- Paradoxe de la flèche : on tire une flèche vers une cible
  - Elle franchit la moitié de la distance qui la sépare de la cible
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - Puis la moitié de la distance qui reste
  - etc
- Ces paradoxes se résument à « il y a une infinité de nombre réels entre 0 et 1 ».
- Autre exemple : quand on verse 2dl d'eau dans un verre, il y a un moment à l'issue duquel on a versé 0,9dl, un autre où on a versé 0,99dl, un autre où on a 0,999dl, etc.  
On ne s'en rend évidemment pas compte, et cela ne nous empêche pas de verser les 2dl d'eau.









- 1 Présentation du paradoxe
  - Contexte
  - Énoncé
  - Motivation
  
- 2 Explication mathématique
  - Fonctions affines
  - Calculs explicites
  - Sommes infinies
  
- 3 Conclusion
  - « Résoudre » des paradoxes ?
  - Que déduire du/des paradoxe(s) de Zénon