

Examen de statistiques – 29 juin 2016 L1 de psychologie

Veuillez rendre ce sujet avec votre copie. Numéro d'anonymat :

Le formulaire et la calculatrice sont autorisés. Le soin de la rédaction entrera en compte dans la correction mais dans les questions où des détails ne sont pas explicitement demandés, un résultat correct, donné sans détails de calcul sera accepté.

Vous êtes priés de rendre à la fois votre copie (avec noms et prénoms) et cet énoncé (avec numéro d'anonymat reporté sur votre copie). Vous pouvez répondre soit directement sur l'énoncé (dans les cadres prévus à cet effet), soit sur votre copie (si vous manquez de place sur l'énoncé).

Exercice 1 : Stress des habitants d'un même quartier

On évalue le niveau de stress (X) d'un échantillon d'habitants d'un même quartier d'habitation péri-urbain. On obtient les niveaux de stress suivants :

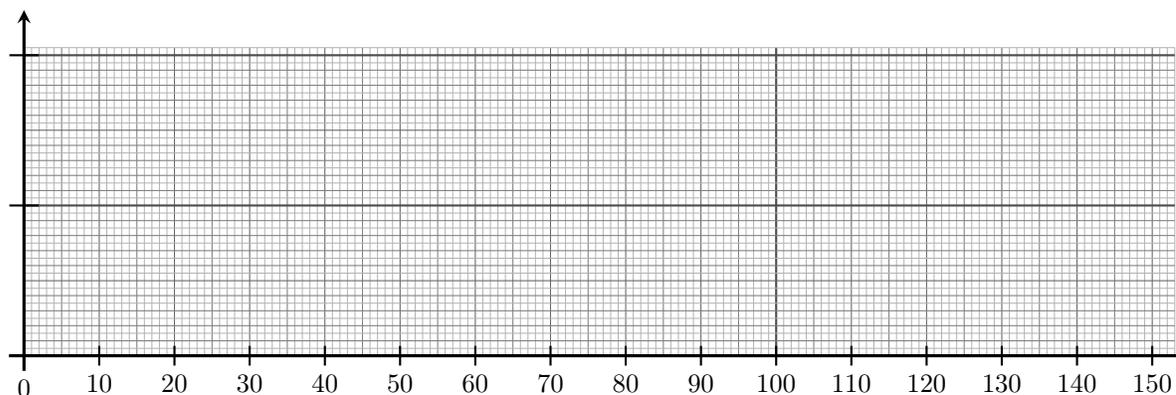
Niveau de stress (X)	[30 ; 60[[60 ; 75[[75 ; 90[[90 ; 105[[105 ; 120[[120 ; 135[[135 ; 150[
Effectif	7	12	34	33	22	13	4

1. Au sein de l'échantillon, combien d'habitants ont un niveau de stress supérieur ou égal à 120 ?

2. Quelle est au sein de cet échantillon la proportion de sujets dont le niveau de stress est inférieur à 120 ?

$$\mathbb{P}_r[X < 120] =$$

3. Déterminer les fréquences et les fréquences cumulées. *Les ajouter dans le tableau au début de l'exercice.*
 4. Représenter ces données par un **histogramme** (sur le quadrillage ci-dessous).



5. Déterminer la médiane en détaillant les calculs. En donner l'interprétation.

$$M_e =$$

Au sein de l'échantillon, 50% des sujets ont un niveau de stress inférieur à ...

6. Calculer le premier quartile. En donner l'interprétation.

$$Q_1 =$$

Au sein de l'échantillon, 25% des sujets ont ...

7. En détaillant les calculs, déterminer une valeur approchée de la proportion $\mathbb{P}_r[X \leq 86]$. En donner l'interprétation.

$$\mathbb{P}_r[X \leq 86] \simeq$$

Au sein de l'échantillon, environ ...% des sujets ont ...

Exercice 2 : Dons à des associations

Selon un sondage réalisé par téléphone, 45% de la population adulte française effectue régulièrement des dons à des associations sollicitant la générosité du public. Ce chiffre étant aussi corroboré par les données du ministère de l'économie et des finances, on supposera dans cet exercice qu'il est correct.

Au total, il y a environ 52 000 000 français adultes, et 34 000 000 adultes polonais.

Dans cet exercice, si un calcul de probabilité utilise l'approximation d'une loi binomiale par une loi normale, on demande d'effectuer une correction de continuité.

1. Étant donné un échantillon aléatoire de 14 adultes français, choisis avec remise, on note S_{14} le nombre de donateurs réguliers au sein de l'échantillon.

- (a) Donner la loi de la variable S_{14} .

$$S_{14} \sim$$

- (b) Peut-on approximer cette loi par une autre loi ?

Justifiez pourquoi et précisez – le cas échéant – par quelle loi.

- (c) Calculer la probabilité $\mathbb{P}[S_{14} < 3]$.

$$\mathbb{P}[S_{14} < 3] \simeq$$

2. Étant donné un échantillon aléatoire de 1427 adultes français, choisis avec remise, on note S_{1427} le nombre de donateurs réguliers au sein de l'échantillon.

- (a) Donner la loi de la variable S_{1427} .

$$S_{1427} \sim$$

- (b) Peut-on approximer cette loi par une autre loi ?

Justifiez pourquoi et précisez – le cas échéant – par quelle loi.

- (c) En détaillant vos calculs, déterminer la probabilité $\mathbb{P}[630 \leq S_{1427} \leq 670]$.

$$\mathbb{P}[630 \leq S_{1427} \leq 670] \simeq$$

3. On cherche désormais à déterminer s'il y a une plus grande proportion de donateurs réguliers parmi les polonais que parmi les français. On interroge donc un échantillon aléatoire de 1041 polonais choisis sans remise, parmi lesquels 722 affirment donner régulièrement à des associations.

(a) Estimer la proportion de donateurs au sein de la population adulte polonaise.

Vous déterminerez un intervalle de confiance avec la confiance 90%.

(b) Pouvez-vous conclure, avec la confiance 90%, que la proportion de donateurs est plus importante en Pologne qu'en France ?

Exercice 3 : Apprentissage de l'anglais

Un lycée comporte 5 classes de seconde. Parmi tous les élèves de seconde il y en a 25 qui ont effectué au moins un séjour linguistique dans un pays anglophone au cours de leur scolarité. On souhaite comparer, au moyen d'un test sur cent points, le niveau en anglais des élèves, selon qu'ils aient fait, ou non, un tel séjour.

1. Ensemble des élèves de seconde

Dans un premier temps, on fait passer le test à l'ensemble des élèves de seconde de ce lycée. Une fois regroupées en classes, les notes obtenues sont les suivantes :

Notes	[10 ; 25[[25 ; 40[[40 ; 55[[55 ; 70[[70 ; 85[[85 ; 100[
Effectifs	1	15	46	59	29	8

(a) Combien y a-t'il d'élèves de seconde dans ce lycée ?

(b) Calculer la moyenne et l'écart-type des notes de ces élèves.

(c) On suppose pour simplifier que ces élèves forment un échantillon représentatif de l'ensemble des 540 920 élèves de seconde en France. Si l'on faisait passer le même test à tous les élèves de seconde de France, quelle note moyenne estimez-vous que l'on obtiendrait ?

Vous déterminerez un intervalle de confiance, avec la confiance 90%.

2. Élèves ayant fait un séjour linguistique dans un pays anglophone

Dans un second temps, on regroupe les copies des 25 élèves, parmi les secondes de ce lycée, qui ont déjà effectué un séjour linguistique dans un pays anglophone. On constate que leur moyenne est de 71,96, avec un écart type de 11,05.

Si l'on faisait passer le même test à tous les élèves français de seconde ayant fait un séjour linguistique dans un pays anglophone, quelle note moyenne estimez-vous que l'on obtiendrait ?

Vous déterminerez un intervalle de confiance, avec la confiance 90%.

3. Conclusion

Peut-on conclure, avec la confiance 90%, que les élèves ayant fait un séjour linguistique dans un pays anglophone auraient en moyenne de meilleurs résultats à ce test d'anglais ?

Exercice 4 : Acquisition du vocabulaire

On étudie l'acquisition du vocabulaire chez des enfants de 4 à 6 ans, dont on détermine environ le nombre de mots qu'ils maîtrisent (c'est à dire les mots qu'ils comprennent et qu'ils utilisent). Au sein d'un échantillon de 12 enfants, on obtient les données ci-dessous :

Enzo (56 mois) : 7 900 mots	Lilou (58 mois) : 4 600 mots	Clément (49 mois) : 5 500 mots	Manon (72 mois) : 5 700 mots
Nolan (70 mois) : 10 000 mots	Romane (67 mois) : 8 100 mots	Camille (55 mois) : 5 400 mots	Léna (57 mois) : 6 600 mots
Inès (55 mois) : 6 100 mots	Hugo (52 mois) : 3 600 mots	Raphaël (71 mois) : 9 200 mots	Eva (48 mois) : 3 300 mots

1. Quelle est, au sein de cet échantillon, la proportion d'enfants qui maîtrisent moins de 7 300 mots ?

2. Déterminer le coefficient de corrélation des rangs ("*de Spearman*").

3. Déterminer la moyenne et la variance des nombres de mots maîtrisés par les enfants de l'échantillon.

4. Déterminer le coefficient de corrélation **linéaire**.

5. Déterminer l'équation de la droite qui permet d'estimer le nombre de mots en fonction de l'âge.