Lecture d'article

How to prevent interaction of functional and inclusion dependencies

Mark Levene et Georges Loizou

29/06/99

Élodie-Jane Sims

FD et IND

- Une *dépendence fonctionnelle* (ou **FD**) sur une base de données **R** est de la forme $R : X \rightarrow Y$, où $R \in$ **R** et $X, Y \subseteq R$ sont des ensembles d'attributs.

  $d \models R : X \rightarrow Y$: $\forall t_1, t_2 \in r$, si $t_1[X] = t_2[X]$ alors $t_1[Y] = t_2[Y]$

- Une *inclusion de dépendence* (ou **IND**) sur une base de données **R** est de la forme $R_i[X] \subseteq R_j[Y]$, où $R_i, R_j \in$ **R** et $X \subseteq R_i, Y \subseteq R_j$ sont des séquences d'attributs distincts tels que $|X| = |Y|$.

  $d \models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$: $\pi_X(r_i) \subseteq \pi_Y(r_j)$

Rappel de notations

- **R** : schéma de base de données
- d : une base de données sur **R**
- $r \in d$: une relation sur le schéma de relation R
- F : un ensemble de FDs (dépendances fonctionnelles) sur **R**
- I : un ensemble d'INDs (inclusions de dépendances) sur **R**
- $\Sigma = F \cup I$
- BCNF : forme normale de Boyce-Codd
- $\Sigma \models \sigma$: si $d \models \Sigma$ alors $d \models \sigma$
- ...

La question à résoudre

- Problème d'implication pour les FDs et INDs

$$\Sigma \models \sigma \quad ?$$

On sait le résoudre si $\Sigma = F$ ou si $\Sigma = I$

- D'où le sous-problème taité par les auteurs :

Pb d'interactions entre FDs et INDs

i.e chercher des conditions de non interaction entre I et F

Non interaction

Definition 1. *F et I (sur $\boldsymbol{R}$)n'interagissent pas si :*

❶ *pour toute FDs α sur $\boldsymbol{R}$ et pour tout* $G \subseteq F$
$G \cup I \models \alpha$ *ssi* $G \models \alpha$

❷ *pour toute INDs β sur $\boldsymbol{R}$ et pour tout* $J \subseteq I$
$F \cup J \models \beta$ *ssi* $J \models \beta$

Exemple d'interaction

$$F = \{R : X \to Y, S : W \to Z\}$$

$|X| = |W|$

$I = \{R[XY] \subseteq S[WZ]\}$

Si $G = \{S : W \to Z\}$

$G \not\models R : X \to Y$ mais $G \cup I \models R : X \to Y$

Donc F et I interagissent.

Les solutions

- Jusqu'ici les solutions limitaient I à être non circulaire

- L'article propose :
  - 1 condition nécessaire
  - 2 nouvelles conditions suffisantes indépendantes des résultats déjà connus

Rappel sur la notion de réduction

Definition 2. *Un ensemble d'attributs* $Y \subseteq R_i$ *est* $\boldsymbol{réduit}$ *par rapport à* R_i *et un ensemble de FDs* F_i *sur* R_i *si* $F_i[Y]$ *ne contient que des FDs non triviales.*

Definition 3. *Un ensemble de FDs et INDs* $\Sigma = F \cup I$ *est* $\boldsymbol{réduit}$ *si* $\forall R_i[X] \subseteq R_j[Y] \in I$*,* Y *est réduit par rapport à* F_j*.*

Rappel de la procédure $CHASE$

Definition 4. **Chase** *(d, Σ) est le résultat de l'application des règles ci-dessous sur d aussi longtemps que possible :*

– ***Règle FD*** *: Si $R_j : X \to Y \in F_j$ et $\exists t_1, t_2 \in r_j$ tels que $t_1[X] = t_2[X]$ et $t_1[Y] \neq t_2[Y]$ alors $\forall A \in Y$ on change les occurrences dans d de max $\{ t_1[A], t_2[A] \}$ par min $\{ t_1[A], t_2[A] \}$*

– ***Règle IND*** *: Si $R_i[X] \subseteq R_j[Y] \in I$ et $\exists t \in r_i$ tel que $t[X] \notin \pi_Y(r_j)$ alors on ajoute le tuple* u *sur R_j dans r_j avec* u *tel que u[Y] = t[X] et $\forall A \in R_j - Y$, u[A] a une valeur plus grande que toutes les valeurs qui apparaissent déjà dans l'état courant de d.*

Rappel sur un graphe représentant d'INDs

Definition 5. *Le graphe représentant un ensemble d'INDs* I *sur* $\boldsymbol{R}$ *est* $G_I = (N, E)$ *tel que :*

– *l'ensemble des sommets :* $N = \{R \in \boldsymbol{R}\}$

– $(R, S) \in E$ *ssi* $\exists$ *une IND non triviale* $R[X] \subseteq S[Y] \in I$

Une relation de schéma $R \in$ **R** est appelée *relation de schéma source* par rapport à I si elle n'a pas d'arcs entrants.

INDs "proper circular"
Notion introduite par les auteurs

Definition 6. *Un ensemble I d'***INDs** *sur* $\boldsymbol{R}$ *est* ***"proper circular"***

– *soit si il est non circulaire*

– *soit si il existe* m *différents schémas de relations,* R_1,R_2,R_3, ..., $R_\mathsf{m} \in \boldsymbol{R}$, *avec* $\mathsf{m} > 1$, *tels que I contient les INDs :* $R_1[X_1] \subseteq R_2[Y_2]$, $R_2[X_2] \subseteq R_3[Y_3]$, $R_3[X_3] \subseteq R_4[Y_4]$,..., $R_{\mathsf{m}-1}[X_{\mathsf{m}-1}] \subseteq R_\mathsf{m}[Y_\mathsf{m}]$, $R_\mathsf{m}[X_\mathsf{m}] \subseteq R_1[Y_1]$ (i.e I est circulaire), *et pour tout i* $\in \{$*1,2, ...,* m$\}$ *on a* $X_i = Y_i$

une telle séquence d'IND est appelée "proper cycle".

Propriétés d'intersection et de "split-freeness"

Propiétés introduites par les auteurs

Definition 7. ***propriété d'intersection*** *: F satisfait la propriété d'intersection si* $\forall F_j \in F$, $\forall A \in R_j$, *si il existe des FDs incomparables* $R_j : X \rightarrow A$, $R_j : Y \rightarrow A \in F_j^+$ *alors* $R_j : X \cap Y \rightarrow A \in F_j^+$

Definition 8. ***propriété "split-freeness"*** *: F satisfait la propriété de "split-freeness" si* $\forall F_j \in F$ *si il existe des FDs cycliques,*$R_j : XB \rightarrow A$, $YA \rightarrow B \in F_j^+$ *alors soit* $R_j : Y \rightarrow B \in F_j^+$ *soit* $R_J : (X \cap Y)A \rightarrow B \in F_j^+$

Théorème principal

Theoreme 1. ***Si I est "proper circular", si F satisfait soit la propriété d'intersection soit la propriété de "split-freeness" et Σ est réduit alors F et I n'inter-agissent pas.***

Démonstration du théorème principal *par contraposition*

Supposons que F et I interagissent, il y a donc , d'après la définition de non interaction, deux cas à considérer :

❶ Pour une FD $R_i : W \rightarrow Z$ et pour un certain $G \subseteq F$, $G \cup I \models R_i : W \rightarrow Z$ mais $G \not\models R_i : W \rightarrow Z$.

❷ Pour une IND $R_i[X] \subseteq R_j[Y]$ et pour un certain $J \subseteq I$, $F \cup J \models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$ mais $J \not\models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$.

Démonstration du théorème principal
lemme utilisé

Lemme 1. *Si $d \models F$, R_i est un schéma de relation source respectant I "proper circular".Si pendant l'exécution de chase (d, Σ) lors de l'application de la règle FD on applique $R_j : X \to A (A \notin X)$ à l'état courant r_j et, soit $t_1[A]$ soit $t_2[A]$ est tracé par r_i , alors Σ est réduit, ou F viole et la propriété d'intersection et la propriété de "split-freeness".*

Démonstration du théorème principal
Cas 1

Il faut montrer que soit Σ n'est pas réduit, soit F viole les propriétés d'intersection et de "split-freeness".

Soit $\Gamma = G \cup I$. On a donc pour un certain $B \in Z$, $G \not\models R_i : W \rightarrow B$.
Ainsi prenons une base de donnée d telle que à part la relation $r_i \in d$ sur R_i toutes les autres relations sont vides et telle que $d \models G$ mais $d \not\models R_i : W \rightarrow B$.
Grâce à la construction de d, on peut éliminer de I toute INDs de la forme $R_k[U] \subseteq R_j[V]$,
on peut donc considérer sans perte de généralité et sans affecter l'exécution de $CHASE(d, \Sigma)$
que R_i est relation de schéma cyclique source où dans P_I *(le graphe représentant I)* il y a un chemin de la classe d'équivalence cyclique de R_k vers la classe d'équivalence cyclique de R_i, et R_j est dans la même classe d'équivalence cyclique que R_i.
Ainsi les conditions du lemme 1 sont satisfaites, car $d \not\models R_i : W \rightarrow B$ mais $CHASE(d, \Sigma) \models R_i : W \rightarrow B$, et le résultat en découle.

Démonstration du théorème principal
Cas 2

Il faut montrer que soit Σ n'est pas réduit, soit F viole les propriétés d'intersection et de "split-freeness".

Soit $\Gamma = F \cup J$. Prenons (comme pour le Cas 1) une base de donnée d telle que à part la relation $r_i \in d$ sur R_i toutes les autres relations sont vides et telle que r_i contient un unique tuple t_i tel que pour tous attibuts distincts $a, B \in R_i$, $t_i[A]$ et $t_i[B]$ sont deux à deux distincts.
Grâce à la construction de d, on a $d \models F$ mais $d \not\models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$. Comme dans le Cas 1, on peut donc considérer sans perte de généralité que R_i est relation de schéma cyclique source.
Ainsi les conditions du lemme 1 sont satisfaites, car $CHASE(d, J) \not\models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$ mais $CHASE(d, \Gamma) \models R_i[X] \subseteq R_j[Y]$, et le résultat en découle.

Théorème principal

contrexemples donnés par les auteurs

◆ Cas où F viole les propriétés d'intersection et de "split-freeness" :

$\mathbf{R} = \{R_1, R_2\}$ $\quad d = \{r_1, r_2\}$

$R_1 = \{B_1, B_2, B_3, A\}$ $\quad r_1 = \{\langle 1, 2, 3, 0 \rangle\}$

$R_2 = R_1 \cup \{C\}$ $\quad r_2 = \varnothing$

$I = \{R_1[B_2B_3] \subseteq R_2[B_2B_3],$

$R_1[B_1B_3A] \subseteq R_2[B_1B_3A],$

$R_1[B_1B_2A] \subseteq R_2[B_1B_2A]\}$

$F = F_2$

$= \{B_1A \to C, B_2 \to C, B_3C \to A\}$

$\Sigma \models R_1[B_2B_3A] \subseteq R_2[B_2B_3A]$ donc il y a des interactions entre F et I alors que Σ est réduit

◆ Cas où même avec Σ réduit il y a des interactions :

$\mathbf{R} = \{R_1, R_2, R_3\} \qquad d = \{r_1, r_2, r_3\}$
$R_1 = \{A, B, C\} \quad r_1 = \{\langle 0, 1, 2\rangle\}$
$R_2 = R_1 \quad r_2 = \emptyset$
$R_3 = \{a, B_1, B_2, C_1, C_2, \} \quad r_3 = \emptyset$
$I = \{R_1[AC] \subseteq R_2[BC], R_1[AC] \subseteq R_3[AB_1],$
$R_1[AC] \subseteq R_3[AB_2], R_1[BC] \subseteq R_3[AB_1],$
$R_1[BC] \subseteq R_3[AB_2], \}$
$F = F_3$
$= \{A \rightarrow C_1C_2, B_1 \rightarrow C_1, B_2 \rightarrow C_2, C_1C_2 \rightarrow A\}$

$\Sigma \models R_1[BC] \subseteq R_2[BC]$ donc il y a des interactions entre F et I alors que Σ est réduit

Conclusion

✔ Les auteurs ont identifié des nouvelles conditions suffisantes permettant la non interaction entre FDs et INDs (dans le cas où I est "proper circular").

✔ Mais le problème reste ouvert, en particulier, trouver des conditions nécessaires et suffisantes.