La nature du raisonnement mathématique

Pierre DUHEM
1912

Revue de Philosophie, 21, p. 531-543 (1912)

533 RAISONNEMENT MATHÉMATIQUE & INDUCTION

Si le raisonnement par récurrence était vraiment celui qui caractérise la démonstration mathématique, il serait surprenant que les mathématiciens eussent si longtemps tardé à y avoir recours. L'induction complète ne peut pas être la source unique de la fécondité mathématique, puisque Euclide, Archimède, Apolloniuis et Cardan n'en ont pas eu besoin pour produire leurs découvertes.

[*commentaire nôtre* : Poincaré fonde l'induction dans la capacité de notre esprit à concevoir la répétition indéfinie d'un même acte ; qu'est-ce d'autre que notre capacité *itérative*, génératrice de l'*infini potentiel* ? Le fini recèle déjà de nombreuses inconnues, l'infini est un merveilleux outil d'exploration – dispensable.]

537 ÊTRE UN NOMBRE ENTIER & POUVOIR COMPTER

Étant donné un nombre entier quelconque n*, l'opération qui consiste à parcourir par la pensée, dans l'ordre de grandeur croissante, la suite des nombres entiers de* 1 *à* n *(ou à compter mentalement de* 1 *à* n*), est une opération possible.*

[…] Partant, lorsque je dis : n *est un nombre entier*, c'est comme si je disais : *on peut compter jusqu'à* n.

[*commentaire nôtre* : Duhem parle ici d'entier *primitif* et de notre capacité *primitive* à compter. Il élucide ainsi le contenu du segment entier [*1*,*n*] ou, ce qui revient au même, les points de suspension dans l'ensemble {*1*,*2*,...,*n*}.]

538 DÉMONSTRATION DU THÉORÈME DE RÉCURRENCE : PAR EXISTENCE D'UN MIN ?

Il arrive ici quelque chose de semblable à ce qui a lieu dans nombre de démonstrations par passage à la limite. Une première partie de la démonstration donne à l'esprit une intuition directe de la vérité que l'on veut prouver ; mais pour transformer cette intuition en une certitude absolue, acquise par une déduction rigoureuse, il faut recourir à une démonstration par l'absurde.

542-543 DÉFINITIONS & CRÉATION MATHÉMATIQUE

C'est […] aux définitions, et non pas aux axiomes, que les Mathématiques doivent la puissance qui réside en elles de développer une suite illimitée de théorèmes toujours et vraiment nouveaux ; c'est par les définitions, et non par les axiomes, que se manifeste en elles l'activité créatrice de notre intelligence.

Il est aisé maintenant de comprendre ce qu'on entend par généralisation en Mathématiques.

[…] ce qui rend possible la généralisation des théorèmes mathématiques, c'est la généralisation des définitions.

[*commentaire nôtre* : formellement, les définitions ne font qu'organiser les théorèmes, rendre plus claires leurs interactions, elle n'apportent aucune connaissance puisqu'on peut s'en dispenser. Ceci montre que Duhem ne pouvait avoir une conception formaliste des mathématiques : mais alors ses « définitions » deviennent « créations de concepts » et son propos devient tautologique. Pour être génératrice de connaissance, cette libre créativité conceptuelle doit être *guidée* par quelque chose.]