

Dernières pensées

Henri POINCARÉ
1913

éd° Flammarion
Bibliothèque de Philosophie scientifique
reproduit par Kessinger Publishing's Legacy Reprints

7 LOI

qu'est-ce qu'une loi ? C'est un lien constant entre l'antécédent et le conséquent, entre l'état actuel du monde et son état immédiatement postérieur.

18 VIE & MORT

Le principe de Carnot nous montre que l'énergie, que rien ne peut détruire, est susceptible de se dissiper. Les températures tendent à s'égaliser, [le monde tend vers l'uniformité, c'est-à-dire vers la mort](#). De grandes différences dans les causes ne produisent donc que de petites différences dans les effets. Dès que les différences dans les effets deviennent trop faibles pour être observables, nous n'avons plus aucun moyen de connaître les différences qui ont existé autrefois entre les causes qui leur ont donné naissance, quelque grandes que ces différences aient été.

[Mais c'est justement parce que tout tend vers la mort, que la vie la vie est une exception qu'il est nécessaire d'expliquer.](#)

31-2 OBJET DES LOIS

Sans doute bien des lecteurs seront choqués de voir qu'à tout instant je semble remplacer le monde par un système de symboles simples. Ce n'est pas simplement par habitude professionnelle de mathématicien ; la nature de mon sujet m'imposait absolument cette attitude ? [Le monde bergsonien n'a pas de loi ; ce qui peut en avoir, c'est simplement l'image plus ou moins déformée que les savants s'en font. Quand on dit que la nature est gouvernée par des lois, on entend que ce portrait est encore assez ressemblant. C'est donc sur lui et sur lui seulement que nous devons raisonner, sous peine de voir s'évanouir l'idée même de loi qui était l'objet de notre étude.](#) Or, cette image est démontable, on peut la disséquer en éléments, y distinguer des instants extérieurs les uns aux autres, des parties indépendantes. Que si j'ai simplifié parfois à outrance et réduit ces éléments à un trop petit nombre, ce n'est là qu'une affaire de degré : cela ne changerait rien à la nature de mes raisonnements et à leur portée ; l'exposition en devenait simplement plus simple.

37 SENS DE L'ESPACE

[Le sens de l'espace se réduit \[...\] à une association constante entre certaines sensations et certains mouvements, ou à la représentation de ces mouvements.](#) (Est-il besoin, afin d'éviter une équivoque sans cesse renaissante, de répéter une fois de plus que j'entends par là non la représentation de ces mouvements dans l'espace, mais la représentation des sensations qui les accompagnent ?)

37-8 ESPACE RELATIF

Pourquoi maintenant et dans quelle mesure l'espace est-il relatif ? Il est clair que si tous les objets qui nous entourent et notre corps-lui-même, ainsi que nos instruments de mesure étaient transportés dans une autre région de l'espace, sans que leurs distances mutuelles varient, nous ne nous en apercevriions pas, et c'est en effet ce qui arrive, puisque nous sommes entraînés sans nous en douter par le mouvement de la Terre. Si les objets étaient tous agrandis sans une même proportion, et qu'il en fût de même de nos instruments de mesure, nous ne nous en apercevriions pas davantage. Ainsi, non seulement nous ne pouvons connaître la position absolue d'un objet dans l'espace, de sorte que [ce mot, « position absolue d'un objet », n'a aucun sens et qu'il convient de parler seulement de sa position relative par rapport à d'autres objets](#) ; mais le mot « grandeur absolue d'un objet », « distance absolue entre deux points », n'a aucun sens ; on doit parler seulement du rapport de deux grandeurs, du rapport de deux distances. Mais il y a plus : supposons que tous les objets soient déformés selon une certaine loi, plus compliquée que les précédentes, suivant une loi tout à fait quelconque et qu'en même temps nos instruments de mesure soient déformés suivant la même loi ; de cela non plus nous ne pourrions pas

nous apercevoir, de sorte que l'espace est beaucoup plus relatif encore qu'on ne le croit d'ordinaire. Nous ne pouvons nous apercevoir que des modifications de forme des objets qui diffèrent des modifications simultanées de forme de nos instruments de mesure.

38 LE CORPS COMME INSTRUMENT DE MESURE

Nous venons de voir qu[e notre intuition de l'espace] se réduit à une association constante entre certaines sensations et certains mouvements. C'est dire que les membres avec lesquels nous faisons ces mouvements jouent aussi pour ainsi dire le rôle d'instruments de mesure. Ces instruments qui sont moins précis que ceux du savant nous suffisent pour la vie de tous les jours, et c'est avec eux que l'enfant, que l'homme primitif, a mesuré l'espace ou pour mieux dire s'est construit l'espace dont il se contente pour les besoins de la vie quotidienne. Notre corps est notre premier instrument de mesure ; comme les autres, il se compose de plusieurs pièces solides mobiles les unes par rapport aux autres, et certaines sensations nous avertissent de déplacements relatifs de ces pièces, de sorte que comme dans le cas des instruments artificiels, nous savons si notre corps s'est oui ou non déplacé comme un solide invariable.

40-1 GÉOMÉTRIE & PERFECTION

nous serions tentés de dire que la géométrie, c'est l'étude des propriétés qu'auraient les instruments de mesure s'ils étaient parfaits. Mais pour cela il faudrait savoir ce que c'est qu'un instrument parfait, et nous ne le savons pas puisqu'il n'y en a pas, et que nous ne pourrions définir l'instrument idéal que par la géométrie, ce qui est un cercle vicieux. Et alors nous dirons que la géométrie est l'étude d'une ensemble de lois peu différentes de celles auxquelles obéissent réellement nos instruments, mais beaucoup plus simples, de lois qui ne régissent effectivement aucun objet naturel, mais qui sont concevables pour l'esprit. En ce sens, la géométrie est une convention, une sorte de cote mal taillée entre notre amour de la simplicité et notre désir de ne pas trop nous écarter de ce que nous apprennent nos instruments. Cette convention définit à la fois l'espace et l'instrument parfait.

49 PRINCIPE DE RELATIVITÉ

On voit [...] quel est le sens du principe de relativité physique ; il n'est plus une simple convention ; il est vérifiable et par conséquent il pourrait n'être pas vérifié ; c'est une vérité expérimentale, et quel est le sens de cette vérité ? Il est aisé de le déduire des considérations qui précèdent ; il signifie que l'action mutuelle de deux corps tend vers zéro quand ces deux corps s'éloignent indéfiniment l'un de l'autre ; il signifie que deux mondes éloignés se comportent comme s'ils étaient indépendants ; et on conçoit mieux pourquoi le principe de relativité physique a moins d'extension que le principe de relativité psychologique ; ce n'est plus une nécessité due à la nature même de notre esprit ; c'est une vérité expérimentale à laquelle l'expérience impose des limites.

49-51 L'ESPACE (RE) DÉFINI PAR LA GÉOMÉTRIE

Ce principe de relativité physique peut servir à définir l'espace ; il nous fournit pour ainsi dire un nouvel instrument de mesure. [...] En transportant un corps solide d'une position dans une autre, nous reconnaissons qu'on peut l'appliquer d'abord sur une figure et ensuite sur une autre et nous convenons de considérer ces deux figures comme égales. De cette convention naissait la géométrie. À chaque déplacement possible du corps solide correspondait ainsi une transformation de l'espace en lui-même, n'altérant pas les formes et les grandeurs des figures ; et la géométrie n'est que la connaissance de relations mutuelles de ces transformations, ou pour parler le langage mathématique, l'étude de la structure du groupe formé par ces transformations, c'est-à-dire du groupe des mouvements des corps solides.

Cela posé, voici un autre groupe, celui des transformations qui n'altèrent pas nos équations différentielles, voici une autre façon de définir l'égalité de deux figures ; nous ne dirons plus : deux figures sont égales quand un même corps solide peut s'appliquer sur l'une et sur l'autre ; nous dirons : deux figures sont égales quand un même système mécanique, assez éloigné des systèmes voisins pour pouvoir être regardé comme isolé, placé d'abord de façon que ses différents points matériels reproduisent la première figure, et ensuite de façon qu'ils reproduisent la seconde, se comportent ensuite de la même manière.

Les deux conceptions diffèrent-elles essentiellement l'une de l'autre ? Non ; un corps solide prend sa forme sous l'influence des attractions et répulsions mutuelles de ses différentes molécules ; et ce système de forces doit être en équilibre. Définir l'espace de façon qu'un corps solide conserve sa forme quand on le déplace, c'est le définir de façon que les équations d'équilibre de ce corps ne soient pas altérées par un changement d'axes ; or, ces équations d'équilibre ne sont qu'un cas particulier des équations générales de la Dynamique, lesquelles, d'après le principe de relativité physique, ne doivent pas être modifiées par ce changement d'axes.

Un corps solide est un système mécanique comme un autre ; la seule différence entre notre ancienne définition de l'espace et la nouvelles, c'est que celle-ci est plus large, en ce sens qu'elle permet de remplacer le corps solide par tout autre système mécanique. De plus, la convention nouvelle ne définit pas seulement l'espace,

elle définit le temps. Elle nous apprend ce que c'est que deux instants simultanés, ce que c'est que deux temps égaux qu'un temps double d'un autre.

52-3 L'ESPACE-TEMPS

Quelle est alors la révolution qui est due aux récents progrès de la Physique ? Le principe de relativité, sous sa forme ancienne, a dû être abandonné, il est remplacé par le principe de relativité de Lorentz. Ce sont les transformations du « groupe de Lorentz » qui n'altèrent pas les équations différentielles de la Dynamique. [...] l'essentiel est de remarquer que dans la nouvelle conception l'espace et le temps ne sont plus deux entités entièrement distinctes et que l'on puisse envisager séparément, mais deux parties d'un même tout et deux parties qui sont comme étroitement enlacées de façon qu'on ne puisse les séparer facilement.

59-60 TOPOLOGIE & INTUITION GÉOMÉTRIQUE

Et voici ce qui fait pour nous l'intérêt de cette Analysis Situs ; c'est que **c'est là qu'intervient vraiment l'intuition géométrique**. Quand, dans un théorème de géométrie métrique, on fait appel à cette intuition, c'est parce qu'il est impossible d'étudier les propriétés métriques d'une figure en faisant abstraction de ses propriétés qualitatives, c'est-à-dire de celles qui sont l'objet propre de l'Analysis Situs. On dit souvent que **la géométrie est l'art de bien raisonner sur des figures mal faites. Ce n'est pas là une boutade**, c'est une vérité qui mérite qu'on y réfléchisse. Mais qu'est-ce qu'une figure mal faite ? c'est celle que peut exécuter le dessinateur maladroit dont nous parlions tout à l'heure ; il altère les proportions plus ou moins grossièrement ; ses lignes droites ont des zigzags inquiétants ; ses cercles présentent des bosses disgracieuses ; tout cela ne fait rien, cela ne troublera nullement le géomètre, cela ne l'empêchera pas de bien raisonner.

Mais il ne faut pas que l'artiste inexpérimenté représente une courbe fermée par une courbe ouverte, trois lignes qui se coupent en un même point par trois lignes qui n'aient aucun point en commun, une surface trouée par une surface sans trou. Alors on ne pourra se servir de sa figure et le raisonnement deviendrait impossible. **L'intuition n'aurait pas été gênée par les défauts du dessin qui n'intéressaient que la géométrie métrique ou projective ; elle deviendra impossible dès que ces défauts se rapporteront à l'Analysis Situs.**

93-95 AXIOMES HILBERT

Cette intuition [géométrie dont le véritable domaine est l'Analysis Situs] existe-t-elle ? je rappellerai qu'on a essayé de s'en passer et que M. Hilbert a cherché à fonder une géométrie qu'on a appelée rationnelle parce qu'elle est affranchie de tout appel à l'intuition. Elle repose sur **un certain nombre d'axiomes** ou de postulats qui **sont regardés, non comme des vérités intuitives, mais comme des définitions déguisées**. Ces axiomes sont répartis en cinq groupes. [...]

Je voudrais insister ici sur l'un de ces groupes, le deuxième, celui des « axiomes de l'ordre ». Pour bien faire comprendre de quoi il s'agit, j'en citerai un. Si sur une ligne quelconque le point C est entre A et B et le point D entre A et C, le point D sera entre A et B. Pour M. Hilbert, il n'y a pas là une vérité intuitive, **nous convenons de dire que dans certains cas C est entre A et B, mais nous ne savons pas ce que cela veut dire, pas plus que nous ne savons ce que c'est qu'un point ou qu'une ligne**. Nous pourrions, d'après nos conventions, employer cette expression *entre* pour désigner une relation quelconque entre trois points, pourvu que cette relation satisfasse aux axiomes de l'ordre. **Ces axiomes nous apparaissent ainsi comme la définition du mot *entre*.**

On peut alors se servir de ces axiomes, à la condition d'avoir démontré qu'ils ne sont pas contradictoires, et on pourra construire sur eux une géométrie où l'on n'aura pas besoin de figures et qui pourrait être comprise d'un homme qui n'aurait ni vue, ni toucher, ni sens musculaire, ni aucun sens, et qui serait réduit à un pur entendement.

Oui, cet homme comprendrait peut-être, en ce sens qu'il verrait bien que les propositions se déduisent logiquement les unes des autres ; mais l'assemblage de ces propositions lui paraîtrait artificiel et baroque et il ne verrait pas pourquoi on l'aurait préféré à une foule d'autres assemblages possibles.

Si nous n'éprouvons pas les mêmes étonnements, c'est que les axiomes ne sont pas, en réalité, pour nous de simples définitions, des conventions arbitraires, mais bien des conventions justifiées. Pour les axiomes des autres groupes, je tiens qu'elles sont justifiées **parce que ce sont celles qui s'accordent le mieux avec certains faits expérimentaux qui nous sont familiers et qu'elles nous sont, par là, les plus commodes** ; pour les axiomes de l'ordre, il me semble qu'il y a quelque chose de plus, que ce sont de véritables propositions intuitives, se rattachant à l'Analysis Situs

96-97 CONTINUITÉ, FACULTÉS & EXPÉRIENCE

Je conclurai que nous avons tous en nous l'intuition du continu d'un nombre quelconque de dimensions, parce que nous avons la faculté de construire un continu physique et mathématique ; **que cette faculté préexiste en nous à toute expérience parce que sans elle, l'expérience proprement dite serait impossible et se réduirait à**

des sensations brutes, impropres à tout organisation, que cette intuition n'est que la conscience que nous avons de cette faculté. Cependant cette faculté pourrait s'exercer dans des sens divers ; elle pourrait nous permettre de construire un espace à quatre, tout aussi bien qu'un espace à trois dimensions. C'est le monde extérieur, c'est l'expérience qui nous détermine à l'exercer dans un sens plutôt que dans l'autre.

102 LOGIQUE IMMUABLE

La logique formelle n'est autre chose que l'étude des propriétés communes à toute classification [...] Quelle est alors la condition pour les règles de cette logique soient valables ? C'est que la classification adoptée soit *immuable*. [...]

Les antinomies qui ont été signalées proviennent toutes de l'oubli de cette condition si simple : on s'est appuyé sur une classification qui n'était pas immuable et qui ne pouvait pas l'être ; on a bien pris la précaution de la proclamer immuable ; mais cette précaution était insuffisante ; il fallait la rendre effectivement immuable et il y a des cas où cela n'est pas possible.

103-5 / 109 DÉFINITIONS PRÉDICATIVES

Quel est le plus petit nombre entier qui ne peut pas être défini par une phrase de moins de cent mots français ? Et d'abord **ce nombre existe-t-il ?**

Oui, car [...]

Non ; car [...]

Ce raisonnement repose sur une classification des nombres entiers en deux catégories, ceux qui peuvent être définis par une phrase de moins de cent mots français et ceux qui ne peuvent pas l'être. **En posant cette question, nous proclamons implicitement que cette classification est immuable** et que nous ne commençons à raisonner qu'après l'avoir établie définitivement. **Mais cela n'est pas possible.** [...] la classification des nombres ne peut être arrêtée qu'après que le triage des phrases est achevé, et ce triage ne peut être achevé qu'après que la classification est arrêtée, de sorte que ni la classification, ni le triage ne pourront *jamais* être terminés.

[...]

De là une distinction entre deux espèces de classifications, applicables aux éléments des collections infinies ; les classifications *prédicatives*, qui ne peuvent être bouleversées par l'introduction de nouveaux éléments ; les classifications *non prédicatives* que l'introduction des éléments nouveaux oblige à remanier sans cesse.

[...] on ne devrait pas dire qu'une classification est prédicative d'une façon absolue, mais qu'elle est prédicative par rapport à un mode de définition.

112 ANTINOMIES

On a été conduit à des antinomies parce qu'on a envisagé des collections, contenant des objets dans la définition desquels entre la notion de la collection elle-même. On s'est servi de définitions non prédicatives

126-7 ÉVIDENCE DES AXIOMES DE ZERMELO

Passons aux six premiers axiomes [admis par M. Zermelo] ; ils peuvent être regardés comme évidents, dès qu'on donne au mot *Menge* son sens intuitif et *si on ne considère que des objets en nombre fini*. Mais ils ne le sont pas plus que cet autre axiome que l'auteur rejette expressément :

8° *Des objets quelconques forment une Menge.*

128 INTUITION ENSEMBLISTE

Il faut donc bien qu'il n'ait pas considéré ses axiomes comme de simples définitions de mots, et qu'il ait attribué au mot *Menge* un sens intuitif préexistant à tous ses énoncés, quoique différant quelque peu du sens habituel. Il n'est pas impossible de l'apercevoir en recherchant l'usage que l'auteur en fait dans ses raisonnements. Une *Menge* c'est quelque chose sur quoi l'on peut raisonner ; c'est quelque chose de fixe et d'immuable dans une certaine mesure. Définir un ensemble, une *Menge*, une collection quelconque, c'est toujours faire une classification, séparer les objets qui appartiennent à cet ensemble de ceux qui n'en font pas partie. Nous dirons alors que cet ensemble n'est pas une *Menge*, si la classification correspondante n'est pas prédicative, et que c'est une *Menge*, si cette classification est prédicative ou si on peut on raisonner comme si elle l'était.

130/132 CARACTÈRE TOTAL & IMMÉDIAT D'UN ENSEMBLE

Et c'est ici qu'apparaît la divergence de nos vues. M. Zermelo s'interdit de considérer l'ensemble de tous les objets qui satisfont à une certaine condition parce qu'il lui semble que cet ensemble n'est jamais clos ; qu'on pourra toujours y faire entrer de nouveaux objets. Au contraire il n'a aucun scrupule à parler de l'ensemble

des objets qui font partie d'une certaine *Menge* M et qui satisfont de plus à une certaine condition. Il lui semble qu'il ne peut posséder une *Menge*, sans posséder du même coup tous ses éléments. Parmi ces éléments, il choisira ceux qui satisfont à une condition donnée, et il pourra faire ce choix bien tranquillement, sans crainte qu'on vienne le troubler en introduisant des éléments nouveaux et inattendus, puisque ces éléments, il les a déjà tous entre les mains. En posant d'avance sa *Menge* M, il a élevé un mur de clôture qui arrête les gêneurs qui pourraient venir du dehors. [...]

[...] Mais s'il a bien fermé sa bergerie, je ne suis pas sûr qu'il n'y ait pas enfermé le loup. Je ne serais tranquille que s'il avait démontré qu'il est à l'abri de la contradiction ; je sais bien qu'il ne pouvait le faire [...]

133/136/138-9 EMPLOI DE L'INFINI

Est-il possible de raisonner sur des objets qui ne peuvent pas être définis en un nombre fini de mots ? Est-il possible même d'en parler en sachant de quoi l'on parle, et en prononçant autre chose que des paroles vides ? Ou au contraire doit-on les regarder comme impensables ? Quant à moi, je n'hésite pas à répondre que ce sont de purs néants.

Tous les objets que nous aurons jamais à envisager, ou bien seront définis en un nombre fini de mots, ou bien ne seront qu'imparfaitement déterminés et demeureront indiscernables d'une foule d'autres objets ; et nous ne pourrions raisonner congruement à leur endroit que quand nous les aurons distingués de ces autres objets avec lesquels ils demeurent confondus, c'est-à-dire quand nous serons arrivés à les définir en un nombre fini de mots.

[...] Tout théorème de mathématiques doit pouvoir être vérifié. Quand j'énonce ce théorème, j'affirme que toutes les vérifications que j'en tenterai réussiront ; et même si l'une de ces vérifications exige un travail qui excéderait les forces d'un homme, j'affirme que, si plusieurs générations, cent s'il le faut, jugent à propos de s'atteler à cette vérification, elle réussira encore. Le théorème n'a pas d'autre sens, et cela est encore vrai si dans son énoncé on parle de nombre infinis ; mais comme les vérifications ne peuvent porter que sur des nombres finis, il s'ensuit que tout théorème sur les nombres infinis ou surtout sur ce qu'on appelle ensembles infinis, ou cardinaux transfinites, ou ordinaux transfinites, etc., etc., ne peut être qu'une façon abrégée d'énoncer des propositions sur les nombres finis. S'il en est autrement, ce théorème ne sera pas vérifiable, et s'il n'est pas vérifiable, il n'aura pas de sens.

[...] je proposerais de s'en tenir aux règles suivantes :

- 1° Ne jamais envisager que des objets susceptibles d'être définis en un nombre fini de mots
- 2° Ne jamais perdre de vue que toute proposition sur l'infini doit être la traduction, l'énoncé abrégé de propositions sur le fini ;
- 3° Éviter les classifications et les définitions non prédictives.

Commentaire. Qu'est-ce que Poincaré entend au juste par « objet » ? Ce point doit être éclairci si l'on veut pouvoir discuter de la « vérification d'un théorème » et donc de la légitimité de l'usage de l'infini.

Si Poincaré invoque une structure bien déterminée dans une « réalité mathématique », nous savons, sans aucunement pénétrer le territoire de la métamathématique, que les axiomes d'une théorie peuvent définir plusieurs structures (non isomorphes), voire une infinité (par exemple les anneaux), cependant que nous pouvons discuter dessus de façon parfaitement claire – et surtout universelle. Même dans le cas de théories catégoriques, *i. e.* dont tous les modèles sont isomorphes (et même lorsque les isomorphismes considérés sont canoniques), à l'instar de celle des entiers naturels, l'objet d'étude n'est considéré qu'à isomorphisme près et, en cela, n'est pas clairement identifié. Qu'est-ce au juste qu'un entier naturel ? qu'un vecteur du plan euclidien ? Si l'on se maintient en-dehors de toute métamathématique, il ne nous reste que les mots pour « en » parler, il ne nous reste pour discuter « dessus » uniquement les phrases que l'on peut écrire à partir des axiomes – et ceci, d'ailleurs, que la théorie qu'ils engendrent soit catégorique ou non. Un théorème n'aura donc *a priori* aucun sens à être « vérifié » (il faudrait pour cela pouvoir l'interpréter, ce qui ressort de la métamathématique), mais il en aura à être prouvé, en un sens finitiste, donnant *in fine*, par là même, un terrain d'exercice aux propos de Poincaré que nous citons. Que dire par exemple de la nécessaire utilisation d'arguments infinitistes pour démontrer des propriétés portant sur le fini, comme la nécessité de recourir aux ordinaux transfinites pour établir l'indémontrabilité de la divergence des suites de Goodstein ?

145 FINITUDE DE LA PREUVE

Un théorème doit pouvoir être vérifié, mais comme nous sommes nous mêmes finis, nous ne pouvons opérer que sur des objets finis ; lors donc même que la notion d'infini joue un rôle dans l'énoncé du théorème, il faut que dans la vérification il n'en soit plus question ; sans quoi cette vérification serait impossible. [...]

En énonçant le théorème, j'affirme que toutes ces vérifications réussiraient ; bien entendu, on ne les fait pas toutes, il y en a que j'appelle possibles parce qu'elles n'exigeraient qu'un temps fini, mais qui seraient pratiquement impossibles parce qu'elles demanderaient des années de travail. Il me suffit qu'on puisse concevoir quelqu'un d'assez riche et d'assez fou pour la tenter en payant un nombre suffisant d'auxiliaires. La démonstration du théorème a précisément pour but de rendre cette folie inutile.

148-9 EXTENSION & COMPRÉHENSION

Les Pragmatistes se placent au point de vue de l'extension de les Cantoriens, au point de vue de la compréhension. Quand il s'agit d'une collection finie, cette distinction ne peut intéresser que les théoriciens de la logique formelle ; mais elle nous apparaît comme beaucoup plus profonde en ce qui concerne les collections infinies. Si on se place au point de vue de l'extension, une collection se constitue par l'adjonction successive de nouveaux membres ; nous pouvons en combinant les objets anciens construire des objets nouveaux, puis avec ceux-ci des objets encore plus nouveaux, et si la collection est infinies, c'est parce qu'il n'y pas de raison pour s'arrêter.

Au point de vue de la compréhension au contraire, nous partons de la collection où se trouvent des objets préexistants, qui nous apparaissent d'abord comme indistincts, mais nous finissons par reconnaître quelques-uns d'entre eux parce que nous y collons des étiquettes et que nous les rangeons dans des tiroirs ; mais les objets sont antérieurs aux étiquettes, et la collection existerait quand même il n'y aurait pas de conservateur pour la classer.

150-1 **|R|>|N| CHEZ LES PRAGMATISTES**

les Pragmatistes n'admettent que les objets qui peuvent être définis en un nombre fini de mots ; les définitions possibles, étant exprimables par des phrases, peuvent toujours être numérotées avec des numéros ordinaires depuis un jusqu'à l'infini. À ce compte il n'y aurait qu'un seul nombre cardinal infini possible, le nombre Alephzéro ; pourquoi disons-nous alors que la puissance du continu n'est pas celle des nombres entiers ? Oui, étant donnés tous les points de l'espace que nous savons définir avec des mots en nombre fini, nous savons imaginer une loi, exprimable elle-même par un nombre fini de mots, qui les fait correspondre à la suite des nombres entiers ; mais considérons maintenant des phrases où figure la notion de cette loi de correspondance ; tout à l'heure elles n'avaient aucun sens puisque cette loi n'était pas encore inventée, et elles ne pouvaient servir à définir des points de l'espace ; maintenant elles ont acquis un sens, elles vont nous permettre de définir de nouveaux points de l'espace ; mais ces nouveaux points ne trouveront plus de place dans la classification adoptée, ce qui nous contraint à la bouleverser. Et c'est cela que nous nous voulons dire, d'après les Pragmatistes, quand nous disons que la puissance du continu n'est pas celle des nombres entiers. Nous voulons dire qu'il est impossible d'établir entre ces deux ensembles une loi de correspondance qui soit à l'abri de cette sorte de bouleversement ; au lieu qu'on peut le faire par exemple quand il s'agit d'une droite et d'un plan.

155-6 **BAPTÊME & DÉFINITION & EXISTENCE**

Le débat [entre Pragmatistes et Cantoriens] pourrait se poursuivre longtemps ; mais le point que le je voudrais mettre en évidence, c'est que si ce genre de définition [par postulat] était admis, la logique ne serait plus stérile, et la preuve c'est qu'on bâti de la sorte une foule de raisonnements destinés à démontrer des propositions qui n'étaient nullement des tautologies puisqu'il y a des gens qui se demandent si elles ne sont pas fausses. Et alors on admire le pouvoir que peut avoir un mot. Voilà un objet dont on n'aurait rien pu tirer, tant qu'il n'était pas baptisé ; il a suffi de lui donner un nome pour qu'il fit des merveilles. Comment cela se fait-il ? C'est parce qu'en lui donnant un nom, nous avons affirmé implicitement que l'objet existait (c'est-à-dire était pur de toute contradiction) et qu'il était entièrement déterminé.

161 **CONNAISSANCE, LANGUE & RÉALITÉ**

Il y a une réalité à connaître et elle est extérieure à nous et indépendant de nous ; mais tout ce que nous en pouvons connaître dépend de nous, et n'est plus qu'un devenir, une sorte de stratification de conquêtes successives. Le reste est réel mais éternellement inconnaisable.

[...] De tout temps, il y a eu en philosophie des tendances opposées et il ne semble pas que ces tendances soient sur le point de se concilier. C'est sans doute parce qu'il y a des âmes différentes et qu'à ces âmes nous ne pouvons rien changer. Il n'y a donc aucun espoir de voir l'accord s'établir entre les Pragmatistes et les Cantoriens. Les hommes ne s'entendent pas parce qu'ils ne parlent pas la même langue et qu'il y a des langues qui ne s'apprennent pas.

Commentaire. Les Cantoriens ont cet avantage que les objets qu'ils peuvent considérer, dont la légitimité est récusée par les Pragmatistes, sont de merveilleux outils d'exploration et de découverte dont tous ont à tirer parti – Pragmatistes inclus. Un exemple marquant est celui de la convergence des suites de Goodstein, énoncé arithmétique – donc on ne peut plus Pragmatiste –, qui n'est pas prouvable à l'aide des axiomes de cette dernière – *a fortiori* à jamais inaccessible à ces derniers – et dont la vérité peut cependant être établie à l'aide d'une descente ordinale transfinitie – outil essentiellement Cantorien. En termes imagés, on peut ne pas croire aux satellites et aux sondes, mais il serait dommage de se priver des images qu'ils nous renvoient d'un monde bien plus terre-à-terre auquel on serait très malaisé de ne pas croire.

219-20 **ÉVOLUTION**

À mesure que la science progresse, il devient de plus en plus difficile de faire place à un fait nouveau qui ne se case pas naturellement. Les théories anciennes reposent sur un grand nombre de coïncidences

numériques qui ne peuvent être attribuées au hasard ; nous ne pouvons donc disjoindre ce qu'elles ont réuni ; nous ne pouvons plus briser les cadres, nous devons chercher à les plier ; et ils ne s'y prêtent pas toujours.

225 LA SCIENCE EST À L'INDICATIF (DUHEM ?)

Si les prémisses d'un syllogisme sont tous les deux à l'indicatif, la conclusion sera également à l'indicatif. Pour que la conclusion pût être mise à l'impératif, il faudrait que l'une des prémisses au moins fût elle-même à l'impératif. Or, les principes de la science, les postulats de la géométrie sont et ne peuvent être qu'à l'indicatif ; c'est encore à ce même mode que sont les vérités expérimentales, et à la base des sciences, il n'y a, il ne peut y avoir rien autre chose. Dès, lors, le dialecticien le plus subtil peut jongler avec ces principes comme il voudra, les combiner, les échafauder les uns les autres ; tout ce qu'il en tirera sera à l'indicatif. Il n'obtiendra jamais une proposition qui dira : fais ceci, ou ne fais pas cela ; c'est-à-dire une proposition qui confirme ou qui contredise la morale.

229-31 SCIENCE & MORALE

La science nous met en rapport constant avec quelque chose de plus grand que nous, elle nous offre un spectacle toujours renouvelé et toujours plus vaste ; derrière ce qu'elle nous montre de grand, elle nous fait deviner quelque chose de plus grand encore ; ce spectacle est pour nous une joie, mais c'est une joie dans laquelle nous nous oublions nous-mêmes et c'est par là qu'elle est moralement saine.

Celui qui y aura goûté, qui aura vu, ne fût-ce que de loin, la splendide harmonie des lois naturelles, sera mieux disposé qu'un autre à faire peu de cas de ses petits intérêts égoïstes ; il aura un idéal qu'il aimera mieux que lui-même, et c'est là le seul terrain sur lequel on puisse bâtir une morale. Pour cet idéal, il travaillera sans marchander sa peine et sans attendre aucune de ces grossières récompenses qui sont tout pour certains hommes ; et quand il aura pris ainsi l'habitude du désintéressement, cette habitude le suivra partout ; sa vie entière en restera comme parfumée.

D'autant plus que la passion qui l'inspire, c'est l'amour de la vérité et un tel amour n'est-il pas toute une morale ? Y a-t-il rien qu'il importe plus de combattre que le mensonge, parce que c'est un des vices les plus fréquents chez l'homme primitif et l'un des plus dégradants ? Eh bien, quand nous aurons pris l'habitude des méthodes scientifiques, de leur scrupuleuse exactitude, l'horreur de tout coup de pouce donné à l'expérience, quand nous nous serons accoutumés à redouter comme le comble du déshonneur, le reproche d'avoir même innocemment quelque peu truqué nos résultats, quand cela sera devenu pour nous un pli professionnel indélébile, une seconde nature, n'allons-nous pas porter dans toutes nos actions ce souci de la sincérité absolue, au point de ne plus comprendre ce qui pousse d'autres hommes mentir ; et n'est-ce pas le meilleur moyen d'acquérir la plus rare, la plus difficile de toutes les sincérités, celle qui consiste à ne pas se tromper soi-même ?

Commentaire. Au sujet du mensonge, ce dernier n'est terrible que pour ceux qui sont sensibles à une certaine notion de « vérité » ; pour les autres, il y a définitivement d'autres terrains de combats plus adéquats – et il y a au demeurant bien mieux à faire que de combattre. D'ailleurs, le mensonge lui-même peut être un moyen de susciter une action chez l'autre ; tant qu'on ne se ment pas à soi-même et que l'on sait notre action bien dirigée, pourquoi y voir un des « [vices] les plus dégradants » ?

240-1 DANGER NOUVEAUTÉ / NON-SAVANTS

Il y a des gens qui s'entichent d'une idée, non parce qu'elle est juste, mais parce qu'elle est nouvelle, parce qu'elle est à la mode ; ceux-là sont de terribles destructeurs, mais ce ne sont... j'allais dire que ce ne sont pas des savants, mais je m'aperçois que beaucoup d'entre eux ont rendu de grands services à la science ; ils sont donc des savants, seulement ils ne le sont pas à cause de cela, mais malgré cela.

247 LA SCIENCE AU SERVICE DE LA MORALE

Il n'y a pas, et il n'y aura jamais de morale scientifique au sens propre du mot, mais la science peut être d'une façon indirecte une auxiliaire de la morale ; la science largement comprise ne peut que la servir ; la demi-science est seule redoutable ; en revanche, la science ne peut suffire, parce qu'elle ne voit qu'une partie de l'homme, ou, si vous le préférez, elle voit tout, mais elle voit tout du même biais ; en ensuite, parce qu'il faut penser aux esprits qui ne sont pas scientifiques. D'autre part, les craintes, comme les espoirs trop vastes, me semble également chimériques ; la morale et la science, à mesure qu'elles feront des progrès, sauront bien d'adapter l'une à l'autre.