La langue dans le fonctionnement de l'entendement et l'élaboration du sens

ÉM 17 nombre de ces enfants faisaient, en *français*, des progrès qui coïncidaient curieusement avec le début de ces rééducations *mathématiques*.

ÉM 31 Moins, plus, autant, sont des mots de langue maternelle. Mots dont le sens et les effets de sens, dans cette langue, foisonnent.

Il n'est pas possible, à moins de rechercher la confusion, de les utiliser en langue mathématique *avant* de les avoir mathématisés.

Les mathématiser, c'est ici, pour chacun de ces mots, choisir un de ses sens, le resserrer, puis en éliminer les effets de sens, afin de rendre ce mot adéquat à l'usage mathématique. Et ce *traitement* ne peut se faire qu'à partir d'une utilisation, et celle-ci ne peut se faire que sur les objets qui s'y prêtent. Lesquels sont exclusivement mathématiques.

ÉM 81 Bravo pour la résistance.

C'est seulement quand elle existe que peut aller loin l'analyse ; c'est son intensité qui donnera au concept *consciemment* acquis son potentiel dynamique.

ÉM 133-134 Je ne peux m'habituer à cette surdité sélective, qui fait que deux et trois, qui font cinq, ne sont plus ni deux, ni trois, mais des bruits dépourvus de signification.

ÉM 145 Autrement plus difficile est ce à quoi l'automathe répugne, soit de *dire* ce qui est écrit. Il aime mieux indéfiniment relie « *a* étoile *b* égale un sur *a* plus un sur *b* », parce que c'est ce qui est écrit *a*b=1/a+1/b* et se désoler de ne pas arriver à « trouver la deuxième question », plutôt que de dire que le composé de deux nombres s'obtient en prenant la somme de leurs inverses, et qu'il s'agit de savoir si cette loi de composition est associative.

Il aime bien mieux répéter « racine de *a* plus *b* différent de racine de *a* plus racine de *b* » parce que c'est ce qui est écrit *sqrt(a+b)#sqrt(a)+sqrt(b),* et se désoler de faire « toujours la même faute », plutôt que de *dire* que l'opération-racine carré ne se distribue pas sur une somme. Il ne *veut* pas, parce ce qu'il ne *peut* pas, prendre le moindre recul, la moindre distance, par rapport au signe.

Lui fait-on dire cent quinze, qu'il n'y entend ni cent ni quinze. Et que cent quinze moins quinze posent d'insurmontables problèmes. Lui fait-on entendre ce cent et ce quinze qu'on obtient alors une écriture « rectifiée » en 10015, « preuve » qu'il a entendu.

ÉM 146 l'enfant dispose d'une langue, dite maternelle, et […], dans cette langue-là, il est susceptible de dire et d'entendre. Et […] il suffirait de canaliser cette langue, et donc cette pensée, à travers un projet, qui est seulement celui d'une façon de dire et d'une méthode d'entendement, pour qu'il puisse aussi entendre, et dire, et donc *penser* en langue mathématique.

ÉM 148-149 apparaît ici, d'évidence, un autre moyen de rendre l'enfant sourd.

[…] ce qui est grave, et même *très* grave, c'est de dire et de faire faire, ou de faire et faire et laisser dire, et de laisser subsister dans ce « **dit** » magistral ou enfantin une ambiguïté, ou une contradiction avec *ce* qui a été **fait**. Car cette ambiguïté, cette contradiction sont une lourde menace non seulement sur la langue en mathématique, mais sur la langue tout court.

L'Expérience peut bien décider à l'avance de ce qui peut et doit être entendu; elle peut bien croire être le filtre de cet entendement. Elle ne fait qu'ignorer en cela un monde, ce « monde de sons, et tout construit par nous », le monde de l'ouïe.

Monde qui est habité par l'enfant et auquel il accède par l'oreille. À condition qu'on lui en ait laissé une. Ou deux.

ÉM 150-151 Sourd, l'enfant ne l'est pas encore, mais il le deviendra. De la pire façon : il sera sourd à lui-même. Ses réponses, méprisées, délaissées, venues du dedans, ne peuvent plus y retourner : elles ont perdu leur *sens*, n'étant pas reprises *dans* ce qui avait été fait, n'étant pas réfléchies *par* ce qui a été fait.

[…] Combien de fois ai-je demandé, toujours émue par ce sacrifice aussi énorme que dérisoire : Est-ce que ça a un sens pour toi, ce que tu viens de dire ? Et quand, gêné, incertain de ce qui va suivre, on se hasarde à me dire non : Alors pourquoi veux-tu que ça en ait un pour moi ?

Pourquoi ? Parce que la parole de l'enfant n'est destinée, il l'a bien compris, et ce puis l'enfance, qu'à servir des desseins magiques, et que c'est le pédagogue qui sait quoi en faire, s'il faut ou non l'utiliser, comment et à quelles fins.

ÉM 194 On lit dans un dictionnaire (le Robert), que « lire », c'est premièrement « suivre des yeux les caractères d'une écriture et pouvoir les identifier, connaître les sons auxquels ils correspondent ».

Mais on lit aussi que, deuxièmement, « lire », c'est « prendre connaissance du sens, du contenu d'un texte ou d'un fragment de texte écrit en le lisant (au sens 1°) ».

On lit encore que, quatrièmement, « lire », c'est « prononcer, énoncer à haute voix un texte écrit et, spécialement, en faire connaître le contenu à d'autres par la parole ».

Je laisse de côté, pour l'instant, les enièmement spéciaux, métaphoriques et figurés qui font que lire est lire. Nous les retrouverons ailleurs. Ici, une première approche de la lecture en mathématiques, me semble faire intervenir au moins ces deux termes :

- identifier les caractères d'une écriture, connaître les sons auxquels ils correspondent *et* pouvoir les énoncer par la parole (premièrement et quatrièmement) ;
- prendre connaissance du sens du texte en le lisant (deuxièmement)

Quand peut-on penser qu'un enfant lit en mathématiques ?

FAB 95-96 quelle que soit la façon dont ils puissent être « enseignés », le concept d'équation et les moyens de sa résolution vont mettre en jeu […] [des notions] *déjà* présentes, chez le sujet quel qu'il soit, de cet enseignement, et enracinées dans une pratique antérieure. Pratique de la langue et pratique, précisément d'enseignements antérieurs.

Tout ce qui va se dire ou se faire va donc tomber […] dans un bain de matière hétérogène, elle-même plus ou moins animée de mouvements, et s'y heurter. Heurts que seules une écoute ou une lecture des réactions du sujet permet de déceler, et qui traduisent les résistances que cette matière oppose à tout ce qui va venir perturber la sorte d'équilibre chimico-physique de ses éléments et de sa dynamique déjà constituée. « Enseigner », ce ne peut donc être que se heurter à ce vécu conceptuel, puisque c'est de lui qu'il s'agit, cette fois dans sa substance constituée. « Apprendre » à partir d'un enseignement, ce ne peut être qu'encaisser les coups. Coups dont on ne saura donc qu'après coup s'ils ont réussi leur coup.

FAB 117 toute action est hypothéquée d'avance par le poids d'un rituel écrasant, et de plus parfaitement irrationnel. Chercher les « limites » d'une fonction dont on ne sait même pas encore « qui » elle est, comment elle varie, et tâtonner d'emblée dans des infinis, c'est-à-dire dans l'extrapolation de quelque chose d'encore inexistant…

FAB 168 L'accès à la géométrie – comme aux mathématiques – se fait pour tout le monde, enfants ou adultes, par l'aire de jeu où signifiants mathématiques et linguistiques s'éprouvent mutuellement à travers leurs signifiés. C'est le désir de les faires converger qui est mathématique, désir que l'on peut porter en soi – c'est le cas pour Pascal –, ou qui peut être médiatisé par un tiers et qui reproduira du mathématique – c'est le cas pour Benoît. Et plus cet espace de jeu est riche en signifiants, plus la jouissance est forte, et plus le désir y trouvera de quoi réalimenter à nouveau tout le processus.

FAB 171 Un enfant mis en « situation de découvrir » ne découvrira rien du tout s'il n'en a pas le désir. Le « donc » de la coexistence de plusieurs déterminations contraignantes ne lui sera rien si son propre désir n'est pas en jeu.

Cette mise en jeu peut être obtenue – quand on l'obtient – que d'une seule façon : à travers son « je ». Un « je » qui entre aussitôt dans le jeu s'il perçoit à travers les mots, les signes, les représentations mathématiques utilisées la volonté réelle de communication d'un savoir, et de communication tout court : soit celle qui laisse à ces mots, ces signes, ces représentations, la possibilité d'interférer, de se heurter, de raisonner « dans » ses déjà-savoirs et son affectivité. Phase essentielle et première du jeu mathématique : celle où la matière passant à travers le « je » du sujet connaissant revient chargée de tout le poids du matériau conceptuel et du matériel affectif qu'elle a mobilisés en lui.

FAB 183 L'entretien pédagogique va tenter de s'édifier à partir d'un certain consensus fait d'acceptations, d'accords, sur des « vérités » mathématiques ou non, sur des définitions, sur un mode d'utilisation de ce matériau, sur des modalités de vérifications de la bonne compréhension des acquisitions, et ainsi de suite. En classe de maths, il se parle et s'écrit donc une langue qui tend sans doute à devenir « de plus en plus » mathématique à mesure qu'elle parvient à être de moins en moins naturelle. Mais tout le temps que dure la progressive diminution des « mots de tous les jours », cette langue panachée est obligatoirement le véhicule de toute pédagogie.

FAB 196-199 « Deux et deux font quatre » est une phrase de la *langue parlée* qui a du sens en ceci qu'elle est elliptique : les notions de bon sens auxquelles elle renvoie sont du genre deux pommes et deux pommes, ça fait quatre pommes, ou bien encore deux francs et deux francs ça fait quatre francs. Or, ce recours aux objets, implicite du « deux et deux font quatre », considéré comme vérité logique de l'homme de la rue est une vérité d'ordre *quantitatif*, et non mathématique.

La vérité mathématique de « deux et deux font quatre » ne peut s'établir ni à partir de la phrase parlée, ni à partir d'objets réels, parce que s'y perdrait en tout cas la notion la plus essentielle intervenant dans le calcul d'une somme, celle de l'identité des objets – mathématiques, cette fois – calculés. Pas plus les pommes que les francs ne peuvent se compter comme mathématiquement identiques. Et si pour les francs, il était assigné une valeur a, abstraite et identique pour chaque pièce de métal – dont la réalité révélerait qu'elles n'ont ni exactement le même poids, ni exactement le même taux de métal précieux, etc. – eh bien il y aurait lieu de démontrer que : $2a+2a=4a$ ce qui n'a rien de mathématiquement évident et qui suppose que soient précisées les sortes de nombres auxquelles on a affaire et explicités les axiomes et propriétés qui seront utilisés au cours de la démonstration.

[…]

Je dirai que les vérités des deux premières propositions [« deux et deux font quatre » et « 47659438 et 47659438 font 95318876 »] sont des vérités de type quantitatif : la première susceptible d'apparaître comme telle à travers la seule *langue numérique parlée*, la seconde ne pouvant apparaître comme telle qu'à travers une *langue numérique écrite* [il faut poser le calcul].

Si nous en arrivons à la troisième proposition [$e^{i\pi}=-1$], la rupture est totale. e, i, π, -1 sont des nombres pour le mathématicien, et leur relation, une fois devenue évidente, lui est évidente. Elle trouve sa garantie – son évidence – à travers la pratique qu'il a, et la familiarité où il est d'une langue savante, la *langue mathématique*.

Langue qui ne permet plus de traduction dans le système de représentation d'objets du quantitatif, et qui ne peut être extrapolée à partir de lui. Langue qui n'est plus communicable à l'homme de la rue – fût-il homme d'affaires, et rompu au maniement des chiffres – parce que ce qu'elle exprime ne correspond plus à rien de ce qui lui a été ou lui est nécessaire pour être inséré dans une société, fut-elle de consommation.

On pourrait dire que la pratique du quantitatif est une pratique obligée et commune, correspondant à une nécessité commune même si cette nécessité s'établit à des degrés très divers ; tandis que la pratique du mathématique correspond à des choix singuliers, au désir d'initiation et à la mise en œuvre effective d'un type de savoir particulier pour quelques individus particuliers. Deux catégories qui sont donc radicalement différentes, dans tous les sens du terme : elles prennent racine, en effet dans des lieux différents, obéissent à des lois différentes, parce qu'elles répondent à des désirs, à des besoins différents.

FAB 227 comme nous le verrons plus loin, *le quantitatif est savoir sur l'avoir*. Or, le rapport à l'avoir d'un enfant passe d'abord, à travers sa langue maternelle, par un savoir qu'il a de son propre corps. Il a *deux* mains, *cinq* doigts à chacune, *dix* doigts de main, autant aux pieds, deux yeux, deux oreilles, etc. La langue numérale commence par lui garantir l'intégrité de son propre corps. Et la garantie de tout avoir ultérieur par le biais de la garantie des mots s'enracinera dans son corps.

FAB 231 Si les enfants sont inadaptés, c'est qu'on les désadapte. En ne voulant rien savoir de leur réalité et de la réalité des nombres, on tente de leur faire acquérir un pseudo-savoir qui surcharge leur seule mémoire – chaque dessin de nombre s'apprend comme un graphisme particulier, les liens et les disparités avec le numéral ne sont ni explicités, ni utilisés – et on leur fait ainsi courir de graves dangers. Telle cette jeune étrangère qui faillit périr noyée parce qu'elle criait « à moi, à moi » comme elle l'avait lu dans les livres, et l'écho répétait « …oua… oua… », ils ne sauront plus leur langue maternelle numérale, et ils ne sauront pas se servir d'une langue numérique savante, laquelle, n'étant enracinée nulle part, ne leur sera d'aucun secours.

FAB 277 ERREURS = ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE NAISSANTE

Pour qui donc s'intéresse aux mathématiques et à leur enseignement, il apparaît très vite que c'est, en particulier, à travers la **question** et l'**erreur** que peut être observée une activité mathématique « à l'état naissant ». Observation qui enseigne à l'enseignant ce qu'est un procès de savoir, ce dont sa propre rationalité déjà constituée le coupe absolument.

ÂC 27 pour l'écrasante majorité de la population scolaire, ce n'est pas une fois « résolu » mais avant même qu'il soit formulé qu'un quelconque énoncé de mathématiques, d'emblée et d'entrée de jeu, est dépourvu de sens. Et ce, au moins pour ce dont je peux témoigner, de la maternelle à la terminale.

ÂC 44 Laissons donc de côté tout le brouillage apporté par le droit à l'erreur ou l'erreur humaine pour nous placer, hors de toute revendication qui amalgame et homogénéise, dans le champ du savoir mathématique qui est – ce n'est pas le seul paradoxe qui s'épanouit en ce lieu – le plus *qualifié* pour produire des erreurs. Il est aussi celui où elles sont nécessaires, car elles sont constitutives de l'édification du savoir mathématique, et pour le sujet qui les pratique, d'un savoir sur ce savoir, et d'une savoir sur lui-même face à ce savoir.

ÂC 45-51 Le vrai a donc le tranchant du rasoir, du savoir, mais d'un savoir *déjà* constitué, où le vrai et le non-vrai ont émergé de l'océan du pensable possible, se sont séparés, ont été objectivés. Mais que se passe-t-il quand ce travail est *en train* de se constituer, qu'il s'agisse de l'élève qui s'y initie ou du mathématicien qui invente ?

Eh bien, dans les deux cas, une pratique antérieure – et il y a toujours une pratique antérieure, ne fût-elle que celle de la parole – amène l'un et l'autre à *désirer* que quelque chose soit vrai, ce quelque chose pouvant être effectivement vrai, ou non. […]

On imagine ainsi aisément la place que pourrait prendre une littérature mathématique « parallèle » à celle que l'on connaît, et qui est donc bien à tort dans les esprits exclusive, et épuisant le sujet. […]

« La vérité ne se manifeste que par son opposition à une erreur préalable. » J. Wahl.

« Il n'est rien qui soit plus véritablement à nous que nos erreurs. » V. Brochard.

[…] en mathématiques les hommes, petits ou grands, et même les femmes, mais oui, et les enfants, entretiennent le *même* rapport avec la vérité. Entre l'élève qui se trompe en écrivant $(a+b)^2=a^2+b^2$, ou *sqrt(2)+sqrt(3)=sqrt(5)*, et le savant qui se trompe *en prenant ses désirs pour la réalité mathématique*, et le sans-nom et le sans-grade, c'est seulement une question de degré, de niveau. […]

Ainsi, non seulement il n'est pas grave pour le public que les mathématiciens se trompent, mais c'est au contraire pain bénit pour lui de le savoir. Faire dégringoler le mathématicien de sa position supposée de surhomme pour en refaire un homme dont les faiblesses sont donc à l'échelle humaine, soit. Mais là n'est pas le plus intéressant : plutôt que la disqualification du surhomme, c'est la qualification de l'erreur ; ni infamante ni humiliante, mais produite *constitutivement* en ce lieu particulier par un mouvement *normal* de l'esprit aux prises avec le désir spécifique « que ce soit comme ça » […]

[…] L'erreur […] est la preuve de l'existence du sujet, dans un domaine où de toute façon il finira par être expulsé, sans laisser d'autres traces, parfois, qu'un nom quand c'est lui qui produit des théorèmes, et aucune quand il ne fait que se les approprier. Mais précisément, l'acquisition de ce savoir comme son invention ne sont que la suite ininterrompue de phases de combat entre le « sentiment » que l'on a d'une question, d'une réponse, d'un problème, d'une conjecture, et la vérité de la question, de la réponse, du problème, de la conjecture, phase éminemment subjective, celle des brouillons, des fausses pistes, des contradictions rencontrées, des absurdités formulées…, et des phases de digestion, d'évacuation de toute cette subjectivité si par hasard elle avait rencontré le vrai et s'était résolue, dissoute, muée en évident « froide », à la fois faisant désormais partie de soi et détachée de soi. […] Autrement dit, l'erreur en mathématiques, dans ce qu'elle a de *structurel* – et personne mieux que les mathématiciens ne peuvent s'en rendre compte –, c'est l'irruption de la subjectivité, mais d'une subjectivité *déjà* mathématisée, d'une subjectivité mathématisante : le désir « que ce soit comme ça » n'est pas n'importe quoi, il portera toujours, malgré ce qu'il pourra produire d'apparemment absurde, la marque du mathématique.

ÂC 67 « Il n'y a pas d'évidence objective sans la conscience d'une erreur intime et première. » G. Bachelard

« L'erreur n'a rien d'étrange. C'est le premier état de toute connaissance. » Alain

ÂC 81-82 l'erreur, en matière d'apprentissage et de création de mathématiques, est constitutive de cet apprentissage et de cette création. Sans doute est-ce le cas pour tout apprentissage, mais ici on est dans le cas où elle est l'*instrument* même de l'édification de ce savoir, très simplement parce qu'il est construit sur la dialectique du vrai et du faux – et non produit par elle, et c'est justement toute la question –, et qu'on ne voit pas très bien comment on pourrait savoir de façon *interne* ce qu'est le vrai si on ne sait pas de quoi est fait le faux qui en cerne les contours.

ÂC 82 Comment obtenir la partie si on ne prend pas en compte le tout ? Comment obtenir, définir, rendre opératoire la logique mathématique si on ne l'extrait, la sépare *des* logiques qui font *la* logique d'un sujet, comment obtenir des modes d'induction, de déduction mathématiques, si on ne sert des inductions et déductions déjà en place, comment se servir de l'imagination si on ne la laisse pas se déployer ?

L'erreur est mouvement de l'esprit. Vouloir empêcher *ce* mouvement, c'est vouloir empêcher de penser, c'est donc rendre impossible l'édification d'une pensée mathématique.

ÂC 83 Peut-être saura-t-on quelque jour que la conception que l'école se fait actuellement du fonctionnement intellectuel des élèves et qui la fait agir en conséquence, c'est-à-dire en le neutralisant ou en l'annihilant, est l'analogue de la conception que l'on avait il n'y a encore bien longtemps du développement du corps. En langeant si étroitement les bébés, bras et jambes immobilisés, on en faisait ces petits objets que Luca della Robia a si merveilleusement immortalisés dans de la faïence à Florence et qui ont si peu forme humaine qu'ils suscitent aujourd'hui une douloureuse incrédulité : on pense à la souffrance imposée déjà à ces corps minuscules, empêchés de faire le moindre mouvement et privé de ce qu'on sait aujourd'hui être un bonheur, celui visible et lisible de « petites mains et petits pieds » s'ébattant librement dans l'air, dans tous le sens, et prenant possession de l'espace.

ÂC 137 C'est dans la question du rapport au savoir qu'il n'y a pas moyen de savoir ce qui distingue la bêtise de l'intelligence. Parce qu'il n'y a pas moyen de savoir si, oui ou non, il y a de la part e l'énonciateur d'un propos savant quelque chose qui ressemble à de la pensée.

ÂC 137-138 Les savoirs, produits de l'intelligence humaine, sont bêtes en ce qu'ils sont, à quelque instant qu'on les considère, une tentative d'achèvement, donc d'immobilisation de la pensée, et rendent bêtes en ce qu'ils imposent, à qui se les approprie, de la pensée figée.

ÂC 139 bien que l'exercice des mathématiques, du dehors, ne permette en rien de distinguer s'il est celui du comble de l'intelligence ou du comble de la bêtise, y échouer, c'est passer pour un bête, alors que c'est peut-être, seulement, ne pas tolérer leur bêtise.

ÂC 140 il ne paraît par difficile d'accorder aux mathématiques, comme aux autres savoirs quels qu'ils soient, une langue, une langue qui leur serait « associée », qui serait la leur, langue dans laquelle ils s'énoncent, se disent, se lisent, se pensent, et je n'ai pas besoin pour ce qui suit de plus que cela.

[…]

À travers les livres, les monuments de sens sont généralement des constructions hostiles, et apparemment closes. Disparition de toute trace d'humanité du fait d'une langue morte, d'une pensée présentée comme achevée. Pour y entrer, il faut passer à travers les murs.

ÂC 147-148 Dans un entendement saturé, il n'est pas possible d'obtenir du sens « nouveau » que par un processus de phagocytage des « anciens », processus qui est d'ailleurs complètement naturel dans l'exercice de la langue maternelle. […]

À partir de là, on ne voit qu'un seul principe d'enseignement, pour quelque savoir que ce soit : apprendre à quelqu'un non ce qu'il sait déjà, mais lui apprendre *avec* ce qu'il sait déjà, car tout ce qui sera entendu ou lu ne peut que tomber que dans ce qu'il sait déjà, et toute la question est de savoir si un enseignement offre ou non la possibilité à l'entendement d'un sujet de s'approcher des sens nouveaux.

ÂC 150 il y a deux façons perverses de se servir de la parole, opposées en apparence, mais qui produisent le même effet, c'est-à-dire la contrainte pouvant aller jusqu'à la paralysie de l'entendement

ÂC 153-154 Comme nous le verrons plus loin avec cette question cruciale des définitions, on nous dirait que *c'est* une définition, qu'il n'y a qu'à l'accepter comme telle. Seulement voilà, il est des entendements qui n'acceptent pas que l'on combine valeur, et absolue, pour appeler, nommer un objet dont rien ou personne ne dira la relation ou l'absence de relation avec ces deux mots. Ils n'ont donc qu'un seul recours : les mots se vident de leur sens, et l'entendement, là encore, n'enregistre *dans ses propres termes* que ce qui se voit, ce qui se fait. Mais ce qui se fait, sans support du sens, est contradictoire.

ÂC 172-173 Si apprendre à parler mathématique, c'est procéder par traductions et emboîtements de sens à partir de langue(s) antérieurement connue(s), apprendre de plus en plus de mathématique, c'est procéder à l'*intérieur* de la langue savante, à des emboîtements successifs, de telle façon que, plus on sait, moins le savoir prend de place.

ÂC 179 C'est donc la langue maternelle qui assure la circulation du sens. C'est par elle qu'il faut se faire entendre, *et* c'et d'elle qu'il faut contrôler ce qu'elle donne à entendre. Car elle est le premier lieu de pensée organisée, d'abstraction, de conceptualisation. Elle est le réservoir de toutes les significations présentes, et à venir. C'est elle qui transmet donc l'entendement, *dans ses propres termes*, choses vues et entendues.

ÂC 182-183 Merci, monsieur Poincaré, de nous suggérer à votre tour par ce seul scrupule de *traducteur* que la question de la traduction, c'est-à-dire de la langue, est une question centrale « en » mathématiques, puisqu'elle engage la question du sens, et mieux encore ici, celle de tous les présupposés mathématiques mis en jeu par l'emploi de tel mot plutôt que de tel autre. L'analyse de ces axiomes de Zermelo amène ainsi Poincaré à conclure que : « Il faut donc bien que Zermelo n'ait pas considéré ses axiomes comme de simples définitions de mots et qu'il ait attribué au mot *Menge* un sens *intuitif préexistant à tous ses énoncés*. »

ÂC 183-184 Ne pas tenir du maternel pour élaborer une langue de savoir, ce n'est donc pas seulement ne pas arriver à édifier cette langue de savoir. La savoir ne « tiendra » pas, puisque non enraciné dans le lieu du sens. Mais le lieu du sens, lui, sera saccagé, et ce, de deux façons. […] tel cet élève qui m'affirmait, avec la conviction de qui en mettrait sa main au feu, et parce qu'il venait d'en comprendre le sens « en mathématique », n'avoir *jamais* vu ni entendu le mot « image » dans les définitions des fonctions, applications, etc. […] La deuxième, c'est par la négligence, le mépris des effets de résurgence de cette langue maternelle dans la langue savante, effets de langue qui ne sont autres que des erreurs des approximations d'expressions, des « autres entendus ». […] Ne pas tenir compte de cette dualité et de ses effets, c'est obliger l'entendement à déserter les *deux* lieux. C'est laisser le sujet toute seul dans la forêt du sens, où il vivra, pour ce qui est des mathématiques, en état d'abandon.

ÂC 184-185 Incompréhensibles, d'abord, ce phénomène des progrès en français. Progrès dont j'ai été avertie par les parents, et qui souvent apparaissent avant les progrès en mathématiques, qui m'amusaient et m'intriguaient. Je ne pouvais guère les attribuer à l'apport de vocabulaire que nécessitaient nos entretiens. Leur « rigueur », en revanche, avait des effets certains. Des parents ébahis s'entendaient reprendre sur un mot, une expression, se voyaient invités à préciser leur pensée. […]

[…] je crois aujourd'hui qu'en *fabriquant* de mauvais élèves en maths on contribue à les *rendre* mauvais en français. Très simplement parce qu'on détruit, avec la langue supposée être celle de la rationalité, la rationalité de la langue ordinaire. […]

[…] Ce qui se passait donc, c'était non un déclenchement, mais la *reprise* d'une évolution qui avait été bloquée.

Un enseignement des mathématiques qui donnerait leur place réelle aux questions de langue en « détectant », en repérant leur existence et leurs interactions par une analyse pertinente des erreurs serait tel que, plutôt que de permettre aux élèves de faire des progrès en français, il ne les empêcherait pas.

ÂC 227 Ainsi la contrainte qu'exerce le sens trouve, en principe, sa contrepartie de jouissance, et selon que l'un des termes l'emporte sur l'autre s'entretient ou non le désir de faire des mathématiques. Désir qui n'élimine donc pas la contrainte, mais qui trouve les moyens de la surmonter.

Encore faut-il avoir accès au sens.

ÂC 253-254 La logique d'un texte, *texte mathématique* y compris, c'est dans son sens étymologique ce qui fait tenir ensemble un nombre fini de mots et de signes d'une langue et, quand cette logique a disparu, et que les mots ne tiennent plus ensemble, qu'ils se suivent sans soutien syntaxique et sémantique, on a affaire à ce qu'on appelle la pathologie du langage, et que je préfère ici appeler la pathologie de la langue, car ce n'est pas le sujet qui est attient mais l'objet dont il disposait – sa langue – et celui dont il aurait dû disposer – la langue du savoir.

ÂC 274-275 La langue maternelle est bien le réservoir des garanties du sens : le sens s'y est constitué de façon extraordinairement complexe à partir de confirmations, de contradictions, de juxtapositions, de proximités, d'à-peu-près, de recoupement, de déductions, d'ajustement, et surtout d'un questionnement constant […] qui selon les cas peut apparaître […] agaçant surtout, par exemple, quand on a le sentiment d'y avoir « mille » fois répondu. Pourtant, ce qu'il faudrait percevoir dans ce questionnement répétitif c'est qu'il se reproduit parce que de nouveaux éléments ayant été apporté entretemps à l'entendement, ayant transformé sa *densité*, la même question prend, chaque nouvelle fois, une gravité nouvelle.

ÂC 276 Alors que sont souvent contestés les désignations d'objets en calcul ou en mathématiques – pourquoi ça s'appelle comme ça ? – il n'est *jamais* demandé pourquoi deux se dit deux, six se dit six, et pourquoi trois vient après deux et sept après six.

Deux garanties fondamentales sont donc en place, qui pour les « petits nombres » vont très vite se renforcer l'une l'autre pour n'en faire qu'une seule. Trois sera toujours entre deux et quatre, six après cinq, et le texte de la langue ordinale et la chair de la langue cardinale ne feront qu'un seul tissu pour la trame du sens.

[…]

La langue numérale « restreinte » est celle que l'enfant peut donc entendre et *parler* lui-même. Elle a donc une importance gigantesque tant pour ce qu'elle permettra d'obtenir par extension que pour la fonction de référence qu'elle jouera vis-à-vis du sentiment de sécurité, de certitude que peut apporter le sens de la langue tout court.

[…] ce que j'appelle la dynamique de la langue numérale est son aptitude à *enseigner* par elle-même le numérique

ÂC 293 La façon dont réagit un entendement à n'importe quel âge est fonction de sa saturation, et de sa densité de saturation. Les erreurs rendent compte de ce qui s'y trouve déjà et non de ce qui manque.

ÂC 295 L'enfer des mathématiques du ciel est pavé, comme on le voit, de bonnes intentions. Par quelle aberration maintient-on les bases pour *commencer* à apprendre à écrire les nombres, même si aujourd'hui c'est fait comme ça, rapidement, en passant ? Faire *dire* et écrire un-zéro à un enfant qui voit trois, quatre ou cinq et ne pas faire *voir* le *un* de dix, ne rien donner à entendre, ne pas permettre que *les* bases deviennent un jeu parce que la base de base, celle qui permet en étant parlée, incarnée, écrire, de comprendre sans douleur ce qu'est un *système* de numération, et donc d'être extrapolée, désincarnée en n'importe quel autre système, c'est vraiment empêcher tout accès au savoir et à la jouissance du savoir. Et c'est tuer dans l'œuf et sans nécessité, la relation fondamentale pour l'édification du sens entre les mots et les choses.

ÂC 314 Mais on n'en continue pas moins de préférer ne rien savoir du savoir déjà en place *dans* la langue, et donc dans l'entendement, qui permettrait de construire du sens *dans* du sens, d'utiliser une dynamique déjà en place qui fournit en bien des cas des réponses avec des sommes existantes et précalculées, et qu'il n'y a donc plus qu'à cueillir à l'oreille , et donc à l'entendement.

C'est quand la langue ne calcule pas « toute seule » qu'il faut donc faire, soi-même, le travail, et il apparaît alors comme nécessaire, et il y en a, bien sûr : mais on est en terrain déjà connu, et, **surtout**, ce connu, reconnu, ne viendra pas s'interposer comme l le fera s'il est méconnu. Entre une « extrapolation », une « reprise extension » d'un savoir déjà en place, et un savoir « présenté » comme nouveau, il y a la différence qui consiste à travailler *avec* l'entendement, ou *contre* lui.

ÂC 317 Se pose donc à nouveau la question de la « spécifisation » des signes par l'écriture mathématique, des signes qu'elle emprunte à la langue ordinaire et utilise en second, problème central dont nous ne cessons de voir qu'à ignorer ses effets, soit directs, soit analogiques, sont désastreux.

ÂC 327 Comment est-il encore possible d'ignorer aujourd'hui qu'une logique, quelle qu'elle soit, n'existe pas en dehors d'un discours dont elle peut au mieux être un type d'armature ? Comment ne s'est-on pas aperçu que les « consignes minimales » que l'on donne aux enfants n'éliminent « le langage » que de la bouche de celui qui l'énonce, et non de la tête de l'enfant, qui ne fera que ce que son entendement lui *dire* de faire, à travers ce qu'il aura entendu qu'on lui aura dit de faire ? Il y a toujours, dans une tête qui fonctionne, de la parole qui résonne. Et voici à ce propos une bien jolie histoire – dont je ne sais malheureusement plus qui l'a racontée « dans le poste » au sujet d'un film tourné sur Tintin. Un petit garçon interrogé sur ce qu'il en pensait par Hergé lui-même lui aurait répondu : « C'est très bien, ça m'a beaucoup plu, mais le capitaine Haddock, *il a pas la même voix que dans le livre*. »

ÂC 328 pour essayer de me faire entendre des praticiens des mathématiques je dirai que le « langage mathématique » est une arithmétique du discours tout court qui ne peut trouver sa consistance en lui-même. Pour qu'il y ait pensée mathématique, il faut qu'il y ait pensée tout court, *s'appliquant* aux objets mathématiques, et ceci ne peut se produire hors du champ de la langue, et de ce qu'elle peut ou non donner à entendre.

CÀD 41 Pour transformer des « narsavans » en art savant, la nécessité est *absolue* de se demander ce qui a été *entendu* dans ce qui a été *vu* : c'est-à-dire de considérer que les mathématiques s'*écrivent*, et donc *se lisent*, se *disent* et s'*entendent* à partir d'une « langue » bien plus complexe encore qu'une lange naturelle, dans la mesure même où, précisément, elle est seconde par rapport à celle-ci, et utilise, ou réutilise ses mots, ses lettres, dans le même sens, ou à contre-sens, ou dans un sens inédit, nouveau, mais qui pose donc, constitutivement, le « problème » de la co-existence de toutes les significations. Comme cette langue seconde ne peut être entendue qu'à partir de la langue première, la langue maternelle, c'est celle-ci qui décide de ce qui est entendu : en tout cas, dans toute tentative d'*apprentissage* d'un savoir.

CÀD 42 Or tous ces processus de fuite devant les erreurs produites par quelque chose qui n'est autre qu'un *entendement* qui fonctionne, autrement que comme on l'aurait voulu, mais qui fonctionne, et dont il faudrait se servir, seront autant d'atteintes à ce même entendement qui, à ne pas être reconnu dans sa légitimité, ira, petit à petit, de la paralysie à la mort.

CÀD 43 l'entendement, c'est cette possibilité, cette potentialité constitutives du sujet humain de recevoir et de produire du sens à partir de la pratique de sa langue maternelle. Et que nous ayons le même mot, en français, pour dire « entendre », c'est-à-dire « ouir », et « entendre », c'est-à-dire « comprendre », ne me paraît pas procéder du simple hasard.

Or apparemment on ne s'intéresse guère en mathématiques à l'indispensable cohérence que devrait respecter toute tentative d'enseignement quand elle met en jeu du *vu* – du *lu* – et de l'*entendu*, dans les deux sens du terme.

CAD 44-45 il ne faudrait pas croire que le professeur doive aller au devant des « tentations » qui pourraient être celles des élèves, ni leur manifester la moindre complaisance : il s'agit de tout autre chose. Il s'agit de savoir que les erreurs, quand elles se produisent – et elles n'attendent pas de permission professorale pour se produire – sont secrétées par *des* logiques, qu'elles sont des dynamiques de sens, qu'il faut travailler *avec* elles et non *contre* elles : elles sont la preuve, là encore, d'un entendement qui fonctionne, et, singulièrement ici, à partir d'un savoir antérieur, ce que j'appelle un *déjà-savoir*.

CAD 46 « en mathématiques », […] c'est *au départ*, face à la question qui lui est posée, et non à l'arrivée, c'est-à-dire avec la réponse qu'il fournit, qu'un enfant a *déjà* fait le *sacrifice du sens*.

[…] on n'a pas à s'occuper du sens, il suffit de savoir ce qu'il faut *faire*.

CAD 87 Aucune définition, aussi claire soit-elle, de ces [mots que les mathématiciens ont extraits de leur langue de sujet, de ces] mot-là *devenus* mathématiques, ne tiendra s'il n'est pas tenu compte de leur réalité, de leurs logiques antérieures, de leur relation, ou absence de relation, avec le nouveau sens dont ils seront les supports. Seul un pont entre les deux pentes, pont entre deux vérités, pourra faire coexister les deux usages, et à partir de la langue du sujet permettre l'enracinement dans la langue mathématique. Sinon on a soit l'ignorance impuissante, soit un pseudo-savoir impuissant lui aussi : *je sais les définitions, mais je sais pas les appliquer*.

CAD 54-155 C'est seulement une fois qu'elle aura été incarnée qu'une notion peut et doit être désincarnée pour vivre pleinement sa vie mathématique. […] Incarnation-désincarnation, processus sans lequel je ne vois pas comment on peut initier aux mathématiques qui que ce soit, et qui consiste simplement à plonger la langue mathématique dans la langue du sujet, à la libidinaliser, à faire circuler des affects, du sens, de la langue parlée à la langue savant et vice versa, faute de quoi cette dernière se transformera rapidement en langue morte.

CAD 190-191 C'est bien parce que je ne sais rien de son histoire que le sujet peut la transformer en un *autre* lieu de sens ; c'est bien parce qu'il en est allégé qu'il peut laisser advenir cette part de lui-même qu'est le sujet connaissant. Sujet connaissant auquel le sujet tout court va être reconnaissant de ce qu'il le fasse accéder, petit à petit, à une autre relation au sens, c'est-à-dire à une autre façon d'être. Car c'est à partir du premier qu'on peut agir sur le second et non le contraire. L'existence du sens dans un lieu précis produit, le plus souvent, une exigence de sens qui devient contagieuse. Combien de parents médusés se sont entendu demander par leur enfant : « Mais qu'est-ce que tu veux dire exactement ? » Ou bien : « C'est dans quel sens que tu utilises ce mot ? » Sans compter les fameux progrès qu'enregistrent en français tant d'enfants venus pour comprendre les mathématiques.

CAD 242-243 On pourrait résumer la mission pédagogique de transmission d'un savoir en disant qu'elle ne constitue en rien d'autre qu'à donner du sens, à du pas-de-sens : faire en sorte que l'objet de savoir proposé *dise* quelque chose au sujet auquel on s'adresse, et lui *soit* quelque chose.

En mathématique, c'est tout à fait possible : en conjuguant la nécessité à être de la confrontation à l'objet imposé par la vie scolaire, avec son intérêt intrinsèque, on peut y arriver ; ce sont les vecteurs que, sur le tableau de la cuisine, ce déjà grand garçon a expliqués à la famille réunie. Le pas-de-sens mathématique non seulement peut s'infiltrer, se charger de sens, mais produire au cours de cette mutation une griserie caractéristique qui fait qu'on se croit, ou se sent intelligent(e), pour des raisons diverses, dont, me semble-t-il, celle-ci : alors que l'intelligence peut s'exercer ailleurs et avec bonheur sur quantité d'autres objets, elle est généralement dans ces autres lieux sollicitée de façon légitimement plus large, plus tributaire de la diversité et des pesanteurs d'un certain nombre de *réalités* simultanées ; « fonctionnant » donc de façon pus globale, elle est moins sensible à elle-même que dans l'exercice plus étroit, plus aigu et plus libre des idéalités mathématiques qui font que l'on *sent* son intelligence, comme on dit qu'on sent certains muscles de son corps quand on les fait travailler de façon sélective et spécifique.

CAD 248 L'école n'a pas à refléter la société, mais à la modeler. Refléter la société, les médias s'en chargent, rendre les problèmes de supermarché synonymes de vie, et l'abstraction synonyme de mort, c'est oublier que l'école se doit d'apporter ce que ne peuvent pas apporter ni la rue ni la télévision, un trésor de langue, de pensée, de savoir qui ne peut se trouver nulle part ailleurs, et qui sera vivant à la simple et considérable condition d'avoir du sens.

CAD 249 Il faut donc redire que les erreurs des enfants, lorsqu'elles sont « fraîches », et fraîchement cueillies, sont des *réponses*, combinant ce qu'ils savent déjà avec ce qu'on leur a appris. Mais, puisqu'elles sont erronées, par leur non-conformité elles sont des *questions* : *pourquoi* cette réponse qui provient de ce qu'on m'a appris n'est pas ce que je crois ?

SI 20 Parler de l'hétérogénéité des classes de collège est ouvrir bien tard les yeux sur celle qui est un donné constitutif de la maternelle.

[…] Examiner les milieux familiaux et enseignants, leurs relations, leur état d'esprit est intéressant et louable. Mais aucune de ces analyses macroscopiques ne pourrait expliquer pourquoi, par exemple, un enfant pour lequel tous les voyants familiaux, psychologiques, sociologiques, scolaires sont au verts, est cet élève qui donne l'âge du capitaine ou propose « si 7 = 0 » ? Car, au-delà de ces apparences, on a bien affaire à la même chose. Proposer un énoncé sensé ou insensé importe peu puisque c'est *au départ* que ces élèves, grands ou petits, *ont renoncé au sens*.

SI 56 Une mémoire défaillante qui fait dire « sept fois cinq **TRENTE** » ou « huit fois sept **SOIXANTE-TROIS** » n'a pas d'autre repère qu'elle-même. Or à peine est-on amené à fréquenter les nombres qu'il s'impose de devoir connaître et reconnaître leurs exigences, leurs familles, leurs affinités. […] Le « par cœur » vient alors fixer des résultats rendus **sensibles**, qui n'effraient pas le sujet, comme c'est le cas lorsque la mémoire est seule à supporter le poids des règles de pus en plus nombreuses. *(nous mettons en gras* **sensibles***)*

SI 89/94 La non-coïncidence entre écriture chiffrée et langue parlée, responsable de l'opacité de tout ce qui touchera au numérique, peut très bien, par contagion, étendre son manteau sur ce qui se dit, s'écrit, se pense. Car si dès l'enfance on apprend à renoncer à ce que *des* choses aient du sens, on peut arriver à renoncer à ce que *les* choses aient un sens ; en mathématiques **ou ailleurs**. *(nous mettons en gras)*

[…] Compter est un bagage chétif singulièrement chétif quand il est réduit à sa littéralité, et c'est pourtant lui qui donne à élèves et maîtres l'illusion d'un savoir en lieu et place du lire/écrire le nombre.

SI 333-334 laissons là les légendes, au profit de cette anecdote authentique, et significative : visitant à l'improviste la poudrerie d'Essonne, en 1805, Napoléon pose « une série de questions très serrées » à son directeur, qui est de plus « commissaires des poudres », et qui commente :

« Je me servais, dans mes expressions, du mot kilogramme ; mais il me faisait revenir au poids de marc et j'étais obligé de doubler toutes mes quantités pour arriver à cette mesure gothique. Cela me surprenait, car Bonaparte était assez bien instruit pour connaître le système des nouvelles mesures et en sentir tous les avantages ; mais sans doute il était guidé par l'habitude et le besoin de concevoir promptement. »

Nous y voici, enfin. Napoléon étendait-il à tous se sujets ce qui lui-même éprouvait quand se faisait sentir le « besoin de concevoir promptement » ? Et cette possibilité de concevoir promptement poids et mesures est-elle autre chose qu'utiliser la langue maternelle de la quantité, celle dans laquelle on est né, on a grandi, en laquelle une *expérience* s'est constituée, toutes composantes constituant cette identité quantitative qui est autre chose que l'habitude… Celle-ci est, dit-on, une *seconde nature*, alors que l'autre est constitutive de la « nature », tout court, de chacun…

SI 390 Ne pas disposer des mots pour parler un savoir, c'est se forger un outil qui a la même efficacité que ce fameux couteau sans lame auquel il manque le manche. Sur quoi s'accrocherait une signification, sinon sur une expression qui puisse être reproduite dans un questionnement, une généralisation, une discussion, bref de la parole ?

SI 412 On a vu […] l'importance de la langue mathématique et de la langue courante pour parler et en parler. *Distinguer deux* langues permet de distinguer deux domaines d'effectuation de la pensée. Combien de résolutions de problèmes d'algèbre ne sont que traduction en langue mathématique d'une « histoire » exposée en langue courant ! L'accent porté sur la notion de traduction se fait dès le CP, les enfants adorent dire, quand c'est le cas, qu'ils parlent – ou écrivent – en langue mathématique.