Échec et Maths

Stella BARUK
1973

éd° Seuil
coll. Points Sciences

1 – Du mythe de l'échec

13 MYTHE DE L'ÉCHEC

Il n'y a pas de raison à l'échec en mathématiques : il n'y a que des raisons

C'était par cette affirmation à l'allure péremptoire que je traduisais ce qui n'était, à l'origine, que croyance naïve. Après plus de quinze ans de pratique, mêlant à celle des classes traditionnelles, des classes de rattrapage, des recyclages d'adultes, des vacations dans des instituts spécialisés, celle de plus de trois cents « cas » de rééducation, elle s'est muée en non-croyance à l'échec. Ce qui pour conséquence dans ce qu'est devenue cette pratique, de n'avoir plus aucune de raison de rechercher ni les raisons ni la raison de l'échec en maths.

17 SENS

nombre de ces enfants faisaient, en *français*, des progrès qui coïncidaient curieusement avec le début de ces rééducations *mathématiques*.

25 MYTHE DE L'ÉCHEC

il n'y a pas de troubles mathématiques. Il n'y a que des enfants troublés. Ce qui se comprend aisément quand on voit dans quelles aventures les entraînent l'échec scolaire d'une manière générale, et l'échec en maths en particulier.

31 LANGUES MATERNELLE & MATHÉMATIQUE

Moins, plus, autant, sont des mots de langue maternelle. Mots dont le sens et les effets de sens, dans cette langue, foisonnent.

Il n'est pas possible, à moins de rechercher la confusion, de les utiliser en langue mathématique *avant* de les avoir mathématisés.

Les mathématiser, c'est ici, pour chacun de ces mots, choisir un de ses sens, le resserrer, puis en éliminer les effets de sens, afin de rendre ce mot adéquat à l'usage mathématique. Et ce *traitement* ne peut se faire qu'à partir d'une utilisation, et celle-ci ne peut se faire que sur les objets qui s'y prêtent. Lesquels sont exclusivement mathématiques.

33 PRIX DU RECOURS À L'INTUITION

Les êtres mathématiques n'ayant pas d'autre existence que celle qu'on leur donne, l'activité mathématique n'a aucun rapport avec le monde des Choses.

Elle ne peut, s'il le faut absolument, que s'y projeter, dans une visée précise et précisée, en procédant pour cela, sur des objets, à tous les retranchements, toutes les accommodations, toutes les torsions qu'il sera nécessaire de leur faire subir.

35 INTENTION

Toute série de gestes, pour apparaître comme une succession, et donc avoir quelque chance d'être retenue, doit d'abord être définie par sa finalité.

39 MYTHE DE L'ÉCHEC

Elles sont là, les raisons de l'échec. Elles consistent non à se demander pourquoi l'enfant échoue, mais pourquoi on peut se demander pourquoi. Autrement dit, pourquoi on *accepte* de se poser la question, lui donnant par là même une raison d'exister.

2 – Des autres mythes

45 Matière mathématique - mythe du moderne

Le fond, c'est qu'il y a une « matière » mathématique, et que, quelle qu'elle soit, elle ne supporte pas d'*écarts*.

Peu importe que les définitions en soient nouvelles ou anciennes, mais, de toute façon, un cercle sera un cercle, une fonction, une fonction, et un logarithme, un logarithme.

Le pédagogue peut bien, lui, avoir les idées, les plus révolutionnaires qui soient quant à la manière, il reste que la *matière* est ce qu'elle est.

46 Mythe de la fausse découverte

Mais vouloir nier [la constatation ci-dessus] en faisant des mathématiques le terrain d'élection des méthodes actives, qui vont permettre à l'enfant de s'exercer « librement » à les « découvrir par lui-même », ne pourra se faire qu'en *obligeant* l'enfant à découvrir librement qu'un cercle est un cercle, ou une fraction, une fraction ; c'est-à-dire en l'obligeant à croire qu'il est libre parce qu'il fabriquera lui-même sa prison.

70 Abstraire

(citant N. Picard, *Réflexions sur une recherche*)

« L'abstraction ne se fait pas par un enseignement dogmatique. Abstraire, c'est *tirer de* (son expérience) ».

80 Calcul & opération

L'« interprétation naïve » est responsable de l'écrasement de deux concepts : celui d'*opération*, consistant par exemple à agir sur *deux* nombres par l'addition pour en obtenir *un* (sur 3 et 4 pour obtenir 3+4, sur a et b pour obtenir $(a+b)$), qui est leur somme ; celui de *calcul*, qui est une technique de réduction, qu'il est possible ou non d'effectuer. 3+4 peut être calculé, $a+b$ non. Rien d'étonnant cependant que l'on en sache plus là-dessus aujourd'hui qu'il y a cinquante ans…

81 Vivance de l'acquisition d'un concept

Bravo pour la résistance.

C'est seulement quand elle existe que peut aller loin l'analyse ; c'est son intensité qui donnera au concept *consciemment* acquis son potentiel dynamique.

95 Mythe de la réalité (& des « problèmes concrets » posés aux élèves)

C'est à Alain que l'on doit de rapporter que « Biran ne s'étonnait point qu'il y eût des aveugles géomètres ; bien plus, il s'étonnait qu'on s'en étonnât (…). C'était dire, et je le compris fort bien, que le vrai géomètre se fait aveugle par volonté »

3 – Voir

98 Vivance de l'acquisition d'un concept

comme chaque fois, comme toujours, le refus [de voir] était la preuve de quelque chose de vivant ; d'un quelque chose à quoi l'enfant tenait, qui était à lui, puisqu'il le défendait. Et que ce quelque chose était essentiellement mathématisable puisque, à partir d'un *regard*, d'une intention, d'une discussion, il y a une production de pensée.

107-108 VIVANCE DE L'ACQUISITION D'UN CONCEPT

parmi tous les enfants accablés, au regard vide, aux yeux papillotants à force d'être tenus écarquillés pour voir ce que personne n'a jamais vu, mais qu'on veut néanmoins les forcer à voir, ces rebelles sont sûrement les plus vivants, les plus réconfortants. Et il faut leur rendre grâce, car ils sont ceux par qui les mathématiques arrivent.

« **Les parallèles existent après, non pas avant le postulat d'Euclide.** » (Gaston Bachelard, *le Nouvel Esprit scientifique*).

On est bien obligé de reconnaître avec ces enfants que « constater » à l'aide d'une règle que l'on peut tracer par deux points *A* et *B* une droite, c'est seulement constater qu'avec la « ligne droite » de la règle on peut tracer une « ligne droite » qui s'appelle une ligne droite : le livre avait pudiquement négligé de mentionner que la règle était *déjà* « faite pour ».

On est bien obligé de reconnaître avec ces enfants que « constater » que cette droite est unique, c'est « constater » aussi qu'il peut y en avoir « tant qu'on voudra » ; avec, ici, un *sentiment* de l'infinitésimal immédiatement mathématisable. Car, s'il y a des droites tant qu'on voudra, c'est qu'on supposer qu'on peut les faire aussi « fines » que l'on voudra. De là à convenir qu'il soit « considéré » que cette finesse soit telle qu'à la limite, on peut *dire* qu'une droite n'a pas d'« épaisseur », et un point non plus ; puis à demander qu'il soit accepté, dans ces conditions, que par une droite il ne passe qu'une droite (ce qui est parfaitement invérifiable), il y a le déploiement d'une dialectique fructueuse, mais qui a dû prendre son appui dans la résistance, et le refus à *voir*.

Une autre dialectique, moins tendue, moins âpre, aurait été celle qui pouvait *tout de suite* avoir été instaurée par l'invitation à *regarder* en place et lieu de *voir*. Regarder, c'est-à-dire au-delà de l'objet y projeter la théorie, au sens où le projet est intention, et la projection image éclairée. Dialectique au moins aussi riche, et non contrainte au chosisme dans lequel on risque fort de se perdre chaque fois que la discussion s'y est enracinée, parce que les *choses* sont pour les enfants trop irritantes, trop obsédantes, et qu'on ne peut les en guérir qu'en les détruisant.

120-121 VIVANCE DE L'ACQUISITION D'UN CONCEPT

Pour ce qui est du refus, c'est d'abord celui d'accepter que l'espace physique, qui est l'espace *de* la physique, soit l'espace mathématique. Refus qui, s'il était entendu par le pédagogue, *obligerait* ce dernier à cerner, discerner, le champ de l'une et de l'autre. Effectuer cette séparation qui, à elle seule, délivre de l'obligation de voir, parvient souvent à défaire bien des « blocages » qui ne sont autres que l'inextricable emmêlement des « choses » physiques, et des « objets » mathématiques. Le refus ainsi, est refus du chosisme, et aspiration à une définition clairement établie du domaine où il y a à voir, et de celui où il y a à savoir. Ce refus est un rapport *vrai* à la nature même des mathématiques.

Le refus, c'est aussi celui d'accepter une notation mathématique soi-disant « simple », en réalité beaucoup trop riche, trop élaborée, indigeste. C'est l'intuition du « cas particulier » euclidien, c'est le mouvement qui porte vers une axiomatique qui libère de la preuve et de la croyance. Ce refus est un rapport *vrai* à ce qui est l'essence même des mathématiques.

126-128 VIVANCE DE L'ACQUISITION D'UN CONCEPT

Condamné à voir, l'enfant ne pourra plus jamais se faire « aveugle par volonté » : il ne pourra qu'être aveuglé par la volonté des autres. C'est dire qu'il n'a que fort peu de chances de devenir un « vrai géomètre ».

Sans doute l'automathe qui accepte cette condamnation ne peut-il guère faire autrement. […]

Quant à l'enfant vivant, que ses refus entraînent loin des sentiers battus, il *est* sur une voie royale : la voie où le mène sa royale insolence, ou sa royale indifférence, ou son mépris royal pour cette Géométrie du mépris. Et sur cette voie-là, il peut aller fort loin, en géométrie, ou ailleurs.

Oui, mais voilà. Sur cette voie-là, c'est lui qu'on ne voit pas.

4 – Entendre - Dire

132 TRAUMATHISME

pour avoir précisément ressenti ce que cette investigation obstinée entraînait de souffrance, à des degrés divers. Je n'essaie plus aujourd'hui de donner à entendre justement *là* où l'enfant est sourd, parce que cette aire de surdité, en apparence insensible, est une aire martyrisée

133-134 DESTRUCTION DU SENS DANS L'ENTENDU

Je ne peux m'habituer à cette surdité sélective, qui fait que deux et trois, qui font cinq, ne sont plus ni deux, ni trois, mais des bruits dépourvus de signification.

142 Réalité de l'enfant

Combien sont-ils ces maîtres qui osent regarder la réalité en face, cette réalité qui contredit avec tant d'insolence les recommandations pédagogiques ? Combien y en a-t-il qui osent penser que, même en mathématiques, l'enfant *est* une réalité, que sa parole *est* une réalité, et que c'est cette réalité-là qui compte, dans tous les sens du mot ?

145 Destruction du sens dans l'entendu

Autrement plus difficile est ce à quoi l'automathe répugne, soit de *dire* ce qui est écrit. Il aime mieux indéfiniment relie « *a* étoile *b* égale un sur *a* plus un sur *b* », parce que c'est ce qui est écrit *a*b=1/a+1/b* et se désoler de ne pas arriver à « trouver la deuxième question », plutôt que de dire que le composé de deux nombres s'obtient en prenant la somme de leurs inverses, et qu'il s'agit de savoir si cette loi de composition est associative.

Il aime bien mieux répéter « racine de *a* plus *b* différent de racine de *a* plus racine de *b* » parce que c'est ce qui est écrit *sqrt(a+b)#sqrt(a)+sqrt(b)*, et se désoler de faire « toujours la même faute », plutôt que de *dire* que l'opération-racine carré ne se distribue pas sur une somme. Il ne *veut* pas, parce ce qu'il ne *peut* pas, prendre le moindre recul, la moindre distance, par rapport au signe.

Lui fait-on dire cent quinze, qu'il n'y entend ni cent ni quinze. Et que cent quinze moins quinze posent d'insurmontables problèmes. Lui fait-on entendre ce cent et ce quinze qu'on obtient alors une écriture « rectifiée » en 10015, « preuve » qu'il a entendu.

146 Langues maternelle & mathématique

l'enfant dispose d'une langue, dite maternelle, et […], dans cette langue-là, il est susceptible de dire et d'entendre. Et […] il suffirait de canaliser cette langue, et donc cette pensée, à travers un projet, qui est seulement celui d'une façon de dire et d'une méthode d'entendement, pour qu'il puisse aussi entendre, et dire, et donc *penser* en langue mathématique.

148-149 Destruction du sens dans l'entendu

apparaît ici, d'évidence, un autre moyen de rendre l'enfant sourd.

[…] ce qui est grave, et même *très* grave, c'est de dire et de faire faire, ou de faire et faire et laisser dire, et de laisser subsister dans ce « **dit**» magistral ou enfantin une ambiguïté, ou une contradiction avec *ce* qui a été **fait**. Car cette ambiguïté, cette contradiction sont une lourde menace non seulement sur la langue en mathématique, mais sur la langue tout court.

L'Expérience peut bien décider à l'avance de ce qui peut et doit être entendu; elle peut bien croire être le filtre de cet entendement. Elle ne fait qu'ignorer en cela un monde, ce « monde de sons, et tout construit par nous », le monde de l'ouïe.

Monde qui est habité par l'enfant et auquel il accède par l'oreille. À condition qu'on lui en ait laissé une. Ou deux.

150-151 Destruction du sens dans l'entendu

Sourd, l'enfant ne l'est pas encore, mais il le deviendra. De la pire façon : il sera sourd à lui-même. Ses réponses, méprisées, délaissées, venues du dedans, ne peuvent plus y retourner : elles ont perdu leur *sens*, n'étant pas reprises *dans* ce qui avait été fait, n'étant pas réfléchies *par* ce qui a été fait.

[…] Combien de fois ai-je demandé, toujours émue par ce sacrifice aussi énorme que dérisoire : Est-ce que ça a un sens pour toi, ce que tu viens de dire ? Et quand, gêné, incertain de ce qui va suivre, on se hasarde à me dire non : Alors pourquoi veux-tu que ça en ait un pour moi ?

Pourquoi ? Parce que la parole de l'enfant n'est destinée, il l'a bien compris, et ce puis l'enfance, qu'à servir des desseins magiques, et que c'est le pédagogue qui sait quoi en faire, s'il faut ou non l'utiliser, comment et à quelles fins.

152-153, 157 Notation : arbitraire ou naturelle

Faire *choisir* à un enfant une *notation mathématique*, grâce à des baguettes, c'est vraiment l'amener « naturellement » à la trouver « bonne », à la baguette ! C'est le coincer, le forcer, le contraindre à admettre magiquement comme « naturel » un signe parfaitement *arbitraire*. Cet arbitraire ne résidant pas dans le fait qu'il est ou non justifié pour signifier ce qu'il signifie, mais dans le fait même de poser l'*équivalence* entre < et plus petit, entre = et égal.

Or, ce signe « évident » n'est évident que chosifié et, qui plus est, son « naturel » ne peut apparaître qu'au prix d'un léger artifice passé sous silence. Il consistera à décaler les baguettes, ou leurs représentations, de telle façon qu'elles se prêtent à illustrer l'évidence tant souhaitée.

[…] c'est guidé par l'esprit de géométrie que se trouve écrasé le sens, et comment il se volatilise dans la conflagration qui fait se heurter l'infiniment grand à l'infiniment petit ; l'infini et l'infinitésimal.

167-168 Différencier les interdits

Mais ce que je peux affirmer, c'est qu'à *également* réprimer *tous* les désordres ou supposés tels ; qu'à *également* interdire en son nom propre, au nom de la pédagogie, au nom des mathématiques, ce qui, indifféremment, est du domaine de la convention – personnelle, pédagogique, mathématique – ou du sens – personnel (!), pédagogique, mathématique –, c'est écraser, rabattre toute l'épaisseur de chacun de ces trois espaces sur la ligne mince, fragile et sans cesse brisée que décrit la main de l'automathe, quand il écrit.

5 – Lire - Écrire

189 Interdit d'interdire

seule une écoute attentive et patiente peut […] aider à comprendre « *comment* [l'automathe] fonctionne ».

De telle façon qu'il apparaisse – qu'il *lui* apparaisse – que *jamais* impossible n'*est* vraiment impossible avant d'avoir été tenté ; que *jamais* l'interdit n'a de sens qu'il n'ait été transgressé ; qu'il *lui* est interdit de s'interdire de penser.

194 Lire : trois étapes

On lit dans un dictionnaire (le Robert), que « lire », c'est premièrement « suivre des yeux les caractères d'une écriture et pouvoir les identifier, connaître les sons auxquels ils correspondent ».

Mais on lit aussi que, deuxièmement, « lire », c'est « prendre connaissance du sens, du contenu d'un texte ou d'un fragment de texte écrit en le lisant (au sens 1°) ».

On lit encore que, quatrièmement, « lire », c'est « prononcer, énoncer à haute voix un texte écrit et, spécialement, en faire connaître le contenu à d'autres par la parole ».

Je laisse de côté, pour l'instant, les enièmement spéciaux, métaphoriques et figurés qui font que lire est lire. Nous les retrouverons ailleurs. Ici, une première approche de la lecture en mathématiques, me semble faire intervenir au moins ces deux termes :

– identifier les caractères d'une écriture, connaître les sons auxquels ils correspondent *et* pouvoir les énoncer par la parole (premièrement et quatrièmement) ;
– prendre connaissance du sens du texte en le lisant (deuxièmement)

Quand peut-on penser qu'un enfant lit en mathématiques ?

204 Laisser l'automathe tourner

quand l'automathe « sait » ce qu'*il faut faire*, il ne *faut* pas, soi, l'en empêcher. Le mécanisme, qui est alors remonté à bloc, empêche que soit examiné tout *autre* projet que celui pour l'accomplissement duquel sont tendus tous ses ressorts. Chaque fois que, par inadvertance, j'ai interrompu un processus, ou rectifié, avant terme, un raisonnement ou une écriture, j'en ai, tout autant que l'automathe, fait les frais : c'était bloquer l'automathe, qui était lui-même un enfant bloqué. Le temps que tout ce « système » se remette en marche est *toujours* supérieur à celui qui consisterait à laisser tous les ressorts se détendre, et le « programme » s'accomplir.

204 Notation des inconnues

x-inconnue, c'est aussi un des tours (dé-tour) de l'Originaire. Quand Descartes, qui désigna d'abord les inconnues par des lettres majuscules, en gardant les lettres minuscules pour les connues, adopta (en 1637) *x*, *y*, *z*, pour désigner « définitivement » les inconnues, c'est parce que *x* était la lettre de l'alphabet espagnol qui se prononçait comme *ch*, et que « chaï » était le mot qui voulait dire « inconnue », dont les Arabes d'Espagne se servaient dans leurs comptes. Qu'un mot arabe prononcé à l'espagnole ait produit *x*, dernier élément d'une relation sémantique-phonique transitive et, maintenant, matériau premier de tout un imaginaire amassé au pied de la lettre, n'est pas un des moindres étonnements de qui se demande quelles raisons « on » a eues de cette désignation. Et si cette relation avait abouti en *k* ? ou en *q* ? ou en *a* ? Qu'en serait-il advenu de l'inconnue ? Cela l'aurait-il rendu prosaïque ? Ou obscène ? Ou évidente ?

6 – Faire

256 Mythe de la Réalité

l'intuition sollicitée n'amène pas forcément aux abords de la question dont elle est destinée à faciliter l'accès

266 Mythe de la Réalité

La relation mathématique est obligée de *tordre* la réalité, de l'étier jusqu'à la rendre grotesque et, pour y surveiller l'accomplissement minutieux de ses critères, de contraindre la parole à un ressassage radoteur.

288 Mythe de la Réalité

« l'adjectif défini *même* est une véritable mine de relations d'équivalence. » […]
C'est seulement dans la réalité qu'un mot n'a pas le même sens que lui-même. Et si même y produit les mêmes catastrophes que même, c'est parce que la « mine de relations » dans la Réalité est un espace miné dans la réalité : l'espace du sens est un espace ruiné, car les mots n'y désignent plus les choses, ils *sont* choses eux-mêmes.

Le point en 1981

309-310 Mythe de l'échec, de l'erreur

J'ai montré ici comment par démythifications et démystifications successives l'automathe pouvait laisser place à l'« enfant vrai ». Cet enfant, il suffit, une fois reconnue son existence « en » mathématiques, de le laisser s'y exercer pour le voir se transformer en un sujet *mathématisant*. Dans un livre paru quatre ans après celui-ci, *Fabrice ou l'École des mathématiques*, je donne de nombreux exemples, pris sur le vif, d'un savoir mathématique à l'état naissant, comme on le dit, en chimie, d'un corps en train de se constituer. Et de même que l'analyse du comportement de l'automathe fonctionne comme un « révélateur positif de structures » – structures, elles, négatives, de la gigantesque entreprise de normalisation qu'elle a produit –, de même, celle du sujet apprenant contribue à révéler la *nature* des mathématiques, et celles des relations très particulières qu'entretient avec elles le sujet vraiment mathématisant, fût-il ou non mathématicien de profession, à savoir des relations fortement chargées de plaisir, sinon de jouissance.
C'est qu'en effet, dans ce qui devient alors un réel – et passionnant – processus d'appropriation du savoir, le sujet n'est repérable que par ses erreurs et par ses questions.

Le point en 1986

314 Mythe de l'échec, de l'erreur

Les erreurs ? Elles sont ce qui permettrait de comprendre ce qu'il en est du sujet au prises avec la formidable machine enseignante ; c'est-à-dire de son fonctionnement psychique *réel* face à un savoir, mais aussi de comprendre ce qu'il est en est de la nature de ce savoir et des modalités de sa transmission. […] Les erreurs ? Si elles cessent d'être disqualifiantes, infamantes, pour devenir *objet* de savoir pour le professeur, dynamique de savoir pour l'élève qui apprendra *quelles logiques* l'ont poussé à répondre comme il l'a fait, et quelle est *la* logique à laquelle ces logiques mises à jour, légitimées puis évacuées laisseront la place, alors le sens commencera à circuler en classe de mathématiques, dissipant le climat d'angoisse, d'inertie, de rejet ou de violence qui est celui dans lequel vivent la plupart des élèves.