

les formes du réalisme mathématique

Xavier SABATIER
2009

éd° Vrin
coll° Mathesis

78 PLATONISME LOGICISTE

La grande force du platonisme logiciste est [...] de justifier l'existence d'un accès aux entités non effectives qu'il postule par la thèse communément admise de l'existence d'un discours objectif sur le monde alors que le platonisme classique ne mobilise pour sa défense, du moins en d'en tenant à sa définition immédiate, que l'impression qu'ont les mathématiciens d'étudier des objets aussi réels que ceux des autres sciences. Il est beaucoup plus facile d'admettre notre capacité de dire le vrai que l'existence d'objets mathématiques. Cet accès direct et apparemment incontestable aux pensées et aux lois qui gouvernent leurs relations de dépendance caractérise entièrement l'apriorité propre du platonisme logiciste : les entités logiques et mathématiques sont l'objet d'une connaissance *a priori* parce que cette connaissance est présupposée par la possibilité même d'un discours apophantique, descriptif sur le réel. La connaissance des pensées et de leurs lois est donc présente dès que le langage est utilisé à des fins cognitives.

80 UN LANGAGE EST UN USAGE

Apprendre le langage d'une théorie mathématique, écrit [Dummett], c'est « apprendre à faire usage des énoncés de ce langage ». Pour expliquer ce qu'il entend par là, il énumère les usages de ces énoncés : réaliser les calculs qui prouvent les énoncés, établir les axiomes et les principes, chercher les conséquences, établir le rôle que ces énoncés jouent dans les preuves mathématiques et comment ils peuvent être appliqués dans des contextes non mathématiques. Et Dummett justifie cette énumération en ces termes particulièrement explicites : « Ces choses-là sont *tout ce qui est montré* quand nous apprenons le sens des expressions du langage de la théorie mathématique en question *parce qu'elles sont tout ce qui peut nous être montré* ». [souligné par X. S.]

139-140 RÔLE DES PARADOXES : DESTITUER LES PRÉTENDUES CONNAISSANCES

Le paradoxe de Russell montra que l'évidence des lois logiques elles-mêmes est sujette à caution, que les principes fondamentaux qui légifèrent notre connaissance du monde peuvent échapper à notre jugement. Dès lors, la logique et les mathématiques ne peuvent plus simplement se réclamer de la primauté et l'évidence de la connaissance *a priori* pour écarter les questions épistémologiques d'accès aux entités qu'elles décrivent : le témoignage de notre connaissance des objets logiques et mathématiques ne suffit plus à faire taire les doutes sur la possibilité d'une telle connaissance, car *le paradoxe nous montre justement que ce que nous avons pris pour une connaissance n'en est pas une*.

163 GÖDEL & DUHEM

les mathématiques ajoutent aux lois de la physique « non pas de nouvelles propriétés de la réalité physique, mais plutôt des propriétés des concepts qui font référence à la réalité physique – pour être plus exact, des concepts qui font référence à la combinaison des choses »

175 PLATONISME DE GÖDEL

Il est capital de conclure notre analyse de la position gödelienne sur le réalisme par cette mise en parallèle entre mathématiques et science de la nature. Le réalisme de Gödel reste apriorique dans la mesure où il s'appuie sur une intuition pure des objets et du sens des concepts étudiés par les mathématiques. À la différence de la saisie logiciste du sens d'une proposition, cette intuition admet des degrés de clarté et de distinction, comme le montrent les erreurs qui conduisent aux paradoxes. En cela, cette intuition est déjà plus proche de la perception des sens que la saisie logiciste. Mais, comme le montre l'analyse que Gödel fait de son théorème d'incomplétude et de la théorie itérative des ensembles, *le réalisme trouve aussi chez lui une bonne partie de ses arguments dans un rapprochement du statut épistémologique des mathématiques avec celui des sciences empiriques*. Dès lors, Gödel utilise pour défendre son platonisme une partie des arguments qu'utiliseront des réalistes ayant cessé de croire au statut premier des mathématiques et à notre rapport *a priori* à celles-ci, même si

lui-même demeure en définitive convaincu de l'existence de ce rapport, aussi imparfait soit-il, et d'un champ propre de l'analyticité, imposant ses normes au discours scientifique.