

La naissance des objets mathématiques

Enrico GUISTI
1999

trad. par Georges BARTHÉMEY
éd° Ellipses
coll. L'esprit des sciences

25-26 DE NOTRE ACTION NAISSENT LES OBJETS MATHÉMATIQUES

Nous pouvons [...] avancer une hypothèse : que les objets mathématiques proviennent, non de l'abstraction des objets réels, dont ils décriraient les traits caractéristiques, mais d'un processus d'*objectalisation des procédés*. Ils ne dérivent pas d'une réalité extérieure, indépendant de l'homme, dont ils représenteraient l'essence dépouillée des impuretés matérielles, mais ils formalisent l'action humaine. Il s'agit toujours, et il ne pourrait en être autrement, d'un processus d'abstraction, une cristallisation en un petit nombre de traits invariables de la variété infinie des opérations effectivement accomplies. Mais l'abstraction vient, non des données de la réalité, mais des opérations de la technique. Les mathématiques ne sont pas filles de la nature, mais de l'art.

[note de bas de page : Pour éviter les équivoques, il sera bon de préciser que le terme art ne renvoie pas à l'artiste mais à l'artisan.]

33/44/83 TROIS PHASES DE NAISSANCE

On remarque [...] une caractéristique important du processus de génération des nouveaux objets : ceux-ci entrent d'abord comme *instruments de recherche*, méthodes démonstratives tirées d'idées novatrices. Dans un second temps ils deviennent *solutions de problèmes* et aussi *objets d'étude*. C'est au terme de ce processus qu'ils acquièrent une véritable existence objective.

[...]

Dans la diversité des structures mathématiques et des vicissitudes historiques on a [...] un parcours commun qui, à travers les trois phases que nous avons mises en lumière – *instruments de recherche, solutions de problèmes, objets d'étude* – conduit à la cristallisation d'objets tels que les groupes ou les courbes-équations..

Ces trois étapes sont toutes essentielles pour que l'on assiste à la matérialisation d'un objet mathématique. [...]

Des théories nouvelles, des découvertes nouvelles et importantes, créent de nouveaux objets mathématiques. Ceux-ci apparaissent d'abord de manière pas encore matérialisée, sous forme de méthodes démonstratives, d'instruments de recherche. [...] Leur importance amène à les étudier pour eux-mêmes, indépendamment du contexte dans lequel ils ont été introduits ; et aussi en vue de leur utilisation, que ce soit dans des circonstances semblables ou différentes. Les procédés opératoires deviennent alors objets d'étude.

84 DÉCOUVERTE OU INVENTION ?

à la question de savoir si les objets mathématiques sont inventés ou découverts, la réponse la plus adéquate est qu'ils sont autant inventés que découverts. Il ne faut cependant pas croire qu'ils sont inventé et découverts *simultanément*. Au contraire, ils sont d'abord inventés comme procédés démonstratifs, et puis découverts ensuite comme objets mathématiques. De là le réalisme de la plus grande partie des mathématiciens qui, s'ils sont disposés parler d'invention à propos des techniques de démonstration, estiment en revanche que les objets dont ils parlent ont une réalité objective, autrement dit qu'ils existent préalablement et indépendamment de leur découverte.

35 MOTEUR DE LA CRÉATION

Comme l'esprit, les « objets » mathématiques qui viennent progressivement à la lumière existaient en un certain sens avant leur découverte, mais sous une forme différent. Non comme objets, mais comme procédés, en particulier comme procédures démonstratives efficaces. Je voudrais souligner l'adjectif *efficace*. Car ce ne sont pas toutes les démonstrations qui sont fécondes, mais seulement celles qui proviennent de raisons et de régions profondes du travail mathématique. En ce sens la liberté du mathématicien qui « découvre » et « crée » son univers en même temps, est fille de la nécessité. L'introduction de nouveaux objets n'est pas un acte arbitraire dépourvu de justification, mais l'issue de profondes idées novatrices, qui se projettent au-delà de la théorie dans laquelle elles avaient surgi et dans laquelle elles avaient trouvé le moteur de leur inspiration.