

Professer, enseigner, transmettre : le pédagogue, un guide mathématique ?

Marc SAGE

juillet 2010

1 Introduction

Ce texte décrit la conception de l'enseignement à laquelle j'ai abouti aujourd'hui dans le domaine de la mathématique¹, une sorte d'état des lieux du fruit de mes expériences d'enseignement – pas seulement en mathématique² et pas toujours du côté professeur.

Cette conception est naturellement en évolution et ne saurait rester figée dans les principes que j'expose ci-après au jour d'aujourd'hui. Sans doute même serai-je amené à les refondre complètement d'ici quelques années si mon expérience m'y conduit.

Je ressens néanmoins aujourd'hui le besoin de faire un arrêt sur image, de planter quelques poteaux indicateurs afin de donner une première direction à mon travail³ et à ceux qui débutent en la matière. Cette direction est certainement grossière et demandera du temps pour s'affiner ; elle n'en demeure cependant pas moins une *direction* et pourra intéresser à ce titre le lecteur dénué de tout repère. Libre à lui de la suivre et d'y récolter ce qu'il trouvera de *juste* selon sa propre expérience.

2 Qu'est-ce qu'enseigner ?

Le titre de ce texte suggère déjà, par le nombre des termes utilisés se référant à l'enseignant, une réflexion sur le champ lexical de ce dernier. Aussi nous y attèlerons-nous afin de comprendre le choix de ces termes plutôt que d'autres – la palette demeure large : instituteur, maître, délivreur (de message), prophète...

2.1 Professer un *rapport* à la mathématique

Est professeur celui qui *professe*. Mais que peut-on bien professer en mathématique ?

Il y a bien sûr une matière, un contenu brut, celui de la mathématique que l'on apprend dans les livres et que l'on peut trouver partout, une matière dont on peut sans doute indéfiniment raffiner la présentation actuellement existante afin d'en faciliter l'apprentissage – et cela constitue déjà un travail considérable dont l'enseignant doit avoir conscience de l'ampleur en s'y étant frotté de lui-même et en y ayant laissé de sa personne.

Cependant, se concentrer exclusivement sur ce travail de "polissage" amputerait notre propos d'une dimension vers laquelle nous souhaitons diriger notre attention. Au-delà du contenu, il s'agit de professer un certain *rapport* à ce contenu, à la mathématique.

Il va de soit que, entre contenu et rapport à ce contenu, une incessante dynamique d'échange ne cesse d'avoir lieu. Le contact au quotidien avec ce contenu mathématique, l'expérience *vécue* en mathématique – et ailleurs – induit en effet des *principes de vie* mathématique, lesquels en retour éclairent la matière qui les a engendrés.

Toutefois, c'est bien *le rapport* à la mathématique qui nous intéresse au fond car les principes de vie qui en ressortent demeurent bien au-delà du champ de la mathématique⁴.

¹après six années de cours particuliers, de colles en prépa, de cours/stage en petits groupes et de quelques cours magistraux

²pour citer les plus importants : musique instrumentale, aikido, échecs, chantier

³Sans prétention de me comparer à son auteur, je me retrouve un peu dans la démarche du *Manuel d'un instituteur de campagne* d'Alexander NEILL.

⁴À titre d'exemple, nous citerons les enfants qui, ayant travaillé avec Stella BARUK, s'éveillent au sens de leur langue maternelle et affichent des "progrès" en français avant même ceux en mathématique.

2.2 Enseigner à qui veut bien écouter

L'on se demandera ensuite à *qui* peut-on professer ce que l'on a à professer.

Une première évidence – on ne peut pas professer à n'importe qui et, surtout, on ne *doit* pas – est l'occasion de rappeler les dangers de ce qui peut légitimement s'appeler du *prosélytisme* : l'atteinte au respect des personnes qui ne désirent pas écouter, la vanité la plus totale de l'entreprise de professorat (aucun message ne pourra passer), voire son caractère nuisible envers la parole professée (le message s'entache) en créant des braquages contre cette dernière – braquages que l'on retrouvera d'ailleurs chez l'élève peu ou pas disposé mais néanmoins forcé à "être enseigné".

Il convient donc de professer à des personnes prêtes à écouter. L'*écoute* est une condition nécessaire au *dialogue* et c'est uniquement lorsque commence ce dernier que professer devient *enseigner*. En effet, bien qu'un individu puisse toujours professer dans n'importe quel environnement (avec les risques sus-mentionnés) tout en n'ayant aucun retour, l'*enseignement* ne se conçoit pas sans une dynamique constante d'échange entre enseignant et enseigné. L'enseignant doit donc professer dans des lieux où il sait l'écoute présente.

2.3 Le temps et l'objet de la transmission

Nous venons de le voir, le dialogue, nécessairement amorcé par une écoute, est constitutif de l'enseignement. Pour autant, peut-on parler d'une *fin* de l'enseignement et, si oui, quelle est-elle ?

Nous aurions pu tout aussi bien commencer ce texte par l'affirmation suivante (indépendante de tout ce qui précède) : un enseignant cherche avant tout à *faire passer* quelque chose, à *transmettre*⁵.

Toute personne soucieuse de faire passer un message connaît – pourvu qu'elle y soit parvenue – le caractère soudain de ce moment du dialogue où quelque chose *pass*e, où *écouter* devient *entendre*, où la transmission a lieu, *dans un sens comme dans l'autre* – il n'y a d'ailleurs parfois plus beaucoup de différence dans ces instants-là. Cette communion, ce temps magique, sont le moment fugitif de la *transmission* – et c'est eux que doit viser toute entreprise d'enseignement.

Ce qui nous amène à une question tout aussi légitime : y a-t-il un *objet* de la transmission – au-delà du contenu purement matériel ?

On serait tenter de répondre "les principes de vie professés par l'enseignant (alias professeur)", mais il faut garder à l'esprit que ces principes sont très souvent le fruit d'un chemin long, tortueux et personnel : quel sens cela aurait-il alors de délivrer ce fruit tel quel, sans tenir compte ni des spécificités ni du chemin propres à la personne enseignée ? Il serait tout aussi absurde de s'acharner à greffer une pastèque bien mûre sur une graine de vigne encore en terre.

Bien plus juste selon nous est de transmettre la possibilité de trouver *soi-même* ses *propres* principes, ce afin de conduire à la *liberté* de l'individu. Pour citer un maître⁶ : « *la vraie morale surgit de l'intérieur* ».

Concrètement, pour le sujet qui nous intéresse (la mathématique), nous distinguons clairement trois étapes en vue d'acquérir cette liberté :

1. retrouver le *sens* d'une question, d'un problème, d'un questionnement, d'une démarche, afin de mettre un terme aux "automatismes" que décrit si bien Stella BARUK⁷ dans *L'âge du capitaine* et *Si $\gamma=0$...* Lors de cette première étape, il s'agit d'**ouvrir les yeux** ;
2. retrouver l'*initiative*, la liberté d'entreprendre et l'*indépendance* pour aborder et dépasser les énoncés du point précédent (maintenant qu'ils ont repris du sens), en vue de faire fondre les éternels « *qu'est-ce que je dois faire ?* » ou « *je ne vois pas quoi faire* » ; au lieu de vouloir à tout prix *faire*⁸ *quelque chose*, commencer déjà par **marcher**, on verra ensuite ;
3. faire en sorte que la grande chaîne de la transmission se poursuive, en **enseignant** à son tour.

⁵Nous avons préféré le verbe *transmettre* à *communiquer* ou *délivrer* (un message) car la présence du préfixe *trans-* évoque pour nous le caractère pérenne de quelque chose qui a passé, passe et passera sans jamais cesser, à l'image de la vie qui se transmet de parents à enfants.

⁶Itsuo TSUDA, *Même si je ne pense pas JE SUIS*, chapitre X, 1981, éd. Le Courrier du Livre

⁷Toute sa bibliographie est d'ailleurs fortement recommandée.

⁸Le lecteur paniqué à l'idée du *rien-faire*, pris du coup de *laisser-faire* et manquant de *laisser-agir*, tirera certainement profit de la lecture de l'ouvrage d'Itsuo TSUDA portant sur le *non-faire*. Nous espérons qu'il appréciera les subtiles différences.

2.4 Enseigner, vers la transmission, vers la liberté

Nous avons vu que l'enseignement d'une part commençait par une écoute et se constituait d'un *dialogue*, d'autre part visait à transmettre une certaine *liberté* de l'individu par le biais de ce dialogue.

Nous avons vu par ailleurs que l'objet de la transmission devait venir du for intérieur de la personne enseignée, devait grandir en elle et ne saurait être implantée de l'extérieur. Tout au mieux l'enseignant peut *favoriser* la germination chez l'enseigné, mais ne pourra jamais la forcer.

Sous cette lumière, nous proposons la définition suivante :

enseigner, c'est créer les conditions pour qu'il y ait transmission.

Nous insisterons encore une fois sur la nécessité du parcours individuel en citant un (autre) maître⁹ : « *Un bon guide, c'est très important, mais le plus important est le chemin personnel* ».

3 Le dialogue de l'enseignement

Nous nous concentrons à présent sur le dialogue proprement dit.

Le cadre est celui d'un rapport *individuel* d'enseignant à élève. L'enseignant peut bien sûr avoir plusieurs élèves en même temps (comme en colles) mais nous ne nous intéresserons pas ici à la transmission simultanée. En effet, la création d'une atmosphère d'enseignement convenant à *plusieurs* individus nous semble ne prendre sens qu'avec la compréhension (vécue) de *chaque* individu – et au fond n'en être qu'une extension¹⁰.

Selon notre expérience, la trame d'une "séance de travail" ne varie guère. Le maître met l'élève en situation avec une action, une intervention minimale, *e. g.* une question ("On va s'intéresser à telle famille de fonctions : déjà, qu'est-ce que tu leur trouves d'intéressant?"), un défi ("Peux-tu me rappeler que la trace est une forme linéaire? Et bien on va montrer réciproquement qu'elle permet d'encoder toutes les formes linéaires : à toi de jouer!"). Puis l'enseignant *guide* l'élève en fonction de sa réponse, de son comportement, dans toutes leurs manifestations corporelles, stimulés par la mise en situation.

3.1 Écouter

seule une écoute attentive et patiente peut [...] aider à comprendre « comment [l'automathe] fonctionne ».
[...] De telle façon qu'il apparaisse – qu'il lui apparaisse – que jamais impossible n'est vraiment impossible avant d'avoir été tenté; que jamais l'interdit n'a de sens qu'il n'ait été transgressé; qu'il lui est interdit de s'interdire de penser. (Stella Baruk, *Échec et maths*)

Il nous apparaît fondamental de savoir

écouter jusqu'au bout toute tentative d'expression.

Il restera sinon une frustration, une incompréhension, prêtes à ressortir à tout instant. On peut susciter au besoin cette tentative d'expression ("D'accord, on va dans cette direction, je te suis."), ce qui va de pair avec une mise en confiance.

Face à un "Pourquoi ça marche pas comme je fais?", laisser faire est le plus formateur. En effet, l'expression prend alors la forme d'un désir de *faire* : il s'agit d'écouter ce désir jusqu'au bout en le satisfaisant.

En profiter au passage pour faire un topo sécurité : l'immense avantage dans le monde mathématique est que l'on peut mettre ses doigts dans une prise, sauter du cinquième étage, boire du cyanure sans aucun danger corporel ; la seule chose que l'on peut laisser derrière soi est du temps.

L'enseignant doit savoir cela (la non-intégrité physique de l'élève nuit à l'enseignement) mais l'élève doit également en avoir conscience afin qu'il puisse se sentir libre d'expérimenter sans limite – au pire, à force de perdre du temps, il réfléchira un peu plus à ses champs d'investigation.

⁹Régis SOAVI, lors d'une conférence au Mas d'Azil en juillet 2010

¹⁰il y a bien sûr des phénomènes émergeant avec la taille du groupe... mais cela est une tout autre histoire [mise à jour oct. 2023]

Nous sommes ainsi amenés à affirmer

le rôle capital de l'erreur

longuement dépeint par Stella BARUK dans *l'Âge du capitaine*.

Parce qu'il est bien rare que les circonstances de travail nous permettent d'attendre le temps nécessaire, on peut être amené à *guider* cette tentative d'expression avec des questions. Mais c'est très délicat de ne pas la dénaturer, comme en témoigne Mme BARUK dans *Échec et maths*¹¹ ou dans *Fabrice ou l'école des mathématiques*¹².

Seulement *après* cette écoute peut-on intervenir (une fois l'expression essoufflée).

3.2 Intervenir

Intervenir, c'est *guider* (pédagogie) vers une direction jugée appropriée. Pour nous, cette direction est d'orienter le dialogue vers l'*initiative* de l'élève (la forme du dialogue (exos, questions posées) n'est qu'un prétexte pour y travailler), de faire en sorte que les "réponses" qu'il pourrait attendre viennent *de lui* (sinon la "réponse" vient comme un traumatisme, cf. SB)

-> Guider est donc un art de susciter une réponse *intérieure* (en particulier d'esquiver les questions trop extérieures).

Cet art est nourri de nos expériences, ancienneté, observations, et doit toujours être exercé de façon *modeste* (nous sommes humains, il y a toujours des surprises avec les élèves).

En pratique, cela peut revêtir différentes formes :

1. questions/réponses simples & directes ;
2. silence/ignorance totale ;
3. montrer quelque chose en silence ;
4. faire discuter avec d'autres élèves ;
5. légère question pour "redémarrer" le moteur intérieur ;
6. questions apparemment sans rapport pour se rendre compte de quelque chose ;
7. faire une pause...

L'intervention a lieu avec une certaine "*intensité*", à un certain *moment* et est espacée de certains *silences*. Trois facettes vers lesquelles tourner son attention¹³. Quelques pistes.

Sur l'intensité. L'intensité que l'on met dans une simple approbation silencieuse n'est pas la même que lors d'une colère destinée à une insolence. Souvent, le stress des élèves et leur manque de confiance incite à intervenir en douceur – pas en mièvrerie. Les arnaqueurs ont cependant besoin de fermeté.

Sur le moment. S'il est généralement peu heureux d'interrompre un processus en cours, on peut lâcher un obstacle sur le chemin (écrire silencieusement un contre-exemple).

Sur les espaces. Intervenir trop souvent nuit à l'initiative de l'élève mais certains peuvent avoir besoin d'un guidage intensif pendant un instant. Chaque remarque possède un temps propre pour prendre racine, il convient de le respecter.

¹¹ quand l'automathe « sait » ce qu'il faut faire, il ne faut pas, soi, l'en empêcher. Le mécanisme, qui est alors remonté à bloc, empêche que soit examiné tout autre projet que celui pour l'accomplissement duquel sont tendus tous ses ressorts. Chaque fois que, par inadvertance, j'ai interrompu un processus, ou rectifié, avant terme, un raisonnement ou une écriture, j'en ai, tout autant que l'automathe, fait les frais : c'était bloquer l'automathe, qui était lui-même un enfant bloqué. Le temps que tout ce « système » se remette en marche est toujours supérieur à celui qui consisterait à laisser tous les ressorts se détendre, et le « programme » s'accomplir.

¹² Il se confirmait une fois de plus – c'était toujours aux dépens de l'enfant – qu'il ne fallait jamais refouler un processus, ignorer une production, fût-elle insensée, sans reconnaître du moins un début d'existence et des raisons d'exister, raisons dont il faut donc débattre sous peine de les voire re-produire, et de la même façon, des objets similaires. Et ceci – qui depuis est devenu un des termes les plus stricts de ma déontologie – même si on est pressé, parce que l'école-famille vous pousse au derrière et vous suggère de parler d'autre chose.

¹³ On pourra lire à ce propos le chapitre VI « Ki-do-ma » du *Triangle instable* d'Itsuo TSUDA (1980, éd. Le Courrier du Livre).

3.3 Dénouer

Dans *Le Zen dans l'art chevaleresque du tir à l'arc*, **Eugen Herrigel** nous enseigne – à travers les paroles¹⁴ de son maître – de ne jamais stagner, quel que soit le niveau (d'où l'importance du recul / de l'expérience du maître). Mais la progression est souvent difficile suite à un passé/passif → création de *nœuds*/blocages/coagulation, plus ou moins anciens/douloureux, propres à chacun.

Warning : on parle de nœuds *en mathématique*, pas en psychologie. SB nous avertit suffisamment de travailler exclusivement sur le terrain de la mathématique (*cf.* fin les malheurs de Sophie, cédé à F. DOLTO). Ce qui n'exclut pas les répercussions sur d'autres domaines – retrouver confiance en maths peut bien souvent être un premier pas.

Il y a quasiment toujours des nœuds, même si (SB) "*ce serait mieux, au lieu de réparer les élèves, de ne pas les casser*". Il est très délicat d'en sentir les contours et encore plus de travailler dessus – mais cela est passionnant (*cf.* ÉM de SB)

Il est illusoire de prétendre les dénouer : il s'agit que le blocage se dénoue *de lui-même*, l'enseignant ne peut que *favoriser* ce processus (et non l'exécuter). Cela nécessite souvent du temps – beaucoup de temps – ce d'autant plus que la coagulation est violente et ancienne (on est difficilement prêts à lâcher nos raideurs accumulées). Le mot d'ordre est **SAVOIR ATTENDRE**

En pratique.

Ne *jamais désigner* un nœud avant qu'il soit dénoué (cela peut être perçu comme un jugement, qui agira dans le mauvais sens) Au besoin, le faire sentir, toucher juste à côté, mais *jamais* en plein dedans (*cf.* NOGUCHI Sensei). Attention donc à l'envie de montrer à autrui ce qu'il ne voit pas...

Une direction de travail : utiliser la forme (exos) comme prétexte pour travailler sur ce dénouage (certaines questions sont plus adaptées pour mettre à jour certains nœuds). S'adapter lors du travail à ce qui se dévoile, quitte à remonter très loin (questions en poupées russes jusqu'à un éventuel nœud "dur").

EG : colles sur matrices, mais espaces vectoriels non assimilés car l'intuition des flèches dans le plan fait défaut → cela prend du temps de déceler ce point, puis de reconstruire quelques bases saines sur les *ev*, les *sev*, avant d'arriver éventuellement aux matrices (autant dire que le sujet de la colle n'est plus qu'un très lointain prétexte)

3.4 Rééquilibrer

L'être humain n'est pas plat, il est "coloré" (il n'a pas tout le spectre à son arc) : il y a des *tendances*, souvent déformées, souvent déséquilibrées. Par exemple, on a d'un extrême l'intuition fulgurante, d'un autre la technicité excessivement stérile, les deux généralement mêlées à l'incapacité totale de communication (pour des raisons différentes). Il y a également ceux qui ont besoin pour connaître un objet d'en savoir une *définition* précise et ceux qui ont besoin de comprendre *comment* ils *fonctionnent* (je nomme ces derniers *procéduraux*) ; les premiers ont en général (pas seulement en mathématique) un goût prononcé pour le substantif par rapport au verbe – tandis que le procédural préférera le verbe. Ce ne sont que quelques dimensions possibles, quelques fragments la partie émergée de l'iceberg humain dans l'atmosphère mathématique.

Je propose de travailler vers un *rééquilibrage*.

Attention : l'équilibre de chacun est différent de celui d'un autre (je n'ai pas dit uniformisation), quelqu'un de foncièrement intuitif ne pourra jamais spontanément détailler autant qu'un technicien formaliste mais il écouterait bien plus naturellement ses intuitions que ce dernier. Le point d'équilibre est propre à chacun et varie selon les circonstances. Il n'y a pas de mode d'emploi, chaque situation est unique, il s'agit d'une "*science du particulier*".

qq EG : trop intuitif → preuves plus rédigées ; trop bavard → tout reprendre en réorganisant ; trop technique → écrire en français, dessiner... ; trop attaché aux définitions générales → réaliser une définition sur un exemple trivial ; trop procédurier → pointer du doigt quelques mécanismes différents intervenant dans la procédure...

¹⁴Mais *retenez bien ceci* : lorsque l'homme a atteint dans sa manière d'être, dans sa vie ou dans son travail, une étape qui lui a coûté beaucoup d'effort, il ne peut rien lui arriver *de pire* que de voir le destin lui permettre de *marquer le pas*, de se figer dans l'état dans lequel il est parvenu. Si le destin lui est favorable, il lui enlève le résultat obtenu avant qu'il ne se raidisse, ne se sclérose. Voilà ce qu'un bon maître doit faire. Car, au fond, il ne s'agit pas d'envoyer la flèche droit au but ; ici, comme dans tous les autres arts, l'objectif essentiel n'est pas le résultat extérieur mais bien le résultat intérieur, autrement dit la *transformation intérieure* de l'homme. L'exercice d'une technique aboutissant à une performance sert également cette *transformation*. Mais quel est le plus grand danger qui puisse menacer cette dernière, sinon de *s'arrêter au résultat acquis* ? L'homme doit *progresser*, progresser *sans cesse*.

Un remarque, toutefois, de bon sens psychologique : commencer par mettre en valeur les tendances "saines" (qui mènent à l'initiative et à la clarté du dialogue) *avant* de diriger vers un rééquilibrage. Plus généralement, d'abord écouter et laisser venir avant d'agir – ce afin d'éviter de contrarier et ainsi de nuire à l'action.

3.5 La langue

Le vecteur du dialogue est la **LANGUE**, maternelle comme paternelle. L'extrême importance de ces dernières dans l'accès au sens est remarquablement dépeinte par Stella BARUK. Une sélection de citations à ce sujet est disponible sur la page consacrée à Mme BARUK.

Un excellent moyen pour l'enseignant de se rendre compte de ce *filtre linguistique* est de faire répéter une phrase qui lui semble limpide. Le lecteur ne sera jamais assez prévenu des surprises qui l'attendent, lesquelles témoignent d'un certain *niveau de langage* de l'élève.

Afin de faire sentir à ce dernier un point obscur de son discours, voici quelques questions à poser (qui souvent dérangent) :

1. *Que veux-tu dire ?*
2. *Quel est le sens de ce mot ?* (un verbe imprécis, un adjectif ambigu...)
3. *C'est qui, lui ?* (montrant un symbole non défini ou ne faisant pas sens)
4. *Quel est le sujet de ta phrase ?* (reprenant une phrase commençant par un "c'est" confus)
5. *"c'est", c'est quoi ?* (renvoyer la confusion)

Quelques pistes de travail sur le sens des mots.

le mot "**soit**" (archétype du pas-de-sens chez l'élève) est une évocation qui crée un objet sur lequel on peut ensuite raisonner sans ambiguïté. Il revient au même de dire

"**soit** o dans $O_n(\mathbf{R})$..."

"**considérons** un objet o dans $O_n(\mathbf{R})$ "

"**donnons-nous** une matrice orthogonale réelle o de taille n "

"**fixons** dans $O_n(\mathbf{R})$ un élément o "

"**prenons** une matrice o dans $O_n(\mathbf{R})$ "

"**évoquons** une matrice unitaire o réelle..." En jouant un peu, on pourrait presque dire

"Demandons à un habitant o de la contrée $O_n(\mathbf{R})$ de se présenter devant nous".

Faire remarquer l'abus de langage "*soient a et b deux complexes*" pour dire "*soit a un complexe, soit b un complexe*" : ne revient pas au même car a et b pourraient coïncider.

Souvent, les énoncés (lorsqu'ils ne sont pas incorrects) sont balancés sans aucune articulation de sens avant/après/entre : est-ce une affirmation ? un souhait ? un théorème ? une reformulation ? un lemme nécessaire ? Rappeler l'existence (sigh) et le sens les expressions "*on a*", "*on veut*", "*on aimerait*", "*comme souhaité*", "*ce qui conclut*"...

"*si*" ne veut pas dire "*puisque*" → ouvrir les yeux à la situation présente !

EG typique : "*Énoncé : soit A diagonalisable : m_A est annulée par un polynôme scindé simple. Solution : si A est diagonalisable, on peut écrire $A = PDP^{-1}$...*" So what ? Qu'est que ça peut nous f...aire ? C'est à l'orateur de rappeler ce dont il a besoin (ici l'hypothèse de diagonalisabilité) au moment où il en a besoin (ici pour vérifier la prémisse d'une implication).

le **donc** & Co : "*donc*" rappelle un argument immédiatement précédent dans la phrase, ne fait pas une synthèse de tout ce qui précède. EG : la matrice A est diagonalisable, donc nulle. GNI?? dix lignes plus haut apparaît la nilpotence de A ...

Dans la même veine, attention au mot **si** : occurrence dans une seule phrase → finit avec la phrase. Quand l'hypothèse est appelée à durer, l'usage du verbe "*supposer*" est recommandé.

Plus généralement, faire sentir l'architecture logique d'un raisonnement (à l'extrême, l'arbre de preuve) afin rédiger en conséquence. (annonce de direction, micro conclusions, reprises, rappels...)

On passera sur l'usage abusif des connecteurs logique \implies et \iff comme abréviation (par fainéantise) quand ce n'est pas par contre-sens (ambiguïté de "on a $x \in \mathbf{R} \implies x^2 \geq 0$ ") : les expressions "d'où" et "i. e." sont non ambiguës et courtes à écrire.

Le sens de "id est", "c'est-à-dire", "ce qui revient à", "en d'autres termes", est celui d'une *équivalence* (et non d'une implication).

Avant de se demander "qui est trucmuche", se demander *comment est-il apparu* dans le discours. Symptôme de cet oubli : à la question innocente "c'est qui n ?", l'élève apprend vite à rajouter un " $n \in \mathbf{N}$ " (au lecteur de deviner son rattachement au reste du discours) et esquive le fond de la question : *as-tu fixé n ? arbitrairement ? t'est-il donné ? imposé ? où ça ?*

-> Avoir conscience d'un objet *fixé/donné*, en français comme en mathématique. Ainsi, l'élève est amené à toujours savoir de quoi il parle – et à interroger ceux qui n'en ont pas conscience! (cf SB progrès en français)

observer que le symptôme ci-dessus (rajouter un " $n \in \mathbf{N}$ ") ne peut être observé dans le cas d'une lettre muette (à moins d'un non-sens complet, une telle lettre a toujours une première occurrence) au sein d'une formule logique ou d'une somme/intégrale, ce qui rend les confusions moins flagrantes. Rappeler le cas échéant à l'élève la *grammaire* des formules logiques (pour éliminer les non-sens et repérer rapidement qui est qui) ainsi que les différents mode de *lecture/traduction*.

EG de traduction : $\forall r \in \mathbf{R}, r^2 \geq 0$, lecture des symboles "quel que soit r dans \mathbf{R} , r au carré supérieur ou égal à 0", interprétation des symboles "pour tout réel r , r^2 est positif", traduction remaniée "le carré de tout réel est positif". À l'extrême, *supprimer toutes les variables muettes* est un excellent exercice de reformulation (le faire pour la continuité...)

(L'exercice dans l'autre sens est plus délicat car trouver un équilibre entre langues formelle et maternelle qui clarifie au mieux l'énoncé considéré est difficile)

4 Au sujet des méthodes

En soi, une méthode n'est que la reproduction d'un automatisme vide de sens – en tout état de cause, c'est la conclusion qui s'impose en observant ce qu'en font la plupart des élèves.

Une méthode doit être *motivée* et *comprise*, un outil pour gagner en liberté, au même titre qu'un calcul.

Ce retour au sens doit participer, à un niveau bien plus subtil, aux motivations et compréhensions de toute définition mathématique