# Devoir maison 5

(à rendre pour le lundi 11 février 2013)

**Exercice 1.** On se place dans le plan $\mathbf{R}^2$. On se donne un réel $\lambda > 0$ et un réel $d$. On note :

1. $\mathcal{P}$ la partie $\left\{(u,v) \in \mathbf{R}^2 \ ; \ u^2 = \lambda v\right\}$ ;
2. $\varphi$ le point $\left(0, \frac{\lambda}{4}\right)$ ;
3. $\gamma$ la droite "verticale" d'abscisse $d$ ;
4. $R$ l'élément de $\mathcal{P} \cap \gamma$ ;
5. $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{P}$ en $R$ ;
6. $I$ l'élément de l'intersection de $\gamma$ avec la parallèle à $\mathcal{T}$ passant par $\varphi$.

**Questions.**

1. *Représenter les six objets précédemment définis sur un même dessin.*
2. *Donner une équation de $\mathcal{T}$.*
3. *Trouver les coordonnées de $I$.*
4. *Montrer que $RI = R\varphi$.*
5. *En déduire que la normale à $\mathcal{P}$ en $R$ est la bissectrice de l'angle formé par les droites $(\varphi R)$ et $\gamma$. Interpréter.*

**Exercice 2.** On considère dans le plan $\mathbf{R}^2$ une parabole (notée $\mathcal{P}$) dont l'axe focal est celui des ordonnées. On note $F$ le foyer de $\mathcal{P}$. On fixe un réel $\lambda$ et on appelle $\Delta$ la droite de pente $\lambda$ qui passe par $F$. On note $P$ et $Q$ les points d'intersection de $\Delta$ avec $\mathcal{P}$ (on impose $x_P < 0 < x_Q$).

1. *Donner, dans le repère orthonormé de votre choix (que vous préciserez), une équation de $\Delta$ puis les coordonnées de $P$ et $Q$.*
2. *Calculer $FP$ et $FQ$. En déduire que $\frac{1}{FP} + \frac{1}{FQ}$ ne dépend pas de $\lambda$.*
3. *Montrer que les tangentes en $P$ et $Q$ sont orthogonales.*